

LEHRBUCH

Wilfried Pläßmann  
Detlef Schulz *Hrsg.*

# Formeln und Tabellen Elektrotechnik

Arbeitshilfen für das technische Studium

*2. Auflage*

 Springer Vieweg

---

# Formeln und Tabellen Elektrotechnik

Wilfried Pläßmann, Detlef Schulz (Hrsg.)

## **Vieweg Formeln und Tabellen Elektrotechnik**

Beiträge und Mitarbeiter

---

|   |   |
|---|---|
| <b>Mathematik</b>   | Prof. Dr. Arnfried Kemnitz                                  |
| <b>Physik</b>   | Dr. Horst Steffen   |
| <b>Werkstoffkunde</b>                                     | Prof. Dipl.-Ing. Egon Döring                                |
| <b>Elektrotechnik</b>                                     | Reinhard von Liebenstein<br>Dr. Horst Steffen               |
| <b>Elektronik</b>   | Peter Döring  |
| <b>Technische Kommunikation/<br/>Technisches Zeichnen</b> | Peter Döring<br>Heribert Gierens †                          |
| <b>Datentechnik</b>                                       | Dr. Dieter Conrads<br>Heribert Gierens †                    |
| <b>Automatisierungstechnik</b>                            | Günter Wellenreuther<br>Dieter Zastrow                      |
| <b>Messtechnik</b>  | Prof. Dr. Wilfried Pläßmann                                 |
| <b>Energietechnik</b>                                     | Reinhard von Liebenstein                                    |
| <b>Nachrichtentechnik</b>                                 | Prof. Dipl.-Ing. Egon Döring<br>Prof. Dr. Wilfried Pläßmann |
| <b>Signal- und Systemtheorie</b>                          | Prof. Dr. Wilfried Pläßmann                                 |

---

Wilfried Pläßmann • Detlef Schulz (Hrsg.)

# Formeln und Tabellen Elektrotechnik

Arbeitshilfen für das technische Studium

2., korrigierte Auflage

Mit über 1700 Stichworten

*Herausgeber*  
Wilfried Plaßmann  
Bad Nenndorf, Deutschland

Detlef Schulz  
Hamburg, Deutschland

Die erste Auflage erschien unter dem Titel „Böge/Plaßmann (Hrsg.), Formeln und Tabellen Elektrotechnik“.

ISBN 978-3-8348-0525-6  
DOI 10.1007/978-3-8348-2023-5

ISBN 978-3-8348-2023-5 (eBook)

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Springer Vieweg

© Springer Fachmedien Wiesbaden 2007, 2014

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die nicht ausdrücklich vom Urheberrechtsgesetz zugelassen ist, bedarf der vorherigen Zustimmung des Verlags. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Bearbeitungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürfen.

Gedruckt auf säurefreiem und chlorfrei gebleichtem Papier

Springer Vieweg ist eine Marke von Springer DE. Springer DE ist Teil der Fachverlagsgruppe Springer Science+Business Media.  
[www.springer-vieweg.de](http://www.springer-vieweg.de)

---

## Vorwort zur 2., korrigierten Auflage

Diese Formelsammlung erscheint in der 2., korrigierten Auflage und wendet sich an Ingenieure und Techniker in Ausbildung und Beruf. Die Unterteilung in 12 Kapitel erleichtert die Zuordnung zur speziellen Aufgabe, innerhalb der Kapitel können Informationen zu den interessierenden Themen schnell gefunden werden:

- In der linken Spalte sind die Begriffe auswählbar,
- in der mittleren Spalte folgen Erläuterungen zu den Begriffen,
- in der rechten Spalte zeigen Formeln den physikalischen Zusammenhang und die Einordnung in das elektrotechnische Gesamtsystem.

Tabellen und Diagramme geben einen Überblick über technische Daten und erleichtern die Entscheidung über die Einsatzmöglichkeiten. Ein umfangreiches Sachwortverzeichnis ermöglicht das zielgerechte Auffinden der gesuchten Begriffe.

Herausgeber, Autoren und Verlag danken für die Hinweise auf Fehler und sind auch weiterhin für Vorschläge zur Verbesserung des Werkes dankbar. Bitte verwenden Sie dazu die E-Mail-Adressen

wilfried.plassmann@hs-hannover.de und  
detlef.schulz@hsu-hh.de.

Hannover und Hamburg, Januar 2014

*Wilfried Plassmann*  
*Detlef Schulz*  
Herausgeber

# Inhaltsverzeichnis

|   |          |
|---|----------|
| Vorwort .....   | V        |
| <b>1 Mathematik .....</b>   | <b>1</b> |
| 1 Arithmetik .....  | 1        |
| 1.1 Mengen .....  | 1        |
| 1.2 Zahlenmengen .....  | 1        |
| 1.3 Grundrechenarten .....  | 1        |
| 1.4 Binomische Formeln .....                                      | 1        |
| 1.5 Bruchrechnung .....   | 1        |
| 1.6 Potenzrechnung .....  | 2        |
| 1.7 Wurzelrechnung .....  | 2        |
| 1.8 Logarithmen .....   | 3        |
| 1.9 Mittelwerte .....   | 4        |
| 1.10 Absolutbetrag .....  | 4        |
| 1.11 Intervalle .....   | 4        |
| 1.12 Komplexe Zahlen .....  | 5        |
| 2 Gleichungen .....   | 7        |
| 2.1 Gleichungsarten .....   | 7        |
| 2.2 Äquivalente Umformungen .....                                 | 7        |
| 2.3 Lineare Gleichungen .....                                     | 7        |
| 2.4 Quadratische Gleichungen .....                                | 7        |
| 2.5 Kubische Gleichungen .....                                    | 7        |
| 2.6 Polynome .....  | 8        |
| 2.7 Auf algebraische Gleichungen zurückführbare Gleichungen ..... | 8        |
| 2.8 Transzendente Gleichungen .....                               | 8        |
| 2.9 Lineare Gleichungssysteme .....                               | 8        |
| 3 Planimetrie .....   | 9        |
| 3.1 Geraden und Strecken .....                                    | 9        |
| 3.2 Winkel .....  | 9        |
| 3.3 Projektionen .....  | 10       |
| 3.4 Dreiecke .....  | 11       |
| 3.5 Vierecke .....  | 12       |
| 3.6 Reguläre $n$ -Ecke .....                                      | 14       |
| 3.7 Kreise .....  | 15       |
| 3.8 Symmetrie .....   | 17       |
| 3.9 Ähnlichkeit .....   | 18       |
| 4 Stereometrie .....  | 19       |
| 4.1 Prismen .....   | 19       |
| 4.2 Zylinder .....  | 19       |
| 4.3 Pyramiden .....   | 20       |
| 4.4 Kegel .....   | 21       |
| 4.5 Cavalierisches Prinzip .....                                  | 22       |
| 4.6 Polyeder .....  | 22       |
| 4.7 Kugeln .....  | 23       |

|          |  |           |
|----------|--|-----------|
| 5        | Funktionen .....                                       | 24        |
| 5.1      | Definition und Darstellungen .....                     | 24        |
| 5.2      | Verhalten von Funktionen .....                         | 24        |
| 5.3      | Einteilung der elementaren Funktionen .....            | 25        |
| 5.4      | Ganze rationale Funktionen .....                       | 26        |
| 5.5      | Gebrochene rationale Funktionen.....                   | 28        |
| 5.6      | Irrationale Funktionen .....                           | 29        |
| 5.7      | Transzendente Funktionen .....                         | 29        |
| 6        | Trigonometrie .....                                    | 31        |
| 6.1      | Definition der trigonometrischen Funktionen .....      | 31        |
| 6.2      | Trigonometrische Funktionen für beliebige Winkel ..... | 32        |
| 6.3      | Beziehungen für den gleichen Winkel .....              | 33        |
| 6.4      | Graphen der trigonometrischen Funktionen .....         | 33        |
| 6.5      | Reduktionsformeln .....                                | 33        |
| 6.6      | Sinussatz und Kosinussatz .....                        | 34        |
| 6.7      | Arkusfunktionen .....                                  | 34        |
| 7        | Analytische Geometrie .....                            | 36        |
| 7.1      | Koordinatensysteme .....                               | 36        |
| 7.2      | Geraden .....  | 37        |
| 7.3      | Kreise .....   | 38        |
| 7.4      | Kugeln .....   | 38        |
| 7.5      | Kegelschnitte .....                                    | 38        |
| 8        | Differenzial- und Integralrechnung .....               | 41        |
| 8.1      | Folgen .....   | 41        |
| 8.2      | Reihen .....   | 42        |
| 8.3      | Grenzwerte von Funktionen .....                        | 43        |
| 8.4      | Ableitung einer Funktion .....                         | 45        |
| 8.5      | Integralrechnung .....                                 | 47        |
| <b>2</b> | <b>Physik</b> .....                                    | <b>51</b> |
| 1        | Einführung .....                                       | 51        |
| 1.1      | Physikalische Größen .....                             | 51        |
| 1.2      | SI-System .....  | 51        |
| 2        | Mechanik .....   | 51        |
| 2.1      | Kinematik .....  | 51        |
| 2.1.1    | Gleichförmige Bewegung .....                           | 51        |
| 2.1.2    | Gleichmäßig beschleunigte Bewegung .....               | 51        |
| 2.1.3    | Freier Fall .....                                      | 52        |
| 2.1.4    | Senkrechter Wurf .....                                 | 52        |
| 2.1.5    | Schiefer Wurf .....                                    | 52        |
| 2.1.6    | Kreisbewegung, Rotation .....                          | 53        |
| 2.2      | Dynamik .....  | 53        |
| 2.2.1    | Newtonsche Axiome .....                                | 53        |
| 2.2.2    | Kraft .....  | 53        |
| 2.2.3    | Impuls, Drehimpuls .....                               | 54        |
| 2.2.4    | Arbeit, Energie .....                                  | 54        |
| 2.2.5    | Leistung, Wirkungsgrad .....                           | 55        |
| 2.2.6    | Trägheitsmoment .....                                  | 56        |
| 2.2.7    | Drehmoment .....                                       | 56        |

|          |  |           |
|----------|--|-----------|
| 3        | Flüssigkeiten und Gase .....                     | 57        |
| 3.1      | Druck .....                                      | 57        |
| 3.2      | Auftrieb .....                                   | 57        |
| 3.3      | Hydrodynamik .....                               | 57        |
| 4        | Thermodynamik .....                              | 58        |
| 4.1      | Temperaturskalen, Ausdehnung von Stoffen .....   | 58        |
| 4.2      | Ideale Gase .....                                | 58        |
| 4.3      | Wärmeleitung, Wärmestrahlung .....               | 59        |
| 5        | Harmonische Schwingungen .....                   | 59        |
| 5.1      | Ungedämpfte Schwingungen .....                   | 59        |
| 5.2      | Gedämpfte Schwingungen .....                     | 60        |
| 5.3      | Erzwungene Schwingungen, Resonanz .....          | 60        |
| 6        | Wellen .....                                     | 61        |
| 6.1      | Ausbreitung .....                                | 61        |
| 6.2      | Reflexion, Brechung .....                        | 61        |
| 6.3      | Beugung .....                                    | 61        |
| 7        | Optik .....                                      | 62        |
| 7.1      | Geometrische Optik, Abbildung durch Linsen ..... | 62        |
| 7.2      | Photometrie .....                                | 63        |
| 8        | Naturkonstante .....                             | 64        |
| <b>3</b> | <b>Werkstoffkunde .....</b>                      | <b>65</b> |
| 1        | Stoffe .....                                     | 65        |
| 1.1      | Eigenschaften der Stoffe .....                   | 65        |
| 1.2      | Atombau und Periodensystem .....                 | 65        |
| 1.3      | Aufbau der festen Körper .....                   | 66        |
| 1.4      | Chemische Grundzusammenhänge .....               | 67        |
| 1.5      | Elektrochemie .....                              | 67        |
| 2        | Elektrische Leitfähigkeit .....                  | 68        |
| 2.1      | Leitungsmechanismus .....                        | 68        |
| 2.2      | Isolator .....                                   | 69        |
| 2.3      | Halbleiter .....                                 | 69        |
| 2.4      | Normalleiter .....                               | 69        |
| 2.5      | Supraleiter .....                                | 70        |
| 2.6      | Halleffekt .....                                 | 70        |
| 3        | Elektrische Leiter .....                         | 71        |
| 3.1      | Normalleiter .....                               | 71        |
| 3.2      | Halbleiter .....                                 | 71        |
| 3.3      | Supraleiter .....                                | 72        |
| 4        | Magnetische Leitfähigkeit .....                  | 73        |
| 4.1      | Modellvorstellung .....                          | 73        |
| 4.2      | Verhalten von Materie im Magnetfeld .....        | 73        |
| 4.3      | Magnetisierung .....                             | 75        |
| 4.4      | Magnetisierungskurve .....                       | 75        |
| 4.5      | Permeabilität .....                              | 76        |
| 5        | Magnetika .....                                  | 76        |
| 5.1      | Weichmagnetika .....                             | 76        |
| 5.2      | Hartmagnetika (Dauermagnete) .....               | 77        |

