

Aufgabe 4.1

Geg.: $l = 1,0 \text{ m}$; $a = 20 \text{ cm}$; $J_k = 30 \text{ kA}$;

Ges.: $F = ?$



Strom J_1 erzeugt in der Mittellinie des Leiters 2 die magn. Feldstärke

Kraft auf dem Leiter 2:

$$F = B_1 \cdot J_2 \cdot l \quad (2)$$

$$H_1 = \frac{J_1}{2\pi \cdot a} \quad ; \quad B_1 = \mu \cdot H_1$$

$$\leadsto B_1 = \frac{\mu \cdot J_1}{2\pi \cdot a} \quad (1)$$

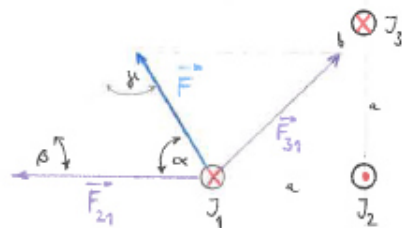
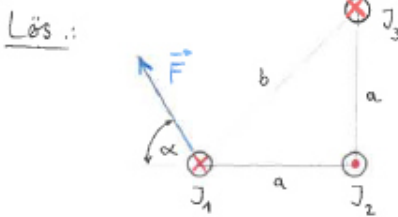
(1) in (2): $F = \frac{\mu \cdot J_1 \cdot J_2 \cdot l}{2\pi \cdot a}$ mit $J_1 = J_2 = J_k$

$$\Rightarrow \underline{F} = \frac{\mu \cdot J_k^2 \cdot l}{2\pi \cdot a} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}} \cdot (30 \cdot 10^3 \text{ A})^2 \cdot 1 \text{ m}}{2\pi \cdot 0,20 \text{ m}} = \underline{900 \text{ N}} ;$$

Aufgabe 4.2

Geg.: $a = 100 \text{ mm}$; $J_1 = 100 \text{ A}$; $F = 1,0 \cdot 10^{-2} \text{ N}$; $\alpha = 60^\circ$; $\mu_r = 1$;

Ges.: J_2 und J_3



- Leiter 1 u. Leiter 2 ziehen sich an!

- Leiter 1 u. Leiter 2 stoßen sich ab!

① Berechnung der Winkel:

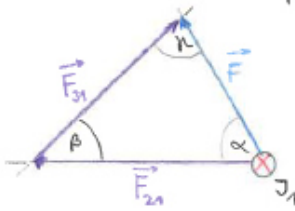
$$\tan \beta = \frac{a}{a} \leadsto \beta = \arctan 1 = 45^\circ$$

$$\Rightarrow \mu = 180^\circ - \alpha - \beta = 180^\circ - 60^\circ - 45^\circ = 75^\circ ;$$

② Berechnung der Länge b (Hyp.):

$$b = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2a^2} = \sqrt{2} \cdot a = \sqrt{2} \cdot 0,100 \text{ m} = 0,141 \text{ m} ;$$

③ Berechnung der Kräfte mit Sinussatz:



$$\frac{F_{21}}{F} = \frac{\sin \gamma}{\sin \beta} \quad \leadsto \quad \underline{F_{21}} = F \cdot \frac{\sin \gamma}{\sin \beta} =$$

$$= 0,01 \text{ N} \cdot \frac{\sin 75^\circ}{\sin 45^\circ} =$$

$$= \underline{0,0137 \text{ N}};$$

$$\frac{F_{31}}{F} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \quad \leadsto \quad \underline{F_{31}} = F \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = 0,01 \text{ N} \cdot \frac{\sin 60^\circ}{\sin 45^\circ} = \underline{0,0122 \text{ N}};$$

