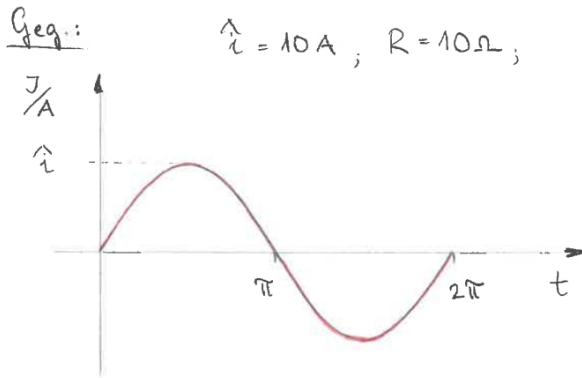


Aufgabe 5.1



- Ges.:
- Effektivwert J_{eff} ,
 - im Widerstand R erzeugte Wärmeleistung P ;

Lös.:

a) Effektivwert: $J_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T i^2 \cdot dt}$

mit $i = \hat{i} \cdot \sin \omega t$: $J_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} \hat{i}^2 \cdot \sin^2 \omega t \, d\omega t}$

$$\int_0^{2\pi} \sin^2 \omega t \, d\omega t = \left(\frac{1}{2} \omega t - \frac{1}{4} \sin 2\omega t \right) \Big|_0^{2\pi} = \frac{1}{2} \cdot 2\pi - \frac{1}{4} \cdot \underbrace{\sin 4\pi}_0 = \pi;$$

$$\underline{J_{\text{eff}}} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \cdot \hat{i}^2 \cdot \pi} = \underline{\frac{\hat{i}}{\sqrt{2}}};$$

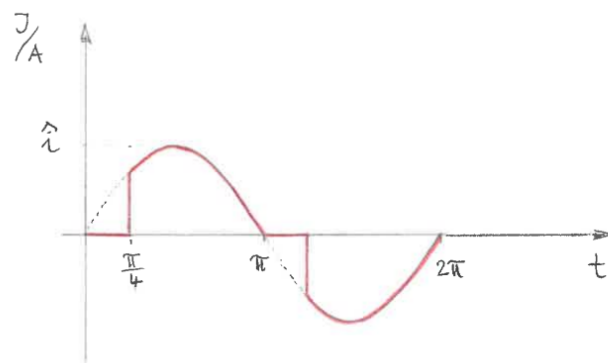
- b) im Widerstand R erzeugte Wärmeleistung: $P = J^2 \cdot R$; $J = J_{\text{eff}}$

$$\underline{P} = \left(\frac{\hat{i}}{\sqrt{2}} \right)^2 \cdot R = \frac{(10 \text{ A})^2}{2} \cdot 10 \frac{\text{V}}{\text{A}} = \underline{500 \text{ W}};$$

Gegeben: $\hat{i} = 10 \text{ A}$; $R = 10 \Omega$;

Gesucht: c) Effektivwert J_{eff} ,

d) im Widerstand R erzeugte Wärmeleistung P ;



Lösung:

c) Effektivwert: $J_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T i^2 dt}$

mit $i = \hat{i} \cdot \sin \omega t$:

$$\int_0^{2\pi} i^2 d\omega t = 2 \int_0^{\pi} i^2 d\omega t = 2 \int_{\alpha}^{\pi} \hat{i}^2 \cdot \sin^2 \omega t d\omega t =$$

$$= 2 \cdot \hat{i}^2 \cdot \left(\frac{1}{2} \omega t - \frac{1}{4} \sin 2\omega t \right) \Big|_{\alpha}^{\pi} = 2 \cdot \hat{i}^2 \cdot \left[\left(\frac{1}{2} \cdot \pi - \frac{1}{4} \cdot \sin 2\pi \right) - \left(\frac{1}{2} \alpha - \frac{1}{4} \cdot \sin 2\alpha \right) \right] =$$

$$= 2 \cdot \hat{i}^2 \cdot \left[\frac{\pi}{2} - \frac{\alpha}{2} + \frac{1}{4} \cdot \sin 2\alpha \right] = \hat{i}^2 \cdot \left[\pi - \alpha + \frac{1}{2} \cdot \sin 2\alpha \right];$$

mit $\alpha = \frac{\pi}{4} = 45^\circ$ und $\hat{i} = 10 \text{ A}$:

$$\underline{J_{\text{eff}}} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \cdot \hat{i}^2 \cdot \left(\pi - \alpha + \frac{1}{2} \cdot \sin 2\alpha \right)} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \cdot (10 \text{ A})^2 \cdot \left(\pi - \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \cdot \sin 2 \cdot \frac{\pi}{4} \right)} =$$

$$= \sqrt{\frac{1}{2\pi} \cdot 100 \text{ A}^2 \cdot \left(\frac{3}{4} \pi + \frac{1}{2} \right)} = \sqrt{45,46 \text{ A}^2} = \underline{6,74 \text{ A}};$$

d)

im Widerstand R

$$P = J^2 \cdot R \quad \text{mit } J = J_{\text{eff}};$$

erzeugte Wärmeleistung:

$$\underline{P} = (6,74 \text{ A})^2 \cdot 10 \frac{\text{V}}{\text{A}} = \underline{4546 \text{ W}};$$