|          |   |           |
|----------|---|-----------|
| 6        | Dielektrische Eigenschaften .....                         | 77        |
| 6.1      | Modellvorstellungen zur dielektrischen Polarisation ..... | 77        |
| 6.2      | Materialeinteilung .....                                  | 78        |
| 6.2.1    | Dielektrische Materialien .....                           | 78        |
| 6.2.2    | Elektrische Materialien .....                             | 78        |
| 7        | Dielektrika .....   | 79        |
| 7.1      | Natürliche anorganische Dielektrika .....                 | 79        |
| 7.2      | Natürliche organische Dielektrika .....                   | 80        |
| 7.3      | Künstliche anorganische Dielektrika .....                 | 80        |
| 7.4      | Künstliche organische Dielektrika .....                   | 80        |
| 7.5      | Silikone .....  | 81        |
| 8        | Literaturhinweise .....                                   | 81        |
| <b>4</b> | <b>Elektrotechnik</b> .....                               | <b>83</b> |
| 1        | Grundbegriffe .....                                       | 83        |
| 2        | Der Gleichstromkreis .....                                | 83        |
| 2.1      | Kirchhoffsche Gesetze .....                               | 83        |
| 2.2      | Schaltung von Widerständen .....                          | 84        |
| 2.3      | Energie, Leistung, Wirkungsgrad .....                     | 85        |
| 3        | Das Elektrische Feld .....                                | 85        |
| 3.1      | Grundgrößen .....   | 85        |
| 3.2      | Kondensatoren .....                                       | 86        |
| 3.2.1    | Kapazität .....   | 86        |
| 3.2.2    | Schaltungen mit Kondensatoren .....                       | 87        |
| 4        | Das Magnetische Feld .....                                | 87        |
| 4.1      | Grundgrößen .....   | 87        |
| 4.2      | Kräfte im Magnetfeld .....                                | 88        |
| 4.2.1    | Kräfte auf Ladungen .....                                 | 88        |
| 4.3      | Materie im Magnetfeld .....                               | 89        |
| 4.3.1    | Definitionen .....  | 89        |
| 4.3.2    | Stoffmagnetismus .....                                    | 90        |
| 4.4      | Magnetische Kreise .....                                  | 90        |
| 5        | Induktion .....   | 91        |
| 5.1      | Induktionsgesetz .....                                    | 91        |
| 5.2      | Induktivität von Spulen .....                             | 91        |
| 5.3      | Ein- und Ausschaltvorgänge .....                          | 92        |
| <b>5</b> | <b>Elektronik</b> .....                                   | <b>93</b> |
| 1        | Dioden .....  | 93        |
| 1.1      | Begriffe .....  | 93        |
| 1.2      | Gleichrichter .....                                       | 94        |
| 1.3      | Glättung, Siebung .....                                   | 95        |
| 1.4      | Spannungsstabilisierung .....                             | 96        |
| 2        | Transistor (Bipolar) .....                                | 97        |
| 2.1      | Grenz- und Kennwerte .....                                | 99        |
| 2.2      | Ersatzschaltbild mit $h$ -Parameter .....                 | 100       |
| 3        | Feldeffekttransistoren (unipolare Transistoren) .....     | 102       |
| 3.1      | Sperrschicht-FET (selbstleitend) .....                    | 102       |
| 3.2      | Insulated-Gate-FET (MOS-FET) .....                        | 103       |
| 3.3      | Ersatzschaltbild mit $y$ -Parameter .....                 | 104       |

|          |  |            |
|----------|--|------------|
| 4        | Bipolar-Transistor als Verstärker .....                    | 105        |
| 4.1      | Grundsaltungen des bipolaren Transistors .....             | 106        |
| 4.2      | Arbeitspunkteinstellung, -stabilisierung .....             | 108        |
| 4.3      | Dimensionierung von Schaltungen .....                      | 109        |
| 5        | FET-Transistor als Verstärker .....                        | 112        |
| 5.1      | Arbeitspunkteinstellung und -stabilisierung .....          | 113        |
| 5.2      | Dimensionierung von Schaltungen .....                      | 113        |
| 6        | Mehrstufige Verstärker .....                               | 116        |
| 7        | Endstufen .....  | 117        |
| 8        | Operationsverstärker .....                                 | 118        |
| 9        | Elektronische Schalter, Kippstufen .....                   | 121        |
| 9.1      | Transistor als Schalter .....                              | 121        |
| 9.2      | Kippschaltungen mit Transistoren .....                     | 122        |
| 9.3      | Kippschaltungen mit Operationsverstärker .....             | 124        |
| 10       | Optoelektronik .....                                       | 126        |
| 11       | Leistungselektronik .....                                  | 128        |
| <b>6</b> | <b>Technische Kommunikation/Technisches Zeichnen .....</b> | <b>133</b> |
| 1        | Grundlagen der zeichnerischen Darstellung .....            | 133        |
| 1.1      | Normen für technische Zeichnungen .....                    | 133        |
| 1.2      | Darstellung und Bemaßung von Körpern .....                 | 134        |
| 1.3      | ISO-Toleranzsystem .....                                   | 136        |
| 1.4      | Projektion .....   | 137        |
| 1.5      | Schnitte .....   | 138        |
| 1.6      | Gewinde und Schrauben .....                                | 138        |
| 1.7      | Normteile und Konstruktionselemente .....                  | 139        |
| 1.8      | Wichtige Normteile des Maschinenbaues .....                | 144        |
| 2        | Schaltungsunterlagen .....                                 | 147        |
| 2.1      | VDE-Bestimmungen (Auszug) .....                            | 147        |
| 2.2      | Diagramme .....  | 148        |
| 2.3      | Schaltzeichen nach DIN EN 61082 und DIN EN 60617 .....     | 149        |
| 2.4      | Elektrische Betriebsmittel .....                           | 151        |
| 2.5      | Schaltungsunterlagen der Energietechnik .....              | 154        |
| <b>7</b> | <b>Datentechnik .....</b>                                  | <b>157</b> |
| 1        | Grundlagen .....   | 157        |
| 1.1      | Begriffe .....   | 157        |
| 1.2      | Grundverknüpfungen .....                                   | 158        |
| 1.3      | Gesetze und Regeln der Schaltalgebra .....                 | 159        |
| 1.4      | Normalform einer binären Funktion .....                    | 159        |
| 1.5      | Ersatz der Grundfunktion durch NAND- und NOR-Technik ..... | 160        |
| 1.6      | Schaltungsvereinfachung .....                              | 161        |
| 2        | Zahlen in Rechenanlagen .....                              | 162        |
| 2.1      | Zahlensysteme .....  | 162        |
| 2.2      | Rechnen mit Dualzahlen .....                               | 163        |
| 2.3      | Darstellung im Einer- und Zweierkomplement .....           | 163        |
| 3        | Codes .....  | 164        |

|          |  |            |
|----------|--|------------|
| 4        | Digitale Grundsaltungen .....  | 166        |
| 4.1      | Schaltnetze .....  | 166        |
| 4.2      | Schaltwerke .....  | 167        |
| 4.2.1    | Allgemein .....  | 167        |
| 4.2.2    | Flip-Flops .....   | 168        |
| 4.2.3    | Schieberegister, Zähler, Frequenzteiler .....  | 169        |
| 5        | Integrierte Schaltkreise der Digitaltechnik .....                                    | 171        |
| 5.1      | Begriffe .....   | 171        |
| 5.2      | Standardbausteine .....  | 175        |
| 5.2.1    | Technische Daten .....   | 175        |
| 5.2.2    | TTL- und CMOS-Familie (IC-Auswahl) .....   | 177        |
| 5.3      | Programmierbare Logikbausteine .....   | 178        |
| 6        | Mikrocomputertechnik .....   | 180        |
| 6.1      | Begriffe .....   | 180        |
| 6.2      | Mikroprozessoren .....   | 182        |
| 6.2.1    | Blockbild 8085 CPU .....   | 182        |
| 6.2.2    | Kurzbeschreibung .....   | 183        |
| 6.2.3    | Steuersignale und Interrupts .....   | 184        |
| 7        | Halbleiterspeicher .....   | 184        |
| 7.1      | Begriffe .....   | 184        |
| 7.2      | Schreib-Lese-Speicher .....  | 187        |
| 7.3      | Festwertspeicher .....   | 188        |
| 7.4      | Speichersysteme .....  | 189        |
| 8        | Mikrocontroller .....  | 190        |
| 8.1      | Mikrocontroller .....  | 190        |
| 8.2      | Mikrocontroller der 8051-Familie (Auswahl) .....                                     | 190        |
| 8.2.1    | Anschlüsse und Anschlussbelegung .....   | 190        |
| 8.2.2    | Speicherorganisation .....   | 192        |
| 8.2.3    | Special Function Register .....  | 193        |
| 8.2.4    | Portregister .....   | 194        |
| 8.2.5    | Flags .....  | 195        |
| 8.2.6    | Interrupt .....  | 195        |
| 8.2.7    | Zeitgeber/Zähler (Timer/Counter) .....   | 196        |
| 8.2.8    | Serielle Schnittstelle .....   | 197        |
| <b>8</b> | <b>Steuerungstechnik .....</b>   | <b>199</b> |
| 1        | Grundlagen der Steuerungstechnik .....   | 199        |
| 1.1      | Steuerung und Regelung .....   | 199        |
| 1.2      | Merkmale von Steuerungen .....   | 199        |
| 2        | Speicherprogrammierbare Steuerungen SPS .....  | 201        |
| 2.1      | Die Hardware einer SPS .....   | 201        |
| 2.2      | Programmierung einer SPS .....   | 201        |
| 2.2.1    | Programmiersprachen .....  | 202        |
| 2.2.2    | Programmieren grundlegender Funktionen nach EN 61131-3<br>und STEP 7 (Auswahl) ..... | 202        |
| 2.3      | Programmbeispiel: Wendeschüttschaltung .....   | 206        |
| 3        | Ablaufsteuerungen mit SPS .....  | 208        |
| 3.1      | Grundlagen .....   | 208        |
| 3.2      | Ablaufkette .....  | 209        |
| 3.3      | Befehlsausgabe, Aktionen, Aktionsblock .....   | 210        |

|           |   |            |
|-----------|---|------------|
| 3.4       | Programmbeispiel: .....                                       | 211        |
| 3.4.1     | Realisierung mit SR-Speicherfunktionen .....                  | 213        |
| 3.4.2     | Realisierung mit der Ablaufsprache AS nach EN 61131-3 .....   | 215        |
| 3.4.3     | Realisierung mit der Ablaufsprache AS nach S7-GRAPH .....     | 216        |
| <b>9</b>  | <b>Messtechnik</b> .....                                      | <b>217</b> |
| 1         | Grundlagen .....  | 217        |
| 1.1       | Begriffe .....  | 217        |
| 1.2       | Einheiten .....   | 218        |
| 1.3       | Messabweichung, Messfehler .....                              | 218        |
| 1.4       | Mittelwerte, Häufigkeitsverteilungen, Vertrauensbereich ..... | 220        |
| 2         | Messverfahren zur Messung elektrischer Größen (Auswahl) ..... | 221        |
| 2.1       | Spannungs- und Strommessung .....                             | 221        |
| 2.2       | Widerstands- und Impedanzmessung .....                        | 222        |
| 2.3       | Wirkleistungsmessung .....                                    | 223        |
| 2.4       | Messung von $L$ , $C$ , Gütefaktor und Verlustfaktor .....    | 224        |
| 3         | Messung von nichtelektrischen Größen (Auswahl) .....          | 225        |
| 3.1       | Widerstandsaufnehmer .....                                    | 225        |
| 3.2       | Kapazitive Aufnehmer .....                                    | 226        |
| 3.3       | Induktive Aufnehmer .....                                     | 226        |
| 3.4       | Drehzahlmessung, Drehfrequenzmessung .....                    | 227        |
| 3.5       | Weg- und Winkelmessung .....                                  | 227        |
| 4         | Messdatenaufbereitung .....                                   | 227        |
| 5         | Bussysteme für die Messtechnik .....                          | 229        |
| 5.1       | IEC-Bus .....   | 229        |
| 5.2       | Aktor-Sensor-Interface, ASI .....                             | 231        |
| 5.3       | DIN-Messbus, DIN 66 348, Teil 2 .....                         | 232        |
| <b>10</b> | <b>Energietechnik</b> .....                                   | <b>233</b> |
| 1         | Elektrische Maschinen .....                                   | 233        |
| 1.1       | Transformatoren .....   | 233        |
| 1.1.1     | Begriffe .....  | 233        |
| 1.1.2     | Kühlarten .....   | 233        |
| 1.1.3     | Leerlauf .....  | 233        |
| 1.1.4     | Belastung .....   | 233        |
| 1.1.5     | Leerlaufversuch .....   | 234        |
| 1.1.6     | Kurzschlussversuch .....                                      | 234        |
| 1.1.7     | Wirkungsgrad .....  | 235        |
| 1.1.8     | Drehstromtransformatoren .....                                | 235        |
| 1.1.9     | Parallelschalten von Transformatoren .....                    | 236        |
| 1.1.10    | Spartransformatoren .....                                     | 236        |
| 1.1.11    | Drosselspulen .....   | 236        |
| 1.2       | Drehstrommaschinen .....                                      | 237        |
| 1.2.1     | Asynchronmaschinen .....                                      | 237        |
| 1.2.2     | Synchronmaschinen .....                                       | 240        |
| 1.3       | Gleichstrommaschinen .....                                    | 241        |
| 1.4       | Auswahl von Motoren .....                                     | 242        |
| 2         | Elektrische Energietechnik .....                              | 248        |
| 2.1       | Energieträger .....   | 248        |