④ Berechnung der Ströme J_2 u. J_3 :

$$F_{21} = \frac{\mu_0 \cdot J_2 \cdot J_1 \cdot l}{2\pi \cdot a} \quad \text{und} \quad F_{31} = \frac{\mu_0 \cdot J_3 \cdot J_1 \cdot l}{2\pi \cdot b}$$

$$\leadsto \underline{J_2} = \frac{F_{21} \cdot 2\pi \cdot a}{\mu_0 \cdot J_1 \cdot l} =$$

$$= \frac{0,0137 \text{ N} \cdot 2\pi \cdot 0,1 \text{ m}}{4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}} \cdot 100 \text{ A} \cdot 1 \text{ m}} = \underline{68,5 \text{ A}};$$

$$\leadsto \underline{J_3} = \frac{F_{31} \cdot 2\pi \cdot b}{\mu_0 \cdot J_1 \cdot l} =$$

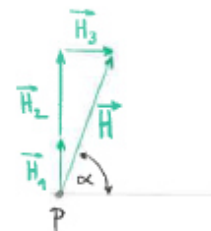
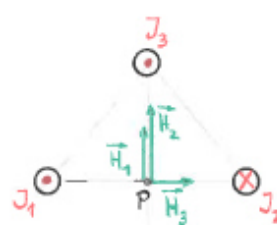
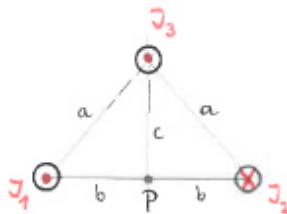
$$= \frac{0,0122 \text{ N} \cdot 2\pi \cdot 0,141 \text{ m}}{4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}} \cdot 100 \text{ A} \cdot 1 \text{ m}} = \underline{86,0 \text{ A}};$$

Aufgabe 4.3

Geq.: gleichschenkeliges Dreieck: $a = 120 \text{ mm}$; $2b = 160 \text{ mm}$;
 $J_1 = 65 \text{ A}$; $J_2 = 110 \text{ A}$; $J_3 = 45 \text{ A}$;

Ges.: a) H im Punkt P b) α

Lös.:



a)

① Berechnung der Länge c : $c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{(120 \text{ mm})^2 - (80 \text{ mm})^2} =$
 $= 89,4 \text{ mm};$

② Ermittlung der Feldstärken H_1 , H_2 u. H_3 :

$$H = \frac{J}{2\pi r}$$


Der Strom J_1 erzeugt ein Magnetfeld, dessen Feldlinien kreisförmig - entgegengesetzt dem Uhrzeigersinn - um den Leiter verlaufen.

Im Punkt P ist dieses Feld nach oben gerichtet u. besitzt hier eine Feldstärke mit dem Betrag:

$$\underline{H_1} = \frac{J_1}{2\pi b} = \frac{65 \text{ A}}{2\pi \cdot 8 \cdot 10^{-2} \text{ m}} = \underline{129 \frac{\text{A}}{\text{m}}};$$

Entsprechend erzeugen die Ströme J_2 u. J_3 im Punkt P die magn. Feldstärken mit dem Betrag:

$$\underline{H_2} = \frac{J_2}{2\pi b} = \frac{110 \text{ A}}{2\pi \cdot 8 \cdot 10^{-2} \text{ m}} = \underline{219 \frac{\text{A}}{\text{m}}};$$

③ Ermittlung der Gesamtfeldstärke H im Punkt P:

$$\underline{H} = \sqrt{(H_1 + H_2)^2 + H_3^2} = \sqrt{(129 + 219)^2 + 80^2} \frac{\text{A}}{\text{m}} = \underline{357 \frac{\text{A}}{\text{m}}};$$

$$\underline{H_3} = \frac{J_3}{2\pi \cdot c} = \frac{45 \text{ A}}{2\pi \cdot 8,34 \cdot 10^{-2} \text{ m}} = \underline{80 \frac{\text{A}}{\text{m}}};$$

b) Zwischen der Gesamtfeldstärke H und der Waagrechten besteht der Winkel:

$$\tan \alpha = \frac{H_1 + H_2}{H_3}$$

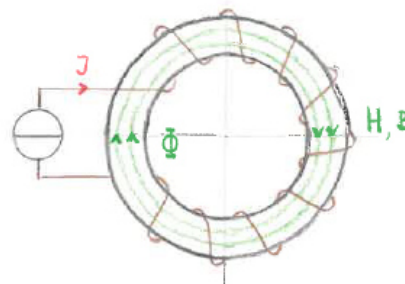
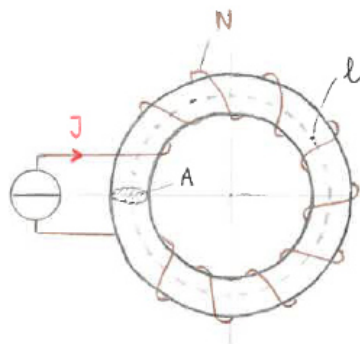
$$\rightarrow \underline{\alpha} = \arctan \frac{129 \frac{\text{A}}{\text{m}} + 219 \frac{\text{A}}{\text{m}}}{80 \frac{\text{A}}{\text{m}}} = \underline{77,0^\circ};$$

Aufgabe 4.4

Geg.: Keramikkern: $\mu_r = 1$, $l = 400 \text{ mm}$; $N = 600 \text{ Wdg.}$;
 $A = 700 \text{ mm}^2$, $J = 2,5 \text{ A}$;

Ges.: a) $H = ?$ u. $B = ?$ b) $\Phi = ?$

Lös.:



- a) Eine in der Ringmitte vorhandene magn. Feldlinie hat die Länge l .
Damit herrscht hier die magn. Feldstärke:

$$\underline{H} = \frac{J \cdot N}{l} = \frac{2,5 \text{ A} \cdot 600}{0,4 \text{ m}} = \underline{3.750 \frac{\text{A}}{\text{m}}};$$

die verursacht bei $\mu_r = 1$ an der gleichen Stelle die magn. Flussdichte:

$$\underline{B} = \mu \cdot H = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot H = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}} \cdot 1 \cdot 3,75 \cdot 10^3 \frac{\text{A}}{\text{m}} = 4,71 \cdot 10^{-3} \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2} = \underline{4,71 \text{ mT}};$$

- b) Der im Ring erzeugte magn. Fluss beträgt:

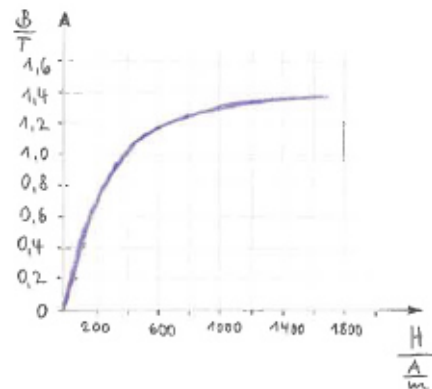
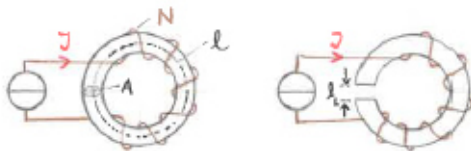
$$\underline{\Phi} = B \cdot A = 4,71 \cdot 10^{-3} \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2} \cdot 700 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 = 3,30 \cdot 10^{-6} \text{ Vs} = \underline{3,30 \mu\text{Wb}};$$

Aufgabe 4.5

Geg.: Eisenring: $A = 720 \text{ mm}^2$, $l = 460 \text{ mm}$; $N = 800$ Wdg.;
 $\Phi = 8,3 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}$;

Ges.: a) $J = ?$ b) $J' = ?$ bei Luftspalt von $l_L = 0,5 \text{ mm}$,

Lös.:



- a) Der geforderte magn. Fluss bedingt eine im Ring notwendige (mittlere) Flussdichte von:

$$\underline{B} = \frac{\Phi}{A} = \frac{8,3 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}}{720 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2} = \underline{1,15 \text{ T}};$$

Für diesen Wert kann aus dem Diagramm die zugehörige Feldstärke $H = 550 \frac{\text{A}}{\text{m}}$ entnommen werden!

$$\underline{J} = \frac{H \cdot l}{N} = \frac{550 \frac{\text{A}}{\text{m}} \cdot 0,46 \text{ m}}{800} = \underline{0,32 \text{ A}};$$

