

### Aufgabe 3.1

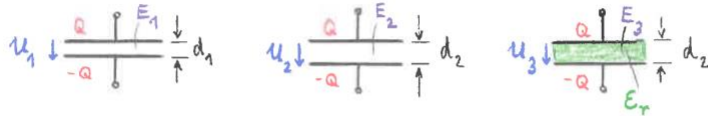
Geg.:  $d_1 = 3,0 \text{ mm}$  ;  $\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}}$  ;  $U_1 = 600 \text{ V}$  ;

a) Plattenabstand wird auf  $d_2 = 4,0 \text{ mm}$  vergrößert

b) Isolierstoffplatte mit  $\epsilon_r = 5$  wird zwischen Platten geschoben

Ges.: a)  $U_2 = ?$       b)  $U_3 = ?$

Lös.:



- a) Beim Verändern des Plattenabstandes bleibt die im Kondensator gespeicherte Ladung  $Q$  erhalten. Somit bleibt auch die zwischen den Platten herrschende elektrische Flussdichte  $D = \frac{Q}{A}$  erhalten. Wegen  $D = \epsilon_0 \cdot E_1 = \epsilon_0 \cdot E_2$  sind die im Plattenraum herrschenden elektr. Feldstärken  $E_1$  und  $E_2$  gleich groß.

$$E = \frac{U}{d} ; \quad E_1 = E_2$$

$$\frac{U_1}{d_1} = \frac{U_2}{d_2} \quad \rightarrow \quad \underline{U_2 = U_1 \cdot \frac{d_2}{d_1} = 600 \text{ V} \cdot \frac{4,0 \text{ mm}}{3,0 \text{ mm}} = 800 \text{ V} ;}$$

- b) Beim Einfügen der Isolierstoffplatte bleiben  $Q$  und  $D$  ebenfalls unverändert.

$$D = \epsilon \cdot E ; \quad D_1 = D_2$$

$$\epsilon_0 \cdot E_1 = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot E_2 \quad \rightarrow \quad E_3 = \frac{E_2}{\epsilon_r}$$

$$\text{mit } E = \frac{U}{d} : \quad \frac{U_3}{d_2} = \frac{U_2}{d_2 \cdot \epsilon_r} \quad \rightarrow \quad \underline{U_3 = \frac{U_2}{\epsilon_r} = \frac{800 \text{ V}}{5} = 160 \text{ V} ;}$$

### Aufgabe 3.3

Geg.:  $r = 6.350 \text{ km}$  ;  $l = 1 \text{ m}$  ;

Ges.:  $C = ?$

Lös.: Erdoberfläche  $A = 4\pi \cdot r^2 = 4 \cdot \pi \cdot (6.350 \cdot 10^3 \text{ m})^2 = 5,067 \cdot 10^{14} \text{ m}^2 ;$

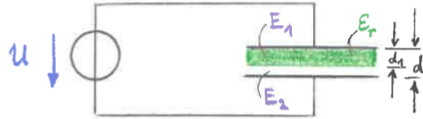
$$\underline{C = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{A}{l}} = 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}} \cdot 1 \cdot \frac{5,067 \cdot 10^{14} \text{ m}^2}{1 \text{ m}} = 4,485 \frac{\text{As}}{\text{V}} = \underline{4,485 \text{ F} ;}$$

### Aufgabe 3.2

geg.:  $d = 5,0 \text{ mm}$ ;  $U = 500 \text{ V}$   $\epsilon_r = 7$ ;  $E_2 = 2,0 \cdot 10^5 \frac{\text{V}}{\text{m}}$ ;  $A = 50 \text{ cm}^2$ ;

Ges.: a) Dicke  $d_1$  der Isolierstoffplatte, b) Kapazität  $C$  des Kondensators

Lös.:



In beiden vorhandenen Schichten (Isolierstoffplatte und Luftschicht) herrscht die gleiche elektr. Flussdichte  $D$ .

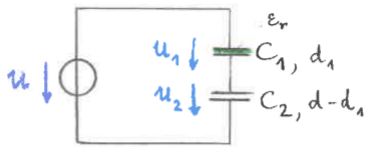
a) Spannung am Kondensator  $\Rightarrow D = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot E_1 = \epsilon_0 \cdot E_2$

Außerdem gilt:  $U = E_1 \cdot d_1 + E_2 \cdot (d - d_1)$ ;  $\rightarrow E_1 = \frac{E_2}{\epsilon_r}$

$$U = E_1 \cdot d_1 + E_2 \cdot d - E_2 \cdot d_1 = d_1 \cdot (E_1 - E_2) + E_2 \cdot d = d_1 \cdot \left( \frac{E_2}{\epsilon_r} - E_2 \right) + E_2 \cdot d$$

$$\rightarrow \underline{d_1} = \frac{U - E_2 \cdot d}{E_2 \cdot \left( \frac{1}{\epsilon_r} - 1 \right)} = \frac{500 \text{ V} - 2,0 \cdot 10^5 \frac{\text{V}}{\text{m}} \cdot 5,0 \cdot 10^{-3} \text{ m}}{2,0 \cdot 10^5 \frac{\text{V}}{\text{m}} \left( \frac{1}{7} - 1 \right)} = 2,92 \cdot 10^{-3} \text{ m} = \underline{2,92 \text{ mm}};$$

b)



$$C = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2};$$

$$\underline{C_1} = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{A}{d_1} = 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}} \cdot 7 \cdot \frac{50 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2}{2,92 \cdot 10^{-3} \text{ m}} = 106 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{V}} = \underline{106 \text{ pF}};$$

$$\underline{C_2} = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{A}{d - d_1} = 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}} \cdot 1 \cdot \frac{50 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2}{2,08 \cdot 10^{-3} \text{ m}} = 21,3 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{V}} = \underline{21,3 \text{ pF}};$$