|           |  |            |
|-----------|--|------------|
| 2.2       | Elektrische Energieerzeugung .....   | 248        |
| 2.2.1     | Drehstromnetz .....  | 249        |
| 2.2.2     | Netzstrukturen .....   | 249        |
| 2.3       | Betriebsmittel der Energietechnik .....  | 250        |
| 2.3.1     | Kabel .....  | 250        |
| 2.3.2     | Leitungen .....  | 252        |
| 2.3.3     | Spannungsfall auf Kabeln und Leitungen .....   | 254        |
| 2.4       | Kurzschlussstromberechnung .....   | 255        |
| 2.5       | Kompensationsanlagen .....   | 256        |
| <b>11</b> | <b>Nachrichtentechnik .....</b>  | <b>257</b> |
| 1         | Begriffe, Grundlagen .....   | 257        |
| 2         | Signale .....  | 259        |
| 2.1       | Signale im Zeit- und Frequenzbereich .....   | 259        |
| 2.2       | Zufällige (stochastische) Signale, Rauschen .....  | 260        |
| 2.3       | Verzerrungen .....   | 262        |
| 3         | Kenngößen einer Übertragungsstrecke / eines Systems .....  | 263        |
| 4         | Zweitore, Vierpole .....   | 264        |
| 4.1       | Grundbegriffe .....  | 264        |
| 4.2       | Zweitorgleichungen und Zusammenschaltung von zwei Zweitoren .....                                | 265        |
| 4.3       | Betriebskenngrößen mit Lastadmittanz $Y_a = 1/Z_a$ bzw.<br>Eingangsadmittanz $Y_e = 1/Z_e$ ..... | 269        |
| 4.4       | Spezielle Zweitore .....   | 271        |
| 4.4.1     | Allgemein .....  | 271        |
| 4.4.2     | Wellenparameter längssymmetrischer passiver Zweitore .....                                       | 271        |
| 4.4.3     | Häufig verwendete Zweitore .....   | 271        |
| 5         | Leitungen, Kabel .....   | 272        |
| 5.1       | Anordnungen, Leitungsbeläge .....  | 272        |
| 5.2       | Leitungsgleichungen, Lösungen .....  | 274        |
| 5.3       | Leitungskenngrößen .....   | 274        |
| 5.4       | Leitungen mit beliebiger Lastimpedanz am Leitungsende .....                                      | 275        |
| 5.5       | Sonderfälle .....  | 275        |
| 5.6       | Daten von Leitungen .....  | 276        |
| 5.7       | Hochfrequenzleitungen .....  | 277        |
| 5.7.1     | Hochfrequenz-Koaxialkabel .....  | 277        |
| 5.7.2     | Hohlleiter .....   | 278        |
| 5.7.3     | Streifenleitungen .....  | 279        |
| 5.8       | s-Parameter .....  | 280        |
| 5.8.1     | Signalflussdiagramm .....  | 280        |
| 5.8.2     | Leistungsverstärkung .....   | 281        |
| 5.9       | Kreisdiagramm .....  | 282        |
| 5.9.1     | Grundlagen .....   | 282        |
| 5.9.2     | s-Parameter im Kreisdiagramm .....   | 283        |
| 6         | Modulation .....   | 284        |
| 6.1       | Grundlagen .....   | 284        |
| 6.2       | Sinusträger, mit Analogsignal moduliert .....  | 284        |
| 6.3       | Sinusträger, mit Digitalsignal moduliert .....   | 288        |
| 6.4       | Pulsträgermodulation, Träger uncodiert .....   | 288        |

|           |   |            |
|-----------|---|------------|
| 7         | Filter .....  | 290        |
| 7.1       | Begriffe .....  | 290        |
| 7.2       | Passive R-C-Tiefpassfilter .....                                | 291        |
| 7.3       | Passive R-C-Hochpassfilter .....                                | 292        |
| 7.4       | Schwingkreis als Bandpass und Bandsperre .....                  | 294        |
| 7.5       | Bandfilter .....  | 294        |
| 8         | Empfängerschaltungstechnik .....                                | 295        |
| 9         | Ton- und Bildübertragung .....                                  | 296        |
| 9.1       | Rundfunk-Stereoübertragung .....                                | 296        |
| 9.2       | Fernseh-Bildübertragung .....                                   | 297        |
| 9.2.1     | Farbfernseh-Bildübertragung (analog) .....                      | 297        |
| 9.2.2     | Farbfernseh-Bildübertragung (digital) .....                     | 299        |
| 10        | Mehrfachübertragung – Multiplexverfahren .....                  | 300        |
| 11        | Richtfunktechnik .....  | 301        |
| 12        | Nachrichtenübertragung über Satellit .....                      | 302        |
| 13        | Lichtwellenleiter (LWL) .....                                   | 303        |
| 14        | Funkmesstechnik – Radar .....                                   | 305        |
| 15        | Elektroakustik – Grundbegriffe .....                            | 306        |
| 16        | Vermittlungstechnik – Verkehrstheorie .....                     | 307        |
| 17        | Kommunikations- und Datennetze .....                            | 308        |
| 17.1      | Lokale Kommunikations- und Datennetze, LAN .....                | 308        |
| 17.2      | Öffentliche Kommunikations- und Datennetze (Auswahl) .....      | 309        |
| 18        | Optimierte Nachrichten- und Datenübertragung .....              | 310        |
| 18.1      | Quellenkodierung .....  | 310        |
| 18.2      | Kanalkodierung .....  | 311        |
| <b>12</b> | <b>Signal- und Systemtheorie .....</b>                          | <b>313</b> |
| 1         | Einführung .....  | 313        |
| 2         | Grundbegriffe .....   | 313        |
| 3         | Periodische nichtsinusförmige zeitkontinuierliche Signale ..... | 314        |
| 4         | Nichtperiodische zeitkontinuierliche Signale .....              | 315        |
| 4.1       | Fouriertransformation .....                                     | 315        |
| 4.2       | Laplacetransformation .....                                     | 317        |
| 5         | Spezielle Signale .....   | 320        |
| 6         | Leistung .....  | 321        |
| 7         | Faltungsintegral .....  | 321        |
| 8         | Abtasttheorem .....   | 321        |
| 9         | Nichtkontinuierliche (zeitdiskrete) Signale .....               | 322        |
| 9.1       | Diskrete Fouriertransformation (DFT) .....                      | 322        |
| 9.2       | z-Transformation .....  | 323        |
| 10        | Zufällige (stochastische, nichtdeterministische) Signale .....  | 324        |
| 11        | Signalerkennung bei gestörter Übertragung .....                 | 329        |
|           | <b>Sachwortverzeichnis .....</b>                                | <b>331</b> |

## 1 Arithmetik

### 1.1 Mengen

#### Menge

Definition durch Aufzählung der Elemente oder durch Angabe einer die Elemente charakterisierenden Eigenschaft

$$M = \{1, -1\}$$

$$M = \{x \mid x^2 - 1 = 0\}$$

#### Vereinigung $A \cup B$ zweier Mengen $A$ und $B$

Besteht aus denjenigen Elementen, die in  $A$  oder in  $B$  enthalten sind

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ oder } x \in B\}$$

#### Durchschnitt $A \cap B$ zweier Mengen $A$ und $B$

Besteht aus denjenigen Elementen, die sowohl in  $A$  als auch in  $B$  enthalten sind

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ und } x \in B\}$$

### 1.2 Zahlenmengen

#### $\mathbb{N}$

Menge der natürlichen Zahlen

$$\{1, 2, 3, \dots\}$$

#### $\mathbb{Z}$

Menge der ganzen Zahlen

$$\{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

#### $\mathbb{Q}$

Menge der rationalen Zahlen

$$\left\{ \frac{m}{n} \mid m, n \in \mathbb{Z}, n \neq 0 \right\}$$

#### $\mathbb{R}$

Menge der reellen Zahlen

#### $\mathbb{C}$

Menge der komplexen Zahlen

$$\{z = a + bi \mid a, b \in \mathbb{R}, i = \sqrt{-1}\}$$

#### $\mathbb{Z}^*$

Menge der ganzen Zahlen ohne die Null

$$\{\dots, -3, -2, -1, 1, 2, 3, \dots\}$$

#### $\mathbb{Q}^*$

Menge der rationalen Zahlen ohne die Null

$$\left\{ \frac{m}{n} \mid m, n \in \mathbb{Z}^* \right\}$$

#### $\mathbb{R}^*$

Menge der reellen Zahlen ohne die Null

$$\{x \mid x \in \mathbb{R}, x \neq 0\}$$

#### $\mathbb{Q}^+$

Menge der positiven rationalen Zahlen

$$\left\{ \frac{m}{n} \mid m, n \in \mathbb{N} \right\}$$

#### $\mathbb{R}^+$

Menge der positiven reellen Zahlen

$$\{x \mid x \in \mathbb{R}, x > 0\}$$

### 1.3 Grundrechenarten

#### Addition

Summand plus Summand gleich Summe

$$4 + 5 = 9$$

#### Subtraktion

Minuend minus Subtrahend gleich Differenz

$$7 - 2 = 5$$

#### Multiplikation

Faktor mal Faktor gleich Produkt

$$3 \cdot 8 = 24$$

#### Division

Dividend geteilt durch Divisor gleich Quotient

$$87 : 3 = 29$$

### 1.4 Binomische Formeln

#### Erste

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

#### Zweite

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

#### Dritte

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

### 1.5 Bruchrechnung

#### Definition

Ein Bruch ist ein Quotient, der Zähler ist der Dividend, und der Nenner ist der Divisor.

$$\frac{m}{n} = m : n$$

# Mathematik

## Arithmetik

### Kehrwert eines Bruchs

Zähler und Nenner von  $\frac{m}{n}$  vertauschen

$$\frac{n}{m}$$

### Erweitern eines Bruchs

Zähler und Nenner mit derselben Zahl multiplizieren

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot c}{b \cdot c} = \frac{ac}{bc} \quad (c \neq 0)$$

### Kürzen eines Bruchs

Zähler und Nenner durch dieselbe Zahl dividieren

$$\frac{a}{b} = \frac{a : c}{b : c} \quad (c \neq 0)$$

### Addieren und Subtrahieren gleichnamiger Brüche

Die Zähler addieren oder subtrahieren und den Nenner beibehalten; gleichnamig bedeutet: gleicher Nenner

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

$$\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}$$

### Addieren und Subtrahieren ungleichnamiger Brüche

Brüche durch Erweitern gleichnamig machen (auf den Hauptnenner bringen)

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot d}$$

$$+ \frac{c \cdot b}{d \cdot b} = \frac{ad + bc}{bd}$$

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot d}$$

$$- \frac{c \cdot b}{d \cdot b} = \frac{ad - bc}{bd}$$

### Multiplizieren von Brüchen

Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner multiplizieren

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d} = \frac{ac}{bd}$$

### Dividieren von Brüchen

Mit dem Kehrwert multiplizieren

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$$

## 1.6 Potenzrechnung

### Definition Potenz

Zahl der Form  $a^x$  (gesprochen:  $a$  hoch  $x$ )  
 $a$  heißt Basis (Grundzahl),  $x$  Exponent (Hochzahl) der Potenz

$$a^x$$

### Addieren und Subtrahieren

Potenzen kann man nur addieren oder subtrahieren, wenn sie in Basis und Exponent übereinstimmen.