- b) Wird ein Luftspalt eingefügt, so besteht der magn. Kreis aus zwei Abschnitten, dem Eisenweg l_E u. dem Luftspaltweg l_L . Die magn. Flussdichte ist in beiden Abschnitten gleich groß u. beträgt $B = 1,15 \text{ T}$!

$$J' \cdot N = H_E \cdot l_E + H_L \cdot l_L \quad ; \quad H_E = 550 \frac{\text{A}}{\text{m}} \quad (\text{aus Diagramm})$$

$$H_L = \frac{B_L}{\mu_0} = \frac{1,15 \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2}}{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}} = 9,17 \cdot 10^5 \frac{\text{A}}{\text{m}} ;$$

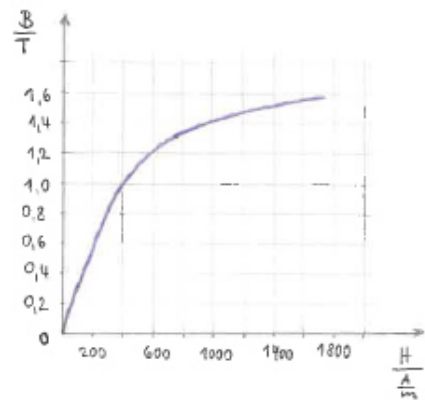
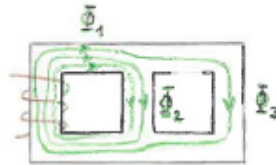
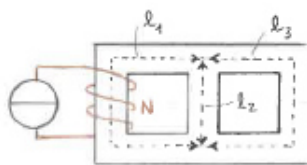
$$\underline{J'} = \frac{H_E \cdot l_E + H_L \cdot l_L}{N} = \frac{550 \frac{\text{A}}{\text{m}} \cdot 0,46 \text{ m} + 9,17 \cdot 10^5 \frac{\text{A}}{\text{m}} \cdot 0,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}}{800} = \underline{0,89 \text{ A}} ;$$

Aufgabe 4.6

Gegeben: $N = 200$ Wdg. ; $A = 700 \text{ mm}^2$; $l_1 = l_3 = 280 \text{ mm}$; $l_2 = 100 \text{ mm}$;
 $\Phi_3 = 2,3 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}$;

Gesucht: $J = ?$

Lösung:



Der im rechten Schenkel geforderte magn. Fluss Φ_3 bedingt dort eine magn. Flussdichte

$$B_3 = \frac{\Phi_3}{A} = \frac{2,3 \cdot 10^{-4} \text{ Vs}}{700 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2} = 0,33 \text{ T} ;$$

Für diesen Wert kann aus dem Diagramm die zugehörige Feldstärke $H_3 = 100 \frac{\text{A}}{\text{m}}$ entnommen werden!



$$\Phi_2 = \Phi_3$$

$$H_2 \cdot l_2 = H_3 \cdot l_3 \quad \leadsto \quad \underline{H_2 = H_3 \cdot \frac{l_3}{l_2} = 100 \frac{\text{A}}{\text{m}} \cdot \frac{0,280 \text{ m}}{0,100 \text{ m}} = 280 \frac{\text{A}}{\text{m}} ;}$$

$$\text{mit } \Theta = J \cdot N$$

$$\Phi = B \cdot A = \mu \cdot H \cdot A$$

$$R_m = \frac{l}{\mu \cdot A}$$

$$H = \frac{\Theta}{l} = \frac{J \cdot N}{l}$$

⇒ aus dem Diagramm ergibt sich für $B_2 = 0,95 \text{ T}$,

$$\Rightarrow \Phi_2 = B_2 \cdot A = 0,95 \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2} \cdot 700 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 = 6,65 \cdot 10^{-4} \text{ Vs}$$

Der magn. Fluss
im linken Schenkel beträgt: $\Phi_1 = \Phi_2 + \Phi_3 = 6,65 \cdot 10^{-4} \text{ Vs} + 2,3 \cdot 10^{-4} \text{ Vs} = 8,95 \cdot 10^{-4} \text{ Vs}$;

