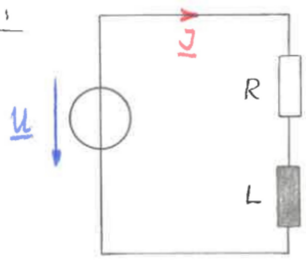
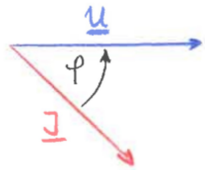
Aufgabe 6.1

Geg.: $L = 175\,mH$; $R = 40\,\Omega$; $\underline{U} = 230\,V$; $f = 50\,Hz$;

Ges.: a) $J = ?$ b) φ zwischen $\underline{U}$ und $\underline{J}$?

Lös.:





① Blindwiderstand der Spule: $X_L = \underbrace{2\cdot\pi\cdot f}_{\omega}\cdot L = 2\cdot\pi\cdot 50\,\frac{1}{s}\cdot 175\cdot 10^{-3}\,\frac{Vs}{A} = 55{,}0\,\Omega$;

② Impedanz der R-L-Reihenschaltung (komplexe Darstellung): $\underline{Z} = R + j\omega L = (40 + j\,55{,}0)\,\Omega = 68{,}0\,\Omega\cdot e^{j\,54{,}0°}$;

$$\underline{\underline{\varphi}} = \arctan\frac{X_L}{R} = \arctan\frac{55{,}0\,\Omega}{40\,\Omega} = 54{,}0°$$

$$\underline{\underline{Z}} = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{(40\,\Omega)^2 + (55{,}0\,\Omega)^2} = \underline{\underline{68{,}0\,\Omega}}$$

③ Durch Anwendung des ohmschen Gesetzes ergibt sich für den Strom (wenn $\underline{U}$ als reel angesetzt wird):

$$\underline{J} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}} = \frac{230\,V}{68{,}0\,\frac{V}{A}\cdot e^{j\,54{,}0°}} = 3{,}38\,A\cdot e^{-j\,54{,}0°};$$

a) $\Rightarrow$ Der Strom $\underline{J}$ hat einen Betrag (Effektivwert) von $J = 3{,}38\,A$;

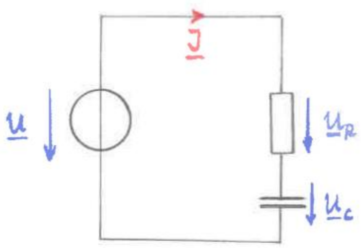
b) $\Rightarrow$ Der Strom $\underline{J}$ eilt der Spannung $\underline{U}$ um den Phasenverschiebungswinkel $\varphi = 54{,}0°$ nach;

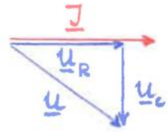
Aufgabe 6.2

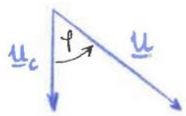
Geg.: $R = 750\,\Omega$; $C = 250\,nF$; $\underline{J} = 50\,mA$; $f = 800\,Hz$;

Ges.: a) U_R, U_C, U ? b) φ zwischen $\underline{U}_C$ u. $\underline{U}$?

Lös.:







① Blindwiderstand des Kondensators: $X_C = \dfrac{1}{\underbrace{2\pi \cdot f}_{\omega} \cdot C} = \dfrac{1}{2 \cdot \pi \cdot 800\,\frac{1}{s} \cdot 250 \cdot 10^{-9}\,\frac{As}{V}} = 796\,\Omega$;

② Spannungen: (komplexe Darstellung) $\underline{U}_R = \underline{J} \cdot R = 50 \cdot 10^{-3}\,A \cdot 750\,\frac{V}{A} = \underline{\underline{37{,}5\,V}}$;

$$\underline{U}_C = \underline{J} \cdot \frac{1}{j\omega C} = \underline{J} \cdot \Big(-j \underbrace{\frac{1}{\omega C}}_{X_C}\Big) = 50 \cdot 10^{-3}\,A \cdot (-j\,796\,\Omega) = \underline{\underline{39{,}8\,V \cdot e^{-j90°}}} ;$$

$$\underline{U} = \underline{U}_R + \underline{U}_C = 37{,}5\,V + 39{,}8\,V \cdot e^{-j90°} = \underline{\underline{54{,}7\,V \cdot e^{-j46{,}7°}}} ;$$

$$U = \sqrt{U_R^2 + U_C^2} = \sqrt{(37{,}5\,V)^2 + (39{,}8\,V)^2} = \underline{\underline{54{,}7\,V}}$$

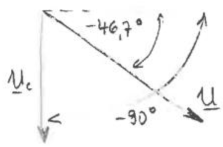
$$\varphi = \arctan \frac{U_C}{U_R} = \arctan \frac{39{,}8\,V}{37{,}5\,V} = \underline{\underline{46{,}7°}}$$

a) Die Spannungen haben die Beträge: $U_R = 37{,}5\,V$; $U_C = 39{,}8\,V$; $U = 54{,}7\,V$

b) Die Spannung $\underline{U}$ eilt der Spannung $\underline{U}_C$ um den Phasenverschiebungswinkel

$$\varphi = -46{,}7° - (-90°) = \underline{\underline{43{,}3°}}$$

voraus;