$$pa^n \pm qa^n = (p \pm q) a^n$$

### Multiplizieren und Dividieren bei gleicher Basis

Addieren bzw. Subtrahieren der Exponenten

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

### Multiplizieren und Dividieren bei gleichem Exponenten

Multiplizieren bzw. Dividieren der Basen

$$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$$

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

### Potenzieren einer Potenz

Multiplizieren der Exponenten

$$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$$

## 1.7 Wurzelrechnung

### Definition $n$ -te Wurzel

Zahl der Form  $\sqrt[n]{a} = a^{1/n}$  (gesprochen:  $n$ -te Wurzel aus  $a$ );  $a$  heißt Radikand,  $n$  Wurzelexponent der Wurzel

$$\sqrt[n]{a}$$

|  |  |   |
|--|--|---|
| <b>Quadratwurzel (Wurzel)</b>                                      | Wurzelexponent $n = 2$   | $\sqrt[n]{a} = \sqrt{a}$  |
| <b>Addieren und Subtrahieren</b>                                   | Wurzeln kann man nur addieren oder subtrahieren, wenn sie in Radikand und Wurzelexponent übereinstimmen.   | $p \sqrt[n]{a} \pm q \sqrt[n]{a} = (p \pm q) \sqrt[n]{a}$   |
| <b>Multiplizieren bei gleichem Radikanden</b>                      | Wurzeln mit gleichem Radikanden und den Wurzelexponenten $n, m$ werden multipliziert, indem man aus dem in die $(m + n)$ -te Potenz erhobenen Radikanden die $nm$ -te Wurzel zieht.  | $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[m]{a} = \sqrt[n \cdot m]{a^{m+n}}$   |
| <b>Dividieren bei gleichem Radikanden</b>                          | Wurzeln mit gleichem Radikanden und den Wurzelexponenten $n$ und $m$ werden dividiert, indem man aus dem in die $(m - n)$ -te Potenz erhobenen Radikanden die $nm$ -te Wurzel zieht. | $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a^{m-n}}$   |
| <b>Multiplizieren und Dividieren bei gleichem Wurzelexponenten</b> | Wurzeln mit gleichem Wurzelexponenten werden multipliziert bzw. dividiert, indem man die Radikanden multipliziert bzw. dividiert.  | $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$<br>$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$ |
| <b>Radizieren einer Wurzel</b>                                     | Man zieht die Wurzel aus einer Wurzel, indem man die Wurzelexponenten multipliziert.   | $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a}$   |
| <b>Potenzieren einer Wurzel</b>                                    | Eine Wurzel wird potenziert, indem man den Radikanden potenziert.  | $(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$   |
| <b>Rationalmachen des Nenners</b>                                  | Man erweitert den Bruch so, dass die Wurzel im Nenner wegfällt.  | $\frac{a}{\sqrt{b}} = \frac{a\sqrt{b}}{b}$  |
| <b>1.8 Logarithmen</b>   |  |   |
| <b>Definition Logarithmus</b>                                      | Zahl der Form $\log_a b$ (gesprochen: Logarithmus $b$ zur Basis $a$ ); $b$ heißt Numerus, $a$ Basis des Logarithmus  | $\log_a b, a, b \in \mathbb{R}^+, a \neq 1$   |
| <b>Dekadische Logarithmen (Zehnerlogarithmen)</b>                  | Basis $a = 10$   | $\log_{10} b = \lg b$   |
| <b>Natürliche Logarithmen (Nepersche Logarithmen)</b>              | Basis $e = 2, 718\ 281\ 82 \dots$ (Eulersche Zahl)   | $\log_e b = \ln b$  |
| <b>Binäre oder duale Logarithmen (Zweierlogarithmen)</b>           | Basis $a = 2$  | $\log_2 b = \text{ld } b$   |
| <b>Logarithmus eines Produkts</b>                                  | Summe der Logarithmen der einzelnen Faktoren   | $\log_a (u \cdot v) = \log_a u + \log_a v$  |
| <b>Logarithmus eines Bruches (Quotienten)</b>                      | Differenz der Logarithmen von Zähler (Dividend) und Nenner (Divisor)   | $\log_a \frac{u}{v} = \log_a u - \log_a v$  |
| <b>Logarithmus einer Potenz</b>                                    | Mit dem Exponenten multiplizierter Logarithmus der Basis   | $\log_a (u^r) = r \cdot \log_a u$   |

# Mathematik

## Arithmetik

### Logarithmus einer Wurzel

Durch den Wurzelexponenten dividierter Logarithmus des Radikanden

$$\log_a \sqrt[n]{u} = \frac{1}{n} \log_a u$$

### Logarithmen mit verschiedenen Basen

Basen  $a$  und  $c$

$$\log_a u = \frac{\log_c u}{\log_c a}$$

## 1.9 Mittelwerte

### Arithmetisches Mittel

Zwei Zahlen  $a, b \in \mathbb{R}$ : die Hälfte ihrer Summe;  
 $n$  reelle Zahlen  $a_1, a_2, \dots, a_n$ : der  $n$ -te Teil ihrer Summe

$$\bar{x} = \frac{a + b}{2}$$

$$\bar{x} = \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n}$$

### Geometrisches Mittel

Zwei Zahlen  $a, b \in \mathbb{R}^+$ : die Quadratwurzel aus ihrem Produkt;  
 $n$  positive reelle Zahlen  $a_1, a_2, \dots, a_n$ : die  $n$ -te Wurzel aus ihrem Produkt

$$\bar{x}_g = \sqrt{a \cdot b}$$

$$\bar{x}_g = \sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n}$$

### Harmonisches Mittel

Zwei Zahlen  $a, b \in \mathbb{R}^+$ : Zwei geteilt durch die Summe ihrer Kehrwerte;  
 $n$  von Null verschiedene reelle Zahlen  $a_1, a_2, \dots, a_n$ :  
 $n$  geteilt durch die Summe ihrer Kehrwerte

$$\bar{x}_h = \frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}$$

$$\bar{x}_h = \frac{n}{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n}}$$

### Quadratisches Mittel

Zwei Zahlen  $a, b \in \mathbb{R}$ : die Quadratwurzel der halben Summe ihrer Quadrate;  
 $n$  reelle Zahlen  $a_1, a_2, \dots, a_n$ :  
die Quadratwurzel des  $n$ -ten Teils der Summe ihrer Quadrate

$$\bar{x}_q = \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}}$$

$$\bar{x}_q = \sqrt{\frac{a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2}{n}}$$

## 1.10 Absolutbetrag

### Definition Absolutbetrag (Betrag)

Der Absolutbetrag  $|a|$  einer Zahl  $a$  stellt auf der Zahlengeraden den Abstand der Zahl  $a$  vom Nullpunkt dar.

$$|a| = \begin{cases} a & \text{für } a \geq 0 \\ -a & \text{für } a < 0 \end{cases}$$

### Eigenschaften

$$|-a| = |a|$$

$$|a| \geq 0; |a| = 0 \Leftrightarrow a = 0$$

$$|a \cdot b| = |a| \cdot |b|$$

$$\left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|} \quad \text{für } b \neq 0; \quad \left| \frac{1}{b} \right| = \frac{1}{|b|} \quad \text{für } b \neq 0$$

$$|a^n| = |a|^n \quad \text{für } n \in \mathbb{N}; \quad \left| \frac{1}{a^n} \right| = \frac{1}{|a|^n} \quad \text{für } n \in \mathbb{N}, a \neq 0$$

$$|a + b| \leq |a| + |b| \quad (\text{so genannte Dreiecksungleichung})$$

## 1.11 Intervalle

### Beschränkte Intervalle

$$[a, b] = \{x \mid x \in \mathbb{R} \text{ und } a \leq x \leq b\}$$

(abgeschlossenes Intervall)

$$(a, b) = \{x \mid x \in \mathbb{R} \text{ und } a < x < b\}$$

(offenes Intervall)

$$[a, b) = \{x \mid x \in \mathbb{R} \text{ und } a \leq x < b\}$$

(halboffenes Intervall)

$$(a, b] = \{x \mid x \in \mathbb{R} \text{ und } a < x \leq b\}$$

(halboffenes Intervall)

**Nicht beschränkte Intervalle**

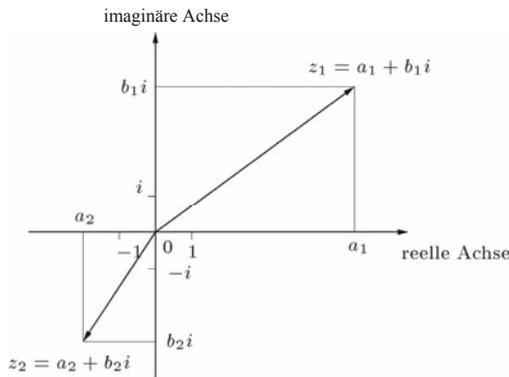
Halboffenes Intervall, nach rechts unbeschränkt:  
 $[a, \infty) = \{x \mid x \in \mathbb{R} \text{ und } x \geq a\}$   
 Offenes Intervall, nach rechts unbeschränkt:  
 $(a, \infty) = \{x \mid x \in \mathbb{R} \text{ und } x > a\}$   
 Halboffenes Intervall, nach links unbeschränkt:  
 $(-\infty, a] = \{x \mid x \in \mathbb{R} \text{ und } x \leq a\}$   
 Offenes Intervall, nach links unbeschränkt:  
 $(-\infty, a) = \{x \mid x \in \mathbb{R} \text{ und } x < a\}$   
 Offenes Intervall, nach links und nach rechts unbeschränkt:  
 $(-\infty, \infty) = \{x \mid x \in \mathbb{R}\}$

**1.12 Komplexe Zahlen**

**Algebraische Form**

Zahlen der Form  $z = a + bi$ ,  $a, b \in \mathbb{R}$ ,  $i^2 = -1$ ;  
 $a$  heißt Realteil,  $b$  Imaginärteil von  $z$ ,  $i$  mit  $i^2 = -1$  imaginäre Einheit

$z = a + bi$   
 $a, b \in \mathbb{R}$ ,  
 $i^2 = -1$



Darstellung komplexer Zahlen in der Gaußschen Zahlenebene

**Konjugiert komplexe Zahlen**

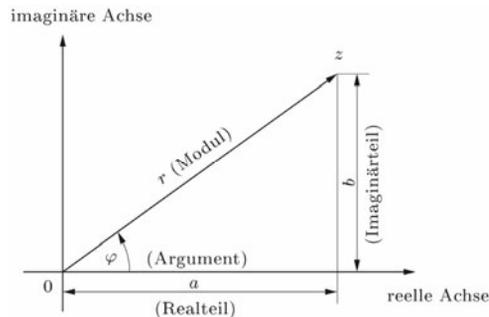
Komplexe Zahlen mit gleichem Realteil und entgegengesetzt gleichem Imaginärteil

$z = a + bi$  und  
 $\bar{z} = a - bi$

**Trigonometrische Form**

Zahlen der Form  $z = r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$ ;  
 $r$  heißt Modul oder Absolutbetrag (also  $r = |z|$ ),  
 $\varphi$  Argument von  $z$

$z = r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$ ,  
 $r \in \mathbb{R}, r \geq 0$ ,  
 $0 \leq \varphi < 2\pi$



Algebraische und trigonometrische Form einer komplexen Zahl  $z$

# Mathematik

## Arithmetik

**Zusammenhang  
algebraische und  
trigonometrische Form**

$$r = \sqrt{a^2 + b^2}, \quad \tan \varphi = \frac{b}{a}$$

$$a = r \cos \varphi, \quad b = r \sin \varphi$$

**Addieren komplexer  
Zahlen**

Addition der Realteile und Addition  
der Imaginärteile

$$z_1 + z_2 = (a_1 + b_1 i) + (a_2 + b_2 i) = (a_1 + a_2) + (b_1 + b_2) i$$

**Subtrahieren  
komplexer Zahlen**

Subtraktion der Realteile und Subtraktion  
der Imaginärteile

$$z_1 - z_2 = (a_1 + b_1 i) - (a_2 + b_2 i) = (a_1 - a_2) + (b_1 - b_2) i$$

**Multiplizieren  
komplexer Zahlen**

Multiplikation wie algebraische Summen

$$z_1 \cdot z_2 = (a_1 + b_1 i)(a_2 + b_2 i) = (a_1 a_2 - b_1 b_2) + (a_1 b_2 + a_2 b_1) i$$

**Dividieren  
komplexer Zahlen**

Erweitern mit der konjugiert komplexen Zahl  
des Nenners (Divisors)

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{a_1 + b_1 i}{a_2 + b_2 i} = \frac{a_1 a_2 + b_1 b_2 + \frac{b_1 a_2 - a_1 b_2}{a_2^2 + b_2^2} i}{a_2^2 + b_2^2}$$

$$(z_2 \neq 0)$$

**Potenzieren  
komplexer Zahlen**

Moivresche Formel (für komplexe Zahlen  
in trigonometrischer Form)

$$z^n = [r(\cos \varphi + i \sin \varphi)]^n = r^n (\cos n \varphi + i \sin n \varphi)$$

$$(n \in \mathbb{N})$$

**Radizieren  
komplexer Zahlen**

$w^n = z = r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$ ,  $n \in \mathbb{N}$ , besitzt  $n$   
verschiedene Lösungen  $w_1, w_2, \dots, w_n$   
(die  $n$ -ten Wurzeln aus  $z$ ).

$$w_k = \sqrt[n]{r} \left( \cos \frac{\varphi + 2(k-1)\pi}{n} + i \sin \frac{\varphi + 2(k-1)\pi}{n} \right),$$

$$k = 1, 2, \dots, n$$

## 2 Gleichungen

### 2.1 Gleichungsarten

#### Identische Gleichung (Identität)

Gleichung zwischen zwei algebraischen Ausdrücken, die bei Einsetzen beliebiger Zahlenwerte anstelle der darin aufgeführten Buchstabensymbole erhalten bleibt

$$a(b+c) = ab+ac$$

$$a^n a^m = a^{n+m}$$

#### Bestimmungsgleichung

Gleichung, in der Variable (Unbekannte) auftreten, die durch eine Rechnung bestimmt werden sollen

$$x+2=3$$

Lösung:  $x=1$ ;  
 $2x+1=x^2-2$   
 Lösungen:  $x=3$   
 und  $x=-1$

#### Funktionsgleichung

Gleichung zur Definition einer Funktion

$$y=2x+1$$

$$y=2x^2-x$$

$$-3\sqrt{x}+4$$

### 2.2 Äquivalente Umformungen

#### Addition

Addition einer Zahl  $a$  auf beiden Seiten einer Gleichung

$$x-a=b \Leftrightarrow$$

$$x=b+a$$

#### Subtraktion

Subtraktion einer Zahl  $a$  von beiden Seiten einer Gleichung

$$x+a=b \Leftrightarrow$$

$$x=b-a$$

#### Multiplikation

Multiplikation beider Seiten einer Gleichung mit der gleichen Zahl  $a \neq 0$

$$\frac{x}{a}=b \Leftrightarrow x=b \cdot a$$

#### Division

Division beider Seiten einer Gleichung durch die gleiche Zahl  $a \neq 0$

$$ax=b \Leftrightarrow x=\frac{b}{a}$$

### 2.3 Lineare Gleichungen

#### Allgemeine Form

Lösung:  $x=-\frac{b}{a}$

$$ax+b=0,$$

$$a \neq 0$$

#### Normalform

Lösung:  $x=-c$

$$x+c=0$$

### 2.4 Quadratische Gleichungen

#### Allgemeine Form

Lösungen:  $x_1=\frac{1}{2a}(-b+\sqrt{b^2-4ac}),$

$$ax^2+bx+c=0,$$

$$a \neq 0$$

$$x_2=\frac{1}{2a}(-b-\sqrt{b^2-4ac})$$

#### Normalform

Lösungen:  $x_{1,2}=-\frac{p}{2} \pm \sqrt{D}, \quad D=\frac{p^2}{4}-q$

$$x^2+px+q=0$$

$D$  heißt Diskriminante der Normalform.