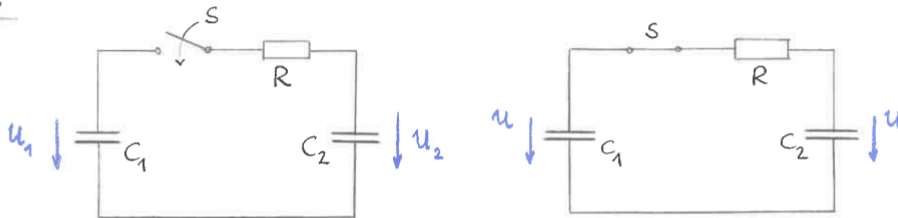
$$\underline{C} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} = \frac{106 \text{ pF} \cdot 21,3 \text{ pF}}{106 \text{ pF} + 21,3 \text{ pF}} = \underline{17,7 \text{ pF}};$$

### Aufgabe 3.4

geg.:  $C_1 = 10 \mu\text{F}$ ;  $C_2 = 5 \mu\text{F}$ ;  $U_1 = 120 \text{V}$ ;  $U_2 = 60 \text{V}$ ;

Ges.: a)  $U = ?$       b)  $W = ?$

Lös.:



- a) Beim Schließen des Schalters bleibt die in den Kondensatoren insgesamt gespeicherte elektrische Ladung erhalten:

$$Q = C_1 \cdot U_1 + C_2 \cdot U_2 = 10 \cdot 10^{-6} \frac{\text{As}}{\text{V}} \cdot 120 \text{V} + 5 \cdot 10^{-6} \frac{\text{As}}{\text{V}} \cdot 60 \text{V} = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{As};$$

Lediglich die Ladungsaufteilung ändert sich. D.h. die Kondensatorspannungen nehmen den gleichen Wert an:

$$U = \frac{Q}{C} = \frac{Q}{C_1 + C_2} = \frac{1,5 \cdot 10^{-3} \text{As}}{(10+5) \cdot 10^{-6} \frac{\text{As}}{\text{V}}} = \underline{100 \text{V}};$$

- b) Vor dem Schließen des Schalters ist in beiden Kondensatoren zusammen die gespeicherte Energie:

$$W_{\text{I}} = \frac{1}{2} \cdot C_1 \cdot U_1^2 + \frac{1}{2} \cdot C_2 \cdot U_2^2 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 10^{-6} \frac{\text{As}}{\text{V}} \cdot (120 \text{V})^2 + \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 10^{-6} \frac{\text{As}}{\text{V}} \cdot (60 \text{V})^2 = 81,0 \cdot 10^{-3} \text{VAs} = 81,0 \text{mJ};$$

Nach dem Schließen des Schalters beträgt die gespeicherte Energie:

$$W_{\text{II}} = \frac{1}{2} \cdot (C_1 + C_2) \cdot U^2 = \frac{1}{2} \cdot (10+5) \cdot 10^{-6} \frac{\text{As}}{\text{V}} \cdot (100 \text{V})^2 = 75,0 \cdot 10^{-3} \text{VAs} = 75 \text{mJ};$$

Die Differenz beider Energien wird dem Widerstand R zugeführt und in Wärme umgesetzt:

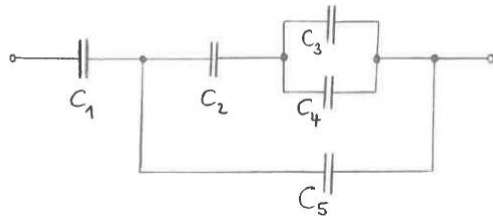
$$W = W_{\text{I}} - W_{\text{II}} = 81,0 \text{mJ} - 75,0 \text{mJ} = \underline{6,0 \text{mJ}};$$

### Aufgabe 3.5

geg.:  $C_1 = 1 \mu\text{F}$ ;  $C_2 = 2 \mu\text{F}$ ;  $C_3 = 3 \mu\text{F}$ ;  $C_4 = 4 \mu\text{F}$ ;  $C_5 = 5 \mu\text{F}$ ;

Ges.: Gesamtkapazität  $C = ?$

Lös.:



$$\textcircled{1} \quad C_{34} = C_3 + C_4 = 3 \mu\text{F} + 4 \mu\text{F} = 7 \mu\text{F};$$

$$\textcircled{2} \quad C_{234} = \frac{C_2 \cdot C_{34}}{C_2 + C_{34}} = \frac{2 \mu\text{F} \cdot 7 \mu\text{F}}{2 \mu\text{F} + 7 \mu\text{F}} = 1,56 \mu\text{F};$$

$$\textcircled{3} \quad C_{2345} = C_{234} + C_5 = 1,56 \mu\text{F} + 5 \mu\text{F} = 6,56 \mu\text{F};$$

$$\textcircled{4} \quad C_{12345} = \frac{C_1 \cdot C_{2345}}{C_1 + C_{2345}} = \frac{1 \mu\text{F} \cdot 6,56 \mu\text{F}}{1 \mu\text{F} + 6,56 \mu\text{F}} = 0,87 \mu\text{F};$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{C = 0,87 \mu\text{F}}};$$