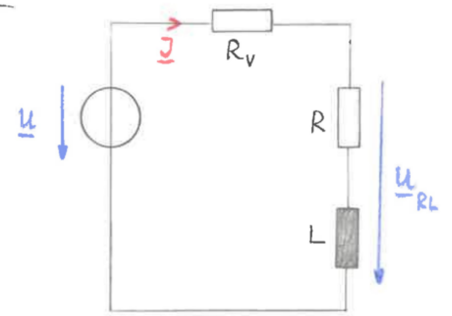


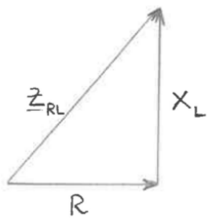
Aufgabe 6.3

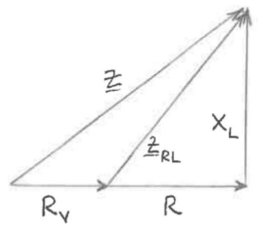
Geg.: $L = 50\,mH$; $R = 150\,\Omega$; $U = 48\,V$; $f = 800\,Hz$; $U_{RL} = 30\,V$;

Ges.: $R_V = ?$

Lös.:







① Blindwiderstand der Spule : $X_L = \omega L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L = 2 \cdot \pi \cdot 800 \frac{1}{s} \cdot 50 \cdot 10^{-3} \frac{Vs}{A} = 251\,\Omega$;

② Impedanz der R-L-Reihenschaltung (komplexe Darstellung) : $\underline{Z}_{RL} = R + j\omega L = 150\,\Omega + j\,251\,\Omega = 292\,\Omega \cdot e^{j\,59{,}1^\circ}$;

$\varphi = \arctan \frac{X_L}{R} = \arctan \frac{251\,\Omega}{150\,\Omega} = 59{,}1^\circ$

$Z_{RL} = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{(150\,\Omega)^2 + (251\,\Omega)^2} = 292{,}4\,\Omega$

③ Strom : $\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}} = \frac{\underline{U}_{RL}}{\underline{Z}_{RL}}$

④ Betrag der Gesamtimpedanz (Gesamt-Scheinwiderstand) : $Z = Z_{RL} \cdot \frac{U}{U_{RL}} = 292\,\Omega \cdot \frac{48\,V}{30\,V} = 467\,\Omega$;

⑤ Die Gesamtimpedanz setzt sich zusammen : $Z^2 = (R_V + R)^2 + X_L^2$

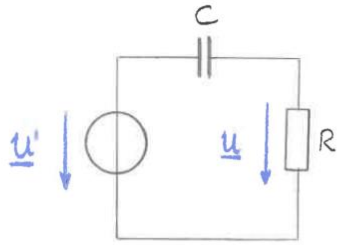
$\Rightarrow R_V = \sqrt{Z^2 - X_L^2} - R = \sqrt{(467\,\Omega)^2 - (251\,\Omega)^2} - 150\,\Omega = 244\,\Omega$;

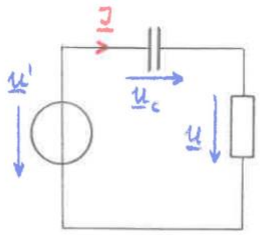
Aufgabe 6.4

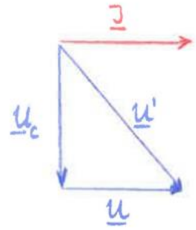
Geg.: $U = 230\,V$; $R = 53\,\Omega$; $U' = 400\,V$; $f = 50\,Hz$; $U = 230\,V$;

Ges.: $C = ?$

Lös.:







(1) Strom: $J = \frac{U}{R} = \frac{230\,V}{53\,\frac{V}{A}} = 4{,}34\,A$;

(2) Berechnung der Spannung am Kondensator: (siehe Zeigerdiagramm)

$$U_c = \sqrt{U'^2 - U^2} = \sqrt{(400\,V)^2 - (230\,V)^2} =$$
$$= 327\,V\;;$$

(3) Strom: $J = \frac{U_c}{X_c}$ mit $X_c = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot C} \curvearrowright C = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot X_c}$

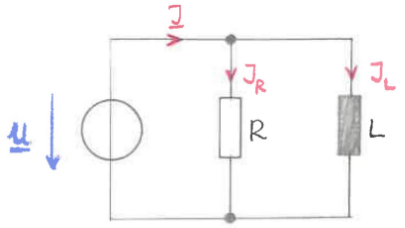
$$C = \frac{J}{2\pi \cdot f \cdot U_c} = \frac{4{,}34\,A}{2\pi \cdot 50\,\frac{1}{s} \cdot 327\,V} = 42{,}25 \cdot 10^{-6}\,\frac{As}{V} =$$
$$= 42{,}25\,\mu F\;;$$

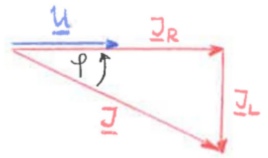
Aufgabe 6.5

Geg.: $R = 100\,\Omega$; $L = 72\,\text{mH}$; $\underline{U} = 36\,\text{V}$; $f = 400\,\text{Hz}$;

Ges.: a) I_R u. I_L ? b) φ zwischen $\underline{I}$ u. $\underline{U}$?