#### Satz von Viëta

Für eine quadratische Gleichung  $x^2+px+q=0$  in Normalform

$$p=-(x_1+x_2),$$

$$q=x_1x_2$$

### 2.5 Kubische Gleichungen

#### Normalform

Lösungen lassen sich mit Hilfe der so genannten Cardanischen Formeln berechnen.

$$x^3+rx^2+sx+t=0$$

# Mathematik

## Gleichungen

Spezialform  
für  $t = 0$

Lösungen:

$$x^3 + rx^2 + sx = 0$$

$$x_1 = 0, \quad x_2 = -\frac{r}{2} + \sqrt{\frac{r^2}{4} - s}, \quad x_3 = -\frac{r}{2} - \sqrt{\frac{r^2}{4} - s}$$

## 2.6 Polynome

Polynom

Ausdruck der Form

$$P_n(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

mit  $a_0, a_1, a_2, \dots, a_{n-1}, a_n \in \mathbb{R}, a_n \neq 0, n \in \mathbb{N}$

$$P_n(x) = \sum_{k=0}^n a_k x^k$$

## 2.7 Auf algebraische Gleichungen zurückführbare Gleichungen

Bruchgleichungen

Bestimmungsgleichungen mit Bruchtermen,  
bei denen die Variable (auch) im Nenner  
auftritt

$$\frac{P(x)}{Q(x)}$$

Wurzelgleichungen

Bestimmungsgleichungen, bei denen die  
Variable (auch) unter einer Wurzel  
vorkommt

$$11 - \sqrt{x+3} = 6$$

$$\text{Lösung: } x = 22;$$

$$\sqrt{x+2} + \sqrt{2x+7} = 4$$

$$\text{Lösung: } x = 9$$

## 2.8 Transzendente Gleichungen

Exponentialgleichungen

Bestimmungsgleichungen, bei denen die  
Variable (auch) im Exponenten einer Potenz  
steht

$$3^x = 4^{x-2} \cdot 2^x$$

Lösung:

$$x = 2,826\ 780 \dots;$$

$$e^{2x+3} = e^{x-4}$$

$$\text{Lösung: } x = -7$$

Logarithmische  
Gleichungen

Bestimmungsgleichungen, bei denen die  
Variable (auch) im Argument eines  
Logarithmus vorkommt

$$\log_7(x^2 + 19) = 3$$

Lösungsmenge:

$$L = \{18, -18\};$$

$$\lg(6x + 10) -$$

$$\lg(x - 3) = 1$$

$$\text{Lösung: } x = 10$$

Trigonometrische  
Gleichungen

Bestimmungsgleichungen, in denen die  
Variable (auch) im Argument einer  
trigonometrischen Funktion auftritt

$$\sin^2 x - 1 = -0,5$$

Lösungsmenge:

$$L = \{x \mid x = 45^\circ +$$

$$k \cdot 180^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$$

## 2.9 Lineare Gleichungs- systeme

Definition

System aus  $m$  Bestimmungsgleichungen mit  $n$  Variablen ( $m, n \in \mathbb{N}, m \geq 2$ )

Zwei lineare Gleichungen  
mit zwei Variablen

$$\text{Lösung: } x = \frac{b_2 c_1 - b_1 c_2}{a_1 b_2 - a_2 b_1}, \quad y = \frac{a_1 c_2 - a_2 c_1}{a_1 b_2 - a_2 b_1}$$

$$a_1 x + b_1 y = c_1$$

$$a_2 x + b_2 y = c_2$$

(Nenner  $\neq 0$ )

### 3 Planimetrie

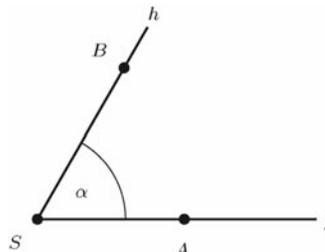
#### 3.1 Geraden und Strecken

|                               |  |  |
|-------------------------------|--|--|
| <b>Gerade</b>                 | Beidseitig unbegrenzte gerade Linie; kürzeste Verbindung zweier Punkte $P_1$ und $P_2$   | $g = P_1P_2 = P_2P_1$                  |
| <b>Parallelen</b>             | Parallele Geraden, Geraden ohne Schnittpunkt   | $AB \parallel CD$ oder $g \parallel h$ |
| <b>Strahl oder Halbgerade</b> | Teil einer Geraden, der von einem Punkt einer Geraden aus in einer Richtung läuft  | $s$                                    |
| <b>Strecke</b>                | Abschnitt einer Geraden zwischen zwei Punkten ( $A$ und $B$ heißen die Endpunkte der Strecke, alle anderen Punkte der Strecke bilden das Innere) | $\overline{AB}$                        |
| <b>Länge oder Betrag</b>      | Länge der Strecke $AB$   | $ \overline{AB} $                      |

#### 3.2 Winkel

##### Winkel

Zwei Strahlen  $g$  und  $h$ , die von demselben Punkt  $S$  ausgehen, können durch eine Drehung um  $S$  ineinander überführt werden, durch die der Winkel zwischen ihnen bestimmt wird. Die Strahlen heißen die Schenkel des Winkels, der Punkt  $S$  heißt Scheitelpunkt.



Winkel  $\alpha = \sphericalangle (g, h) = \sphericalangle ASB$

|                            |   |                               |
|----------------------------|---|-------------------------------|
| <b>Gradmaß</b>             | Ein Vollwinkel wird in 360 gleiche Teile eingeteilt (Sexagesimaleinteilung) | 1 Vollwinkel = $360^\circ$    |
| <b>Minuten, Sekunden</b>   | 1 Grad = 60 Minuten, 1 Minute = 60 Sekunden                                 | $1^\circ = 60'$ , $1' = 60''$ |
| <b>Nullwinkel</b>          | Winkel $\alpha$ mit $\alpha = 0^\circ$                                      | $\alpha = 0^\circ$            |
| <b>Rechter Winkel</b>      | Winkel $\alpha$ mit $\alpha = 90^\circ$                                     | $\alpha = 90^\circ$           |
| <b>Gestreckter Winkel</b>  | Winkel $\alpha$ mit $\alpha = 180^\circ$                                    | $\alpha = 180^\circ$          |
| <b>Vollwinkel</b>          | Winkel $\alpha$ mit $\alpha = 360^\circ$                                    | $\alpha = 360^\circ$          |
| <b>Spitzer Winkel</b>      | Winkel, der größer als 0 und kleiner als ein rechter Winkel ist             | $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ |
| <b>Stumpfer Winkel</b>     | Winkel, der größer als ein rechter Winkel ist                               | $\alpha > 90^\circ$           |
| <b>Überstumpfer Winkel</b> | Winkel, der größer als ein gestreckter Winkel ist                           | $\alpha > 180^\circ$          |

# Mathematik

## Planimetrie

### Komplementwinkel

Winkel, die sich zu  $90^\circ$  ergänzen

$$\alpha \text{ und } \beta = 90^\circ - \alpha$$

### Supplementwinkel

Winkel, die sich zu  $180^\circ$  ergänzen

$$\alpha \text{ und } \beta = 180^\circ - \alpha$$

### Scheitelwinkel

Gegenüberliegende Winkel an zwei sich schneidenden Geraden

### Nebenwinkel

Benachbarte Winkel an zwei sich schneidenden Geraden

### Stufenwinkel

Gleichliegende Winkel an von einer Geraden geschnittenen Parallelen

### Wechselwinkel

Entgegengesetzt liegende Winkel an von einer Geraden geschnittenen Parallelen

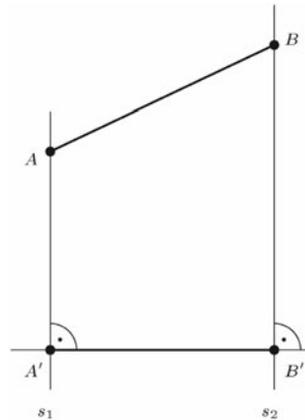
### Halbgleichliegende Winkel

Winkelpaare an von einer Geraden geschnittenen Parallelen, die weder Stufenwinkel noch Wechselwinkel sind

## 3.3 Projektionen

### Parallelprojektion

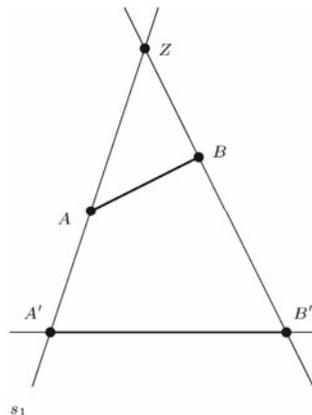
Abbildung eines ebenen Gegenstandes durch parallele Strahlen auf eine Gerade



Senkrechte Parallelprojektion einer Strecke  $\overline{AB}$

### Zentralprojektion

Abbildung eines ebenen Gegenstandes durch Strahlen, die alle durch einen festen Punkt  $Z$  (Zentrum oder Projektionszentrum) gehen, auf eine Gerade

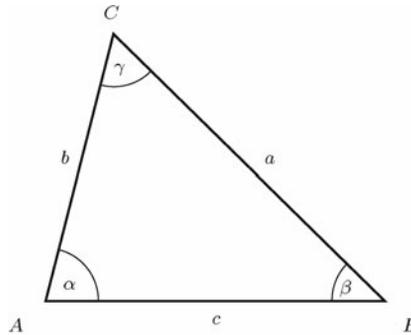


Zentralprojektion von  $Z$  einer Strecke  $\overline{AB}$

### 3.4 Dreiecke

#### Dreieck

Besteht aus drei nicht auf einer Geraden liegenden Punkten  $A, B, C$  und den Strecken  $\overline{AB}, \overline{AC}, \overline{BC}$   $\triangle (ABC)$



Bezeichnungen im Dreieck

#### Winkelsumme

Beträgt in jedem Dreieck  $180^\circ$   $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$

#### Dreiecksungleichungen

Die Summe zweier Seitenlängen im Dreieck ist stets größer als die dritte.  
 $a + b > c$   
 $a + c > b$   
 $b + c > a$

#### Außenwinkel

Supplementwinkel  $\alpha', \beta', \gamma'$  der Dreieckswinkel  $\alpha, \beta, \gamma$   $\alpha + \beta' + \gamma = 360^\circ$

#### Umfang

Summe der Seitenlängen  $u = a + b + c$

#### Flächeninhalt

Hälfte der Grundseite multipliziert mit der Höhe  $A = \frac{1}{2} \cdot \text{Grundseite} \cdot \text{Höhe}$

#### Spitzwinklige Dreiecke

Alle drei Innenwinkel kleiner als  $90^\circ$   $\alpha, \beta, \gamma < 90^\circ$

#### Rechtwinklige Dreiecke

Ein Winkel gleich  $90^\circ$   $\alpha = 90^\circ$  oder  $\beta = 90^\circ$  oder  $\gamma = 90^\circ$

#### Stumpfwinklige Dreiecke

Ein Winkel größer als  $90^\circ$   $\alpha > 90^\circ$  oder  $\beta > 90^\circ$  oder  $\gamma > 90^\circ$

#### Gleichschenklige Dreiecke

Zwei gleich lange Seiten  $a = b$  oder  $a = c$  oder  $b = c$

#### Gleichseitige Dreiecke

Drei gleich lange Seiten  $a = b = c$

#### Umkreis

Kreis durch die drei Eckpunkte des Dreiecks

#### Inkreis

Kreis, der die drei Dreiecksseiten von innen berührt

#### Mittelsenkrechte

Senkrechte durch den Mittelpunkt der Dreiecksseiten

# Mathematik

## Planimetrie

### Höhe

Der Teil des Lotes von einem Eckpunkt auf die gegenüberliegende Seite, der von dem Eckpunkt und dieser Seite (beziehungsweise ihrer Verlängerung) begrenzt wird

$$h_a, h_b, h_c$$

### Winkelhalbierende

Gerade durch den Scheitelpunkt eines Winkels, so dass die beiden Winkel zwischen Gerade und je einem Schenkel gleich sind

$$w_\alpha, w_\beta, w_\gamma$$

### Seitenhalbierende (Median)

Verbindungsstrecke einer Ecke mit dem Mittelpunkt der gegenüberliegenden Seite

$$s_a, s_b, s_c$$

### Kathetensatz

In einem rechtwinkligen Dreieck ist das Quadrat über einer Kathete gleich dem Rechteck aus Hypotenuse und zugehörigem Hypotenusenabschnitt.

$$a^2 = pc, b^2 = qc$$

### Satz des Pythagoras

In einem rechtwinkligen Dreieck ist die Summe der Quadrate über den Katheten gleich dem Quadrat der Hypotenuse.

$$a^2 + b^2 = c^2$$

### Höhensatz

In einem rechtwinkligen Dreieck ist das Quadrat über der Höhe auf der Hypotenuse gleich dem Rechteck aus den beiden durch die Höhe gebildeten Hypotenusenabschnitten.

$$h^2 = pq$$

### Kongruenz

Geometrische Figuren heißen kongruent, wenn sie deckungsgleich sind.