Somit ergibt sich für den linken Schenkel eine Flussdichte $B_1 = \frac{\Phi_1}{A} = \frac{8,95 \cdot 10^{-4} \text{ Vs}}{700 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2} = 1,28 \text{ T}$;

⇒ aus dem Diagramm ergibt sich für $H_1 = 700 \frac{\text{A}}{\text{m}}$;

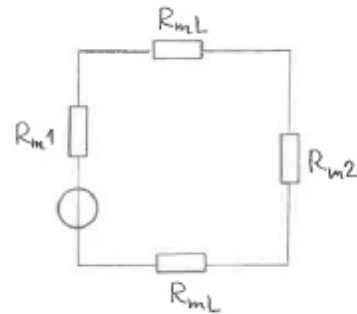
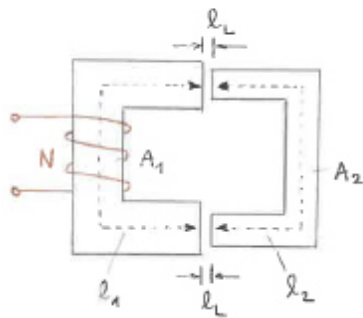
$$\begin{aligned} \textcircled{c} = J \cdot N = H_1 \cdot l_1 + H_2 \cdot l_2 &\Rightarrow \underline{J = \frac{H_1 \cdot l_1 + H_2 \cdot l_2}{N} = \frac{700 \frac{\text{A}}{\text{m}} \cdot 0,28 \text{ m} + 280 \frac{\text{A}}{\text{m}} \cdot 0,18 \text{ m}}{200}} \\ &= \underline{1,12 \text{ A}}; \end{aligned}$$

Aufgabe 4.7

Geg.: $M_r = 3.500$; $N = 150$ Wdg.; $A_1 = 600 \text{ mm}^2$; $A_2 = 480 \text{ mm}^2$;
 $l_1 = 125 \text{ mm}$; $l_2 = 120 \text{ mm}$; $l_L = 0,15 \text{ mm}$;

Ges.: $L = ?$ (Für die Berechnung kann die Luftspaltfläche A_L
gleich dem Eisenguerschnitt A_2 gesetzt werden.)

Lös.:



① Berechnung der magn. Widerstände:

$$R_m = \frac{l}{\mu \cdot A}$$

$$R_{m1} = \frac{l_1}{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot A_1} = \frac{0,125 \text{ m}}{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}} \cdot 3.500 \cdot 600 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2} = 4,7 \cdot 10^4 \frac{\text{A}}{\text{Vs}} ;$$

$$R_{m2} = \frac{l_2}{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot A_2} = \frac{0,120 \text{ m}}{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}} \cdot 3.500 \cdot 480 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2} = 5,7 \cdot 10^4 \frac{\text{A}}{\text{Vs}} ;$$

$$R_{mL} = \frac{l_L}{\mu_0 \cdot A_L} = \frac{0,15 \cdot 10^{-3} \text{ m}}{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}} \cdot 480 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2} = 24,9 \cdot 10^4 \frac{\text{A}}{\text{Vs}} \quad (\cong \text{magn. Widerstand eines Luftspaltes!})$$

\uparrow
 $= A_2!$

Da alle magn. Widerstände nach der im Bild angegebenen magn. Ersatzschaltung in Reihe liegen, beträgt der insgesamt vorhandene magn. Widerstand

$$\underline{R_m} = R_{m1} + R_{m2} + 2 \cdot R_{mL} = (4,7 + 5,7 + 2 \cdot 24,9) \cdot 10^4 \frac{\text{A}}{\text{Vs}} = \underline{60,2 \cdot 10^4 \frac{\text{A}}{\text{Vs}}} ;$$

$$\underline{L} = \frac{N^2}{R_m} = \frac{150^2}{60,2 \cdot 10^4 \frac{\text{A}}{\text{Vs}}} = 37,4 \cdot 10^{-3} \text{ H} = \underline{37,4 \text{ mH}} ;$$