Lös.:





① Blindwiderstand der Spule:

$$X_L = \underbrace{2\pi \cdot f}_{\omega} \cdot L = 2 \cdot \pi \cdot 400\,\tfrac{1}{s} \cdot 72 \cdot 10^{-3}\,\tfrac{Vs}{A} = 181\,\Omega\,;$$

② Ströme: (komplexe Darstellung)

$$\underline{I}_R = \frac{\underline{U}}{R} = \frac{36\,V}{100\,\frac{V}{A}} = 360\,\text{mA}\,;$$

$$\underline{I}_L = \frac{\underline{U}}{j\omega L} = \frac{36\,V}{j\,181\,\Omega} = -j\,199\,\text{mA}\,;$$

$$\underline{I} = \underline{I}_R + \underline{I}_L = 360\,\text{mA} - j\,199\,\text{mA} = 411\,\text{mA} \cdot e^{-j\,28{,}9°};$$

$$\underline{I} = \sqrt{I_R^2 + I_L^2} = \sqrt{(360\,\text{mA})^2 + (199\,\text{mA})^2} = \underline{\underline{411\,\text{mA}}}\,;$$

$$\underline{\varphi} = \arctan\frac{I_L}{I_R} = \arctan\frac{199\,\text{mA}}{360\,\text{mA}} = \underline{\underline{28{,}9°}}\,;$$

a) Effektivwerte d. Ströme: (Beträge) $\underline{\underline{I_R = 360\,\text{mA}}}$; $\underline{\underline{I_L = 199\,\text{mA}}}$; $\underline{\underline{I = 411\,\text{mA}}}$;

b) der Strom $\underline{I}$ eilt der Spannung $\underline{U}$ um den Phasenverschiebungswinkel

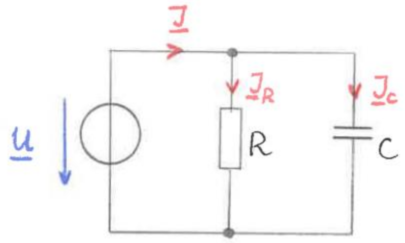
$\underline{\underline{\varphi = 28{,}9°}}$ nach,

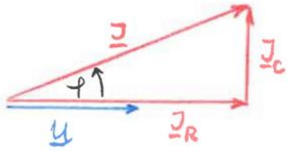
Aufgabe 6.6

Geg.: $R = 100\,\Omega$; $C = 2\,\mu F$; $\underline{U} = 36\,V$; $f = 400\,Hz$;

Ges.: a) J_R u. J_L ? b) φ zwischen $\underline{J}$ u. $\underline{U}$?

Lös.:





① Blindwiderstand des Kondensators :

$$X_c = \frac{1}{\underbrace{2\pi \cdot f}_{\omega} \cdot C} = \frac{1}{2\pi \cdot 400\,\frac{1}{s} \cdot 2 \cdot 10^{-6}\,\frac{As}{V}} = 199\,\Omega\,;$$

② Ströme : (komplexe Darstellung)

$$\underline{J}_R = \frac{\underline{U}}{R} = \frac{36\,V}{100\,\frac{V}{A}} = 360\,mA\,;$$

$$\underline{J}_C = \underline{U} \cdot j\omega C = 36\,V \cdot j\,\frac{1}{199\,\frac{V}{A}} = j\,181\,mA\,;$$

$$\underline{J} = \underline{J}_R + \underline{J}_L = 360\,mA + j\,181\,mA = 403\,mA \cdot e^{j26{,}7^\circ}\,;$$

$$J = \sqrt{J_R^2 + J_C^2} = \sqrt{(360\,mA)^2 + (181\,mA)^2} = 403\,mA\,;$$

$$\varphi = \arctan\frac{J_C}{J_L} = \arctan\frac{181\,mA}{360\,mA} = 26{,}7^\circ\,;$$

a) Effektivwerte d. Ströme : (Beträge) $J_R = 360\,mA$; $J_C = 181\,mA$; $J = 403\,mA$

b) der Strom $\underline{J}$ eilt der Spannung $\underline{U}$ um den Phasenverschiebungswinkel $\varphi = 26{,}7^\circ$ voraus ;