### Kongruenzsatz WSW

Dreiecke sind kongruent, wenn sie in einer Seite und den beiden anliegenden Winkeln übereinstimmen.

### Kongruenzsatz SSW

Dreiecke sind kongruent, wenn sie in einer Seite und einem anliegenden sowie dem gegenüberliegenden Winkel übereinstimmen.

### Kongruenzsatz SSW

Dreiecke sind kongruent, wenn sie in zwei Seiten und dem der längeren Seite gegenüberliegenden Winkel übereinstimmen.

### Kongruenzsatz SWS

Dreiecke sind kongruent, wenn sie in zwei Seiten und dem von ihnen eingeschlossenen Winkel übereinstimmen.

### Kongruenzsatz SSS

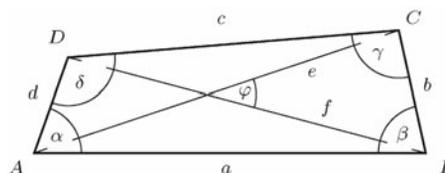
Dreiecke sind kongruent, wenn sie in den drei Seiten übereinstimmen.

## 3.5 Vierecke

### Viereck

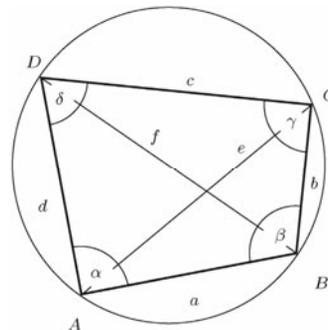
Besteht aus vier Punkten  $A, B, C, D$ , von denen keine drei auf einer Geraden liegen, und den Strecken  $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}, \overline{DA}$

$$\square (ABCD)$$



Bezeichnungen im Viereck

|                       |   |   |
|-----------------------|---|---|
| <b>Diagonalen</b>     | Verbindungsstrecken gegenüberliegender Punkte   | $e, f$  |
| <b>Winkelsumme</b>    | Beträgt in jedem Viereck $360^\circ$  | $\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360^\circ$                    |
| <b>Ungleichung</b>    | Das Produkt der Diagonalenlängen ist kleiner oder gleich der Summe der Produkte der Längen je zwei gegenüberliegender Seiten. | $ef \leq ac + bd$   |
| <b>Umfang</b>         | Summe der Seitenlängen  | $u = a + b + c + d$   |
| <b>Flächeninhalt</b>  | $A = \frac{1}{2} (ad \sin \alpha + bc \sin \beta) = \frac{1}{2} (ab \sin \beta + cd \sin \delta)$                             |   |
| <b>Trapez</b>         | Zwei Seiten zueinander parallel   | $a \parallel c$ oder $b \parallel d$                              |
| <b>Parallelogramm</b> | Beide jeweils einander gegenüberliegende Seiten parallel  | $a \parallel c$ und $b \parallel d$                               |
| <b>Rhombus</b>        | Parallelogramm mit gleich langen Seiten   | $a \parallel c, b \parallel d$ und $a = b = c = d$                |
| <b>Rechteck</b>       | Parallelogramm mit vier rechten Winkeln   | $\alpha = \beta = \gamma = \delta = 90^\circ$                     |
| <b>Quadrat</b>        | Rechteck mit gleich langen Seiten   | $\alpha = \beta = \gamma = \delta = 90^\circ$ und $a = b = c = d$ |
| <b>Drachen</b>        | Viereck mit zwei Paaren gleich langer benachbarter Seiten   | $a = b, c = d$ oder $a = d, b = c$                                |
| <b>Sehnnviereck</b>   | Alle vier Eckpunkte liegen auf einem Kreis.   | $\alpha + \gamma = \beta + \delta = 180^\circ$                    |



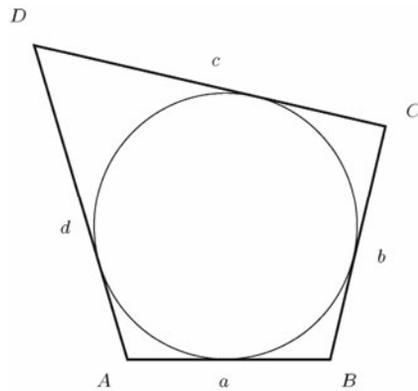
Sehnnviereck

|                             |   |   |
|-----------------------------|---|---|
| <b>Satz von Ptolemäus</b>   | In einem Sehnnviereck ist das Produkt der Diagonalenlängen gleich der Summe der Produkte der Längen je zwei gegenüberliegender Seiten.                                      | $ef = ac + bd$                          |
| <b>Satz von Brahmagupta</b> | In einem Sehnnviereck verhalten sich die Längen der Diagonalen wie die Summen der Produkte der Längen jener Seitenpaare, die sich in den Endpunkten der Diagonalen treffen. | $\frac{e}{f} = \frac{ab + cd}{ad + bc}$ |

## Tangentenviereck

Alle vier Seiten berühren denselben Kreis.

$$a + c = b + d$$



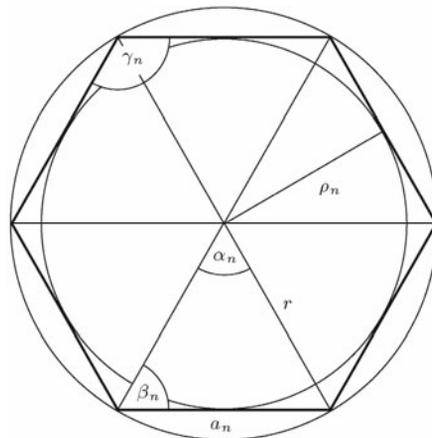
Tangentenviereck

3.6 Reguläre  $n$ -Ecke $n$ -Eck

Besteht aus  $n$  Punkten, den Eckpunkten des  $n$ -Ecks, und  $n$  Seiten, den Strecken zwischen den Eckpunkten

Reguläres (regelmäßiges)  $n$ -Eck

Alle Seiten sind gleich lang und alle Innenwinkel sind gleich groß. Alle Eckpunkte liegen auf einem Kreis, dem Umkreis des  $n$ -Ecks, und alle Seiten sind Tangenten eines einbeschriebenen Kreises, dem Inkreis des  $n$ -Ecks. Die Seiten sind Sehnen des Umkreises. Durch die Verbindungsstrecken der Eckpunkte mit dem Mittelpunkt des Umkreises wird das reguläre  $n$ -Eck in  $n$  kongruente Dreiecke zerlegt.

Bezeichnungen im regulären  $n$ -Eck

Ein reguläres Dreieck ist ein gleichseitiges Dreieck, ein reguläres Viereck ist ein Quadrat.

## Innenwinkel

Summe der Innenwinkel ist  $(n - 2) \cdot 180^\circ$ ,  
alle Innenwinkel  $\gamma_n$  sind gleich groß.

$$\gamma_n = \frac{n - 2}{n} \cdot 180^\circ$$

**Basiswinkel**

Halber Innenwinkel

$$\beta_n = \frac{1}{2} \gamma_n = \frac{n-2}{n} \cdot 90^\circ$$

**Zentriwinkel**

Winkel am Mittelpunkt

$$\alpha_n = \frac{360^\circ}{n}$$

**Umfang**

Summe der Seitenlängen

$$u_n = n a_n$$

**Flächeninhalt**

Summe der Flächeninhalte der  $n$  kongruenten Dreiecke ( $\rho_n$  ist Inkreisradius)

$$A_n = \frac{1}{2} n a_n \rho_n$$

**Übersicht über die regulären  $n$ -Ecke für kleine  $n$  ( $r$  = Umkreisradius)**

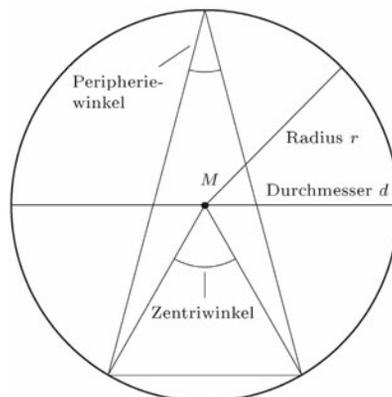
| $n$ | Innenwinkel $\gamma_n$ | Zentriwinkel $\alpha_n$ | Seitenlänge $a_n$                   | Umfang $u_n$             | Flächeninhalt $A_n$                     |
|-----|------------------------|-------------------------|-------------------------------------|--------------------------|---|
| 3   | 60°                    | 120°                    | $r\sqrt{3}$                         | $2 r \cdot 2,5980 \dots$ | $\frac{3}{4} \sqrt{3} r^2$              |
| 4   | 90°                    | 90°                     | $r\sqrt{2}$                         | $2 r \cdot 2,8284 \dots$ | $2 r^2$                                 |
| 5   | 108°                   | 72°                     | $\frac{r}{2} \sqrt{10 - 2\sqrt{5}}$ | $2 r \cdot 2,9389 \dots$ | $\frac{5}{8} \sqrt{10 + 2\sqrt{5}} r^2$ |
| 6   | 120°                   | 60°                     | $r$                                 | $2 r \cdot 3$            | $\frac{3}{2} \sqrt{3} r^2$              |
| 8   | 135°                   | 45°                     | $r\sqrt{2 - \sqrt{2}}$              | $2 r \cdot 3,0614 \dots$ | $2\sqrt{2} r^2$                         |
| 10  | 144°                   | 36°                     | $\frac{r}{2} (\sqrt{5} - 1)$        | $2 r \cdot 3,0901 \dots$ | $\frac{5}{4} \sqrt{10 - 2\sqrt{5}} r^2$ |
| 12  | 150°                   | 30°                     | $r\sqrt{2 - \sqrt{3}}$              | $2 r \cdot 3,1058 \dots$ | $3 r^2$                                 |

### 3.7 Kreise

**Kreis**

Geometrischer Ort aller Punkte der Ebene, die von einem festen Punkt  $M$  einen konstanten Abstand  $r$  haben;  $M$  heißt Mittelpunkt,  $r$  Radius des Kreises.

$k(M, r)$



Bezeichnungen am Kreis

# Mathematik

## Planimetrie

**Peripherie- oder Umfangswinkel**

Winkel, deren Scheitelpunkt ein Punkt der Kreisperipherie ist und deren Schenkel Sekanten des Kreises sind

**Zentri- oder Mittelpunktswinkel**

Winkel, deren Scheitelpunkt der Kreismittelpunkt ist

**Kreisumfang**

Radius  $r$ , Durchmesser  $d = 2r$

$$u = 2\pi r = \pi d$$

**Kreisfläche**

Radius  $r$ , Durchmesser  $d = 2r$

$$A = \pi r^2 = \frac{\pi}{4} d^2$$

**Kreiszahl  $\pi$**

Verhältnis des Umfangs zum Durchmesser eines beliebigen Kreises

$$\pi = 3,141\ 592\ 653\ 5 \dots$$

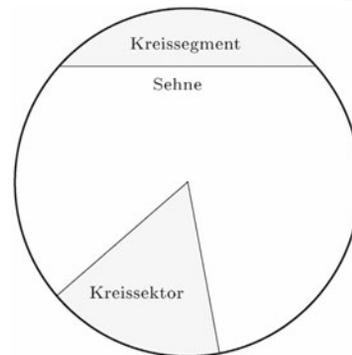
**Kreis Sektor (Kreisausschnitt)**

Der Teil der Fläche eines Kreises, der von den Schenkeln eines Zentriwinkels und dem zugehörigen Kreisbogen begrenzt wird; Kreisradius  $r$ , Zentriwinkel  $\alpha$ , Länge  $l_\alpha$  des Kreisbogens, Fläche  $A_\alpha$  des Kreissectors

$$l_\alpha = \frac{\alpha}{180^\circ} \pi r,$$

$$A_\alpha = \frac{\alpha}{360^\circ} \pi r^2 =$$

$$\frac{1}{2} r l_\alpha$$



Kreis Sektor und Kreissegment

**Kreissegment (Kreisabschnitt)**

Der Teil der Fläche eines Kreises, der von einer Sehne  $\overline{AB}$  und einem der zugehörigen Kreisbögen  $\widehat{AB}$  oder  $\widehat{BA}$  begrenzt wird; Kreisradius  $r$ , Zentriwinkel  $\alpha$ , Länge  $s$  der zugehörigen Sehne, Höhe  $h$  des Kreissegments, Länge  $l_\alpha$  des Kreisbogens, Fläche  $A_\alpha$  des Kreissegments

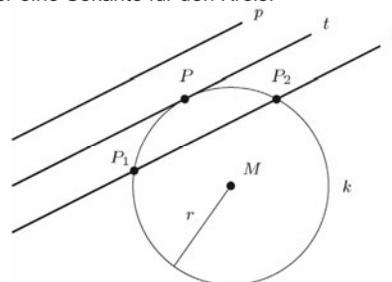
$$l_\alpha = \frac{\alpha}{180^\circ} \pi r,$$

$$A_\alpha =$$

$$\frac{1}{2} [r l_\alpha - s (r - h)]$$

**Kreise und Geraden**

Ein Kreis und eine Gerade können drei grundsätzlich verschiedene Lagen zueinander haben: Die Gerade ist eine Passante, eine Tangente oder eine Sekante für den Kreis.



Sekante  $s$ , Tangente  $t$ , Passante  $p$  und Kreis  $k$

**Winkelsätze am Kreis**

Alle Peripheriewinkel über der gleichen Sehne sind gleich groß.  
 Jeder Peripheriewinkel über dem Durchmesser ist ein rechter Winkel (Satz von Thales).  
 Jeder Peripheriewinkel ist halb so groß wie der Zentriwinkel über dem gleichen Kreisbogen (über der gleichen Sehne).  
 Jeder Peripheriewinkel ist genauso groß wie der Sehnentangentenwinkel (Winkel zwischen Sehne und Tangente an den Kreis durch einen der Endpunkte der Sehne).

**Sehnensatz**

Schneiden sich in einem Kreis zwei Sehnen, so ist das Produkt der Längen der Abschnitte der einen Sehne gleich dem Produkt der Längen der Abschnitte der anderen Sehne.

**Sekantensatz**

Schneiden sich zwei Sekanten eines Kreises außerhalb des Kreises, so ist das Produkt der Längen der Abschnitte vom Sekantenschnittpunkt bis zu den Schnittpunkten von Kreis und Sekante für beide Sekanten gleich.

**Sekantentangentensatz**

Geht eine Sekante eines Kreises durch einen festen Punkt außerhalb des Kreises, und legt man durch diesen Punkt die Tangente an den Kreis, dann ist das Produkt der Längen der Abschnitte von diesem Punkt bis zu den Schnittpunkten von Kreis und Sekante gleich dem Quadrat der Länge des Abschnitts der Tangente von diesem Punkt bis zu dem Berührungspunkt von Kreis und Tangente.

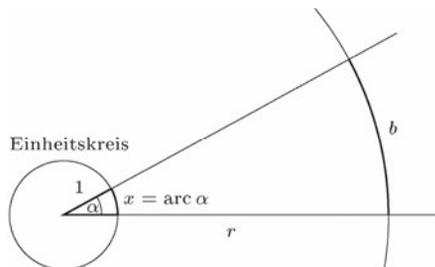
**Bogenmaß**

Neben dem Gradmaß gibt es das Bogenmaß zur Winkelmessung. Beim Bogenmaß wird die Größe eines Zentriwinkels  $\alpha$  in einem beliebigen Kreis durch das Verhältnis des zugehörigen Kreisbogens  $b$  zum Radius  $r$  des Kreises angegeben. Der Quotient  $b/r$  heißt Bogenmaß des Winkels  $\alpha$ . Die Einheit des Bogenmaßes ist der Radiant (rad). Man schreibt  $\text{arc } \alpha$  (Arcus  $\alpha$ ) für das Bogenmaß des Winkels  $\alpha$ .

$$\text{arc } \alpha = \frac{b}{r}$$

$$2 \pi \text{ rad} = 360^\circ$$

$$1 \text{ rad} = \frac{360^\circ}{2\pi} \approx 57,2958^\circ$$



Gradmaß ( $\alpha$ ) und Bogenmaß ( $x = \text{arc } \alpha$ ) eines Winkels

**3.8 Symmetrie**

**Punktsymmetrie (Zentralsymmetrie)**

Eine ebene Figur  $F$  heißt punkt- oder zentralsymmetrisch, wenn sich in ihrer Ebene ein Punkt  $P$  angeben lässt, so dass  $F$  durch eine Spiegelung an  $P$  in sich übergeführt wird. Der Punkt  $P$  heißt Symmetriezentrum.

**Achsensymmetrie (Axialsymmetrie)**

Eine ebene Figur  $F$  heißt achsen- oder axialsymmetrisch, wenn sich in ihrer Ebene eine Gerade  $g$  angeben lässt, so dass  $F$  durch eine Spiegelung an  $g$  in sich übergeführt wird. Die Gerade  $g$  heißt Symmetrieachse.

## 3.9 Ähnlichkeit

## Zentrische Streckung

Abbildung, bei der für jedes Element Bild  $Q$  und Urbild  $P$  auf einem Strahl durch einen festen Punkt  $Z$ , dem Zentrum, liegen und für jedes Element das Verhältnis der Länge der Strecke vom Bild zum Zentrum zu der Länge der Strecke vom Urbild zum Zentrum konstant ist.

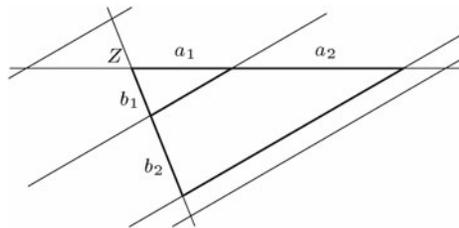
$$\frac{|ZQ|}{|ZP|} = k$$

( $k$  konstant)

## Erster Strahlensatz

Werden zwei Strahlen mit gleichem Anfangspunkt (Zentrum) von Parallelen geschnitten, so verhalten sich die Längen der Abschnitte eines Strahls wie die Längen entsprechender Abschnitte des anderen Strahls.

$$a_1 : a_2 = b_1 : b_2$$

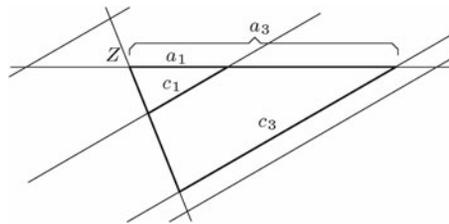


$$\text{Erster Strahlensatz: } a_1 : a_2 = b_1 : b_2$$

## Zweiter Strahlensatz

Werden zwei Strahlen mit gleichem Anfangspunkt von Parallelen geschnitten, so verhalten sich die Längen der zwischen den Strahlen liegenden Abschnitte wie die Längen der zugehörigen vom Anfangspunkt aus gemessenen Abschnitte auf den Strahlen.

$$c_1 : c_3 = a_1 : a_3$$



$$\text{Zweiter Strahlensatz: } c_1 : c_3 = a_1 : a_3$$

## Ähnliche Figuren

Geometrische Figuren heißen ähnlich, wenn sie nach geeigneter Parallelverschiebung, Drehung, Spiegelung durch zentrische Streckung zur Deckung gebracht werden können.

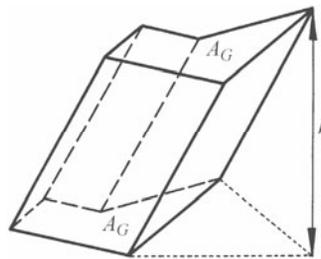
Beispiele: Zwei Quadrate mit beliebigen Seitenlängen, zwei Kreise mit beliebigen Radien und beliebigen Mittelpunkten, zwei gleichseitige Dreiecke mit beliebigen Seitenlängen

## 4 Stereometrie

### 4.1 Prismen

#### Allgemeines Prisma

Gleitet eine Gerade, ohne ihre Richtung zu ändern, im Raum an den Begrenzungslinien eines ebenen  $n$ -Ecks ( $n = 3, 4, \dots$ ) entlang, so beschreibt sie eine prismatische Fläche. Schneiden zwei parallele Ebenen die prismatische Fläche, dann schließen sie zusammen mit dem zwischen ihnen liegenden Abschnitt der prismatischen Fläche einen Teil des Raums vollständig ein. Ein solcher Körper heißt Prisma oder genauer  $n$ -seitiges Prisma. Die Schnitte der Ebenen mit der prismatischen Fläche sind kongruente  $n$ -Ecke. Diese  $n$ -Ecke heißen Grundfläche und Deckfläche des Prismas. Die Seitenflächen des Prismas heißen Mantelflächen. Die Kanten der Seitenflächen heißen Mantellinien. Die Mantelflächen sind Paralleleogramme. Gleitet die Gerade senkrecht zur Ebene der Grundfläche, dann heißt das Prisma gerade.



Prisma

Volumen Prisma:  $V = A_G \cdot h$  ( $A_G =$  Grundfläche)

Oberfläche Prisma:  $A_O = A_M + 2 A_G$  ( $A_M =$  Summe der Mantelflächen)

#### Parallelepiped (Parallelfläch, Spat)

Prisma mit einem Parallelogramm als Grundfläche

#### Quader

Gerades Prisma mit einem Rechteck als Grundfläche

#### Quadratische Säule

Quader mit einem Quadrat als Grundfläche

#### Würfel

Quader mit lauter gleich langen Kanten

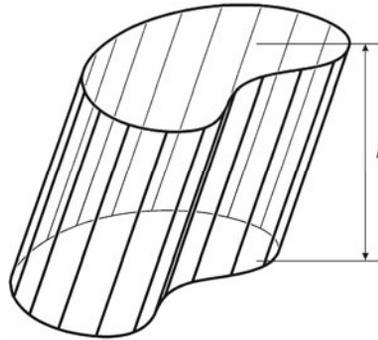
### 4.2 Zylinder

#### Allgemeiner Zylinder

Wird eine Gerade (Erzeugende) im Raum längs einer ebenen geschlossenen Kurve (Leitkurve) parallel verschoben (also ohne ihre Richtung zu verändern), so entsteht eine Zylinderfläche. Ein Zylinder ist ein Körper, der von einer Zylinderfläche und zwei parallelen ebenen Flächenstücken begrenzt wird. Die ebenen Begrenzungsflächenstücke müssen nicht senkrecht auf der erzeugenden Gerade stehen. Ein Zylinder ist ein Körper mit gleichbleibendem Querschnitt.

Der Teil der Zylinderfläche zwischen den parallelen Begrenzungsflächenstücken heißt Mantelfläche des Zylinders, die parallelen Flächenstücke sind Grund- und Deckfläche des Zylinders. Grundfläche und Deckfläche sind zueinander kongruent. Die zwischen den Flächenstücken liegenden Strecken der Erzeugenden heißen Mantellinien, sie sind alle parallel und gleich lang. Der senkrechte Abstand zwischen Grund- und Deckfläche ist die Höhe des Zylinders. Prismen sind spezielle Zylinder, nämlich solche mit  $n$ -Ecken als Grundfläche.

Ein Zylinder heißt gerade, wenn die Mantellinien senkrecht auf Grund- und Deckfläche stehen. Ein nicht gerader Zylinder heißt schiefer Zylinder. Ein Zylinder mit einer Kreisfläche als Grundfläche heißt Kreiszylinder.



Zylinder

Volumen Zylinder:  $V = A_G \cdot h$  ( $A_G$  = Grundfläche)  
 Oberfläche Zylinder:  $A_O = A_M + 2 A_G$  ( $A_M$  = Mantelfläche)

**Gerader Kreiszylinder**

Zylinder mit senkrecht auf Grund- und Deckfläche stehenden Mantellinien und mit einer Kreisfläche als Grundfläche

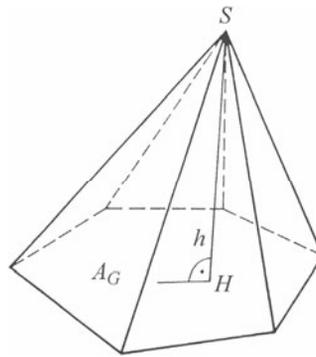
**Hohlzylinder**

Gerader Kreiszylinder (Kreis mit Radius  $R$ ), aus dem ein kleinerer gerader Kreiszylinder (konzentrischer Kreis mit Radius  $r$ ,  $r < R$ ) ausgeschnitten ist

**4.3 Pyramiden**
**Allgemeine Pyramide**

Gleitet ein von einem festen Punkt  $S$  des Raums ausgehender Strahl an den Begrenzungslinien eines ebenen  $n$ -Ecks ( $n = 3, 4, \dots$ ) entlang, in dessen Ebene der Anfangspunkt  $S$  des Strahls nicht liegt, so beschreibt der gleitende Strahl eine Pyramidenfläche. Eine Pyramide ist der Körper, der von dem  $n$ -Eck und dem zwischen ihm und dem Punkt  $S$  liegenden Abschnitt der Pyramidenfläche begrenzt wird. Das  $n$ -Eck heißt Grundfläche, der Punkt  $S$  Spitze, der zum Körper gehörende Teil der Pyramidenfläche ist die Mantelfläche der Pyramide. Die Kanten der Grundfläche heißen Grundkanten, die Kanten der Mantelfläche Seitenkanten, und die ebenen Flächen der Mantelfläche sind die Seitenflächen. Der Abstand der Spitze  $S$  von der Ebene der Grundfläche ist die Höhe der Pyramide. Alle Seitenflächen einer Pyramide sind Dreiecke.

Ist das  $n$ -Eck ein reguläres  $n$ -Eck, dann heißt die Pyramide reguläre ( $n$ -seitige) Pyramide.



Pyramide

Volumen Pyramide:  $V = \frac{1}{3} A_G \cdot h$  ( $A_G =$  Grundfläche)

Oberfläche Pyramide:  $A_O = A_M + A_G$  ( $A_M =$  Mantelfläche)

Pyramide mit Quadrat als Grundfläche und Spitze senkrecht über dem Mittelpunkt des Quadrats

Gerade quadratische  
Pyramide

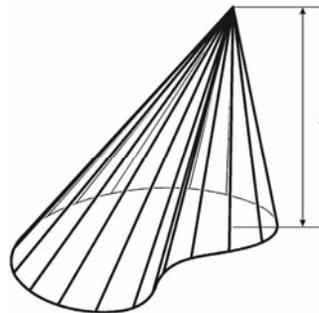
#### 4.4 Kegel

##### Allgemeiner Kegel

Wird eine Gerade (Erzeugende) im Raum längs einer ebenen geschlossenen Kurve (Leitkurve) so bewegt, dass sie durch einen festen Punkt, die Spitze  $S$ , geht, so entsteht eine Kegelfläche. Ein Kegel ist ein Körper, der von einer Kegelfläche und einem nicht durch deren Spitze gehenden ebenen Flächenstück begrenzt wird. Der Teil der Kegelfläche zwischen dem ebenen Flächenstück und der Spitze heißt Mantelfläche, das ebene Flächenstück Grundfläche des Kegels. Die zwischen Grundfläche und Spitze liegenden Strecken der Erzeugenden heißen Mantellinien. Der senkrechte Abstand der Spitze zur Ebene der Grundfläche ist die Höhe des Kegels.

Pyramiden sind spezielle Kegel, nämlich Kegel mit  $n$ -Ecken als Grundfläche.

Hat die Grundfläche einen Mittelpunkt (wie Kreis oder Ellipse) und liegt die Spitze senkrecht über diesem Mittelpunkt, so heißt der Kegel gerade, andernfalls schief. Ein Kegel mit einer Kreisfläche als Grundfläche heißt Kreiskegel.



Kegel

Volumen Pyramide:  $V = \frac{1}{3} A_G \cdot h$  ( $A_G =$  Grundfläche)

Oberfläche Pyramide:  $A_O = A_M + A_G$  ( $A_M =$  Mantelfläche)

# Mathematik

## Stereometrie

### Gerader Kreiskegel

Kegel mit einer Kreisfläche als Grundfläche und der Spitze  $S$  senkrecht über dem Kreismittelpunkt

### 4.5 Cavalierisches Prinzip

#### Cavalierisches Prinzip

Körper mit inhaltsgleichem Querschnitt in gleichen Höhen haben gleiches Volumen.

Beispiele: Prismen und Zylinder sowie Pyramiden und Kegel mit gleicher Grundfläche und gleicher Höhe

### 4.6 Polyeder

#### Polyeder

Ein Körper, der von lauter Ebenen begrenzt wird.

Die Begrenzungsebenen sind die Flächen des Polyeders. Schnittlinien von Flächen heißen Kanten. Die Kanten schneiden sich in den Ecken des Polyeders.

Polyeder sind die dreidimensionale Verallgemeinerung von Polygonen: Ein Polygon wird von lauter Geraden begrenzt.

#### Konvexes Polyeder

Polyeder mit der Eigenschaft, dass mit zwei beliebigen Punkten die gesamte Verbindungsstrecke der Punkte zum Polyeder gehört.

Beispiele: Prismen und Pyramiden mit konvexer Grundfläche

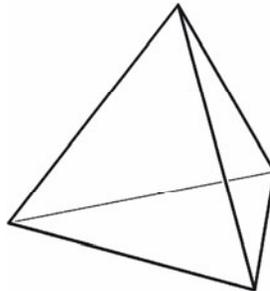
#### Eulerscher Polyedersatz

Gilt für konvexe Polyeder, wobei  $e$  die Anzahl der Ecken,  $k$  die Anzahl der Kanten und  $f$  die Anzahl der Flächen sind  $e + f = k + 2$

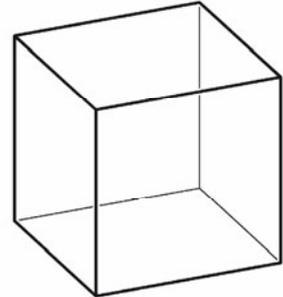
#### Platonische Körper (konvexe reguläre Polyeder)

Konvexe Polyeder, bei denen in jeder Ecke gleich viele Flächen zusammenstoßen und alle Flächen kongruente reguläre (regelmäßige)  $n$ -Ecke sind.

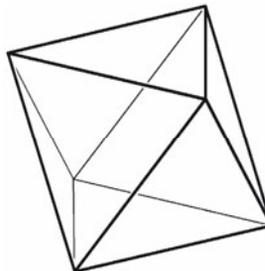
Es gibt genau fünf verschiedene platonische Körper: Tetraeder, Würfel (Hexaeder), Oktaeder, Dodekaeder und Ikosaeder.



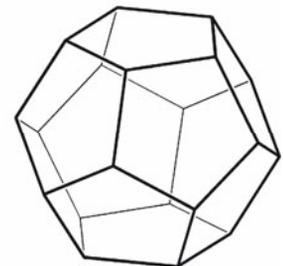
Tetraeder



Würfel (Hexaeder)



Oktaeder



Dodekaeder

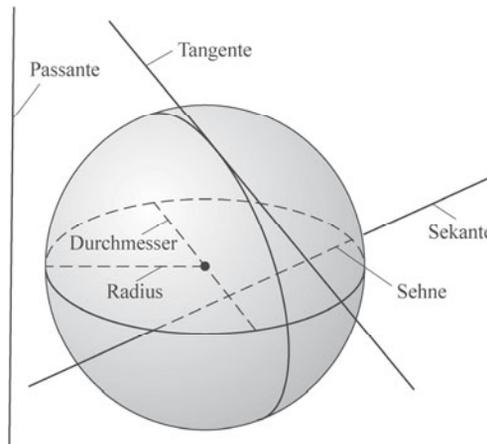


Ikosaeder

## 4.7 Kugeln

### Kugel

Geometrischer Ort aller Punkte des Raumes, die von einem festen Punkt  $M$  einen konstanten Abstand  $r$  haben;  $M$  heißt Mittelpunkt,  $r$  Radius der Kugel



Bezeichnungen an der Kugel

### Kugelvolumen

Radius  $r$ , Durchmesser  $d$

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{\pi}{6} d^3$$

### Kugeloberfläche

Radius  $r$ , Durchmesser  $d$

$$A_O = 4 \pi r^2 = \pi d^2$$

### Kugelsegment (Kugelabschnitt)

Der durch eine Ebene abgeschnittene Teil einer Kugel; Kugelradius  $r$ , Radius  $\rho$  des von der Ebene ausgeschnittenen Kreises, Höhe  $h$  des Kugelsegments, Volumen  $V$  des Kugelsegments, Oberfläche  $A_O$  des Kugelsegments

$$\begin{aligned} \rho &= \sqrt{h\sqrt{2r-h}}, \\ V &= \frac{1}{6} \pi h(3\rho^2 + h^2) = \\ &= \frac{1}{3} \pi h^2(3r-h), \\ A_O &= 2\pi rh + \pi\rho^2 \\ &= \pi(2rh + \rho^2) \end{aligned}$$

### Kugelkappe

Mantelfläche eines Kugelsegments

Flächeninhalt Kugelkappe:  $A = 2\pi rh$

### Kugelsektor (Kugelausschnitt)

Einem Kugelsegment ist ein Kegel zugeordnet, dessen Grundfläche der Schnittkreis des Kugelsegments und dessen Spitze der Kugelmittelpunkt ist. Der Gesamtkörper aus Kugelsegment und zugeordnetem Kegel heißt Kugelsektor (Kugelausschnitt). Volumen  $V$  des Kugelsektors, Oberfläche  $A_O$  des Kugelsektors

$$\begin{aligned} V &= \frac{2}{3} \pi r^2 h, \\ A_O &= \pi r(2h + \rho) \end{aligned}$$

# Mathematik

## Funktionen

### 5 Funktionen

#### 5.1 Definition und Darstellungen

##### Funktion

Zuordnung, die jeder Zahl  $x$  einer gegebenen Zahlenmenge  $D$  eine Zahl  $y$  einer Zahlenmenge  $W$  zuordnet.

$$y = f(x) \text{ oder } x \rightarrow f(x)$$

Die Zuordnung ist eindeutig, das heißt, jeder Zahl  $x$  wird genau eine Zahl  $y$  zugeordnet.

Eine Funktion besteht aus drei Teilen: der Zuordnungsvorschrift  $f$ , dem Definitionsbereich  $D$  und dem Wertebereich  $W$ .

Die Menge der Bilder ist die Bildmenge  $f(D)$  mit  $f(D) \subseteq W \subseteq \mathbb{R}$ , ihre Elemente sind die Funktionswerte.

Zwei Funktionen sind genau dann gleich, wenn sowohl die Zuordnungsvorschriften als auch die Definitionsbereiche als auch die Wertebereiche übereinstimmen.

##### Funktionsgleichung (explizite Darstellung)

Die Zuordnungsvorschrift für eine Funktion ist im Regelfall eine Gleichung, die Funktionsgleichung. Dabei heißt  $x$  unabhängige Variable oder Argument der Funktion und  $y$  abhängige Variable.

$$y = f(x), \\ f: D \rightarrow W$$

##### Funktionsgleichung (implizite Darstellung)

Gleichung muss eindeutig nach  $y$  auflösbar sein

$$F(x, y) = 0$$

##### Funktionsgleichung (Parameterdarstellung)

Die Werte von  $x$  und  $y$  werden als Funktion einer Hilfsvariablen  $t$  (Parameter) angegeben.

$$x = \varphi(t), \\ y = \psi(t)$$

##### Graph (Schaubild, Kurve) einer Funktion

Zeichnung der Funktion; die geordneten Zahlenpaare  $(x, y) = (x, f(x))$  (Reihenfolge!) mit  $x \in D$  werden in ein Koordinatenkreuz eingetragen. In einem kartesischen Koordinatensystem ist die waagerechte Achse die  $x$ -Achse oder Abszissenachse, die senkrechte Achse ist die  $y$ -Achse oder Ordinatenachse. Die Zahl  $x$  ist die Abszisse und  $y$  die Ordinate eines Punktes  $(x|y)$  mit den Koordinaten  $x$  und  $y$ .

##### Wertetabelle

Eintragung geordneter Zahlenpaare  $(x, y) = (x, f(x))$  in eine Tabelle für ausgewählte Argumente  $x$  (Elemente des Definitionsbereichs  $D$ )

#### 5.2 Verhalten von Funktionen

##### Monotone Funktion

Eine Funktion mit der Gleichung  $y = f(x)$  heißt in einem bestimmten Bereich  $B \subseteq D$

monoton wachsend, wenn aus  $x_1 < x_2$  stets  $f(x_1) \leq f(x_2)$  folgt,

streng monoton wachsend, wenn aus  $x_1 < x_2$  stets  $f(x_1) < f(x_2)$  folgt,

monoton fallend, wenn aus  $x_1 < x_2$  stets  $f(x_1) \geq f(x_2)$  folgt,

streng monoton fallend, wenn aus  $x_1 < x_2$  stets  $f(x_1) > f(x_2)$  folgt

$(x_1, x_2)$  beliebige Punkte aus  $B$ ).

##### Symmetrische Funktion

Funktion, deren Graph symmetrisch zur  $y$ -Achse (für die Funktionsgleichung  $y = f(x)$  gilt  $f(x) = f(-x)$  für alle  $x \in D$ , so genannte gerade Funktion) oder symmetrisch zum Koordinatenursprung (für die Funktionsgleichung gilt  $f(-x) = -f(x)$  für alle  $x \in D$ , so genannte ungerade Funktion) ist.

|  |   |  |
|--|---|--|
| <b>Beschränkte Funktion</b>                      | Funktion, die sowohl nach oben (die Funktionswerte übertreffen eine bestimmte Zahl $b \in \mathbb{R}$ nicht) als auch nach unten (die Funktionswerte unterschreiten eine bestimmte Zahl $a \in \mathbb{R}$ nicht) beschränkt ist  | $a \leq f(x) \leq b$<br>für alle $x \in D$                       |
| <b>Injektive Funktion</b>                        | Zu verschiedenen Argumenten gehören stets verschiedene Bilder.  | $x_1 \neq x_2 \Rightarrow$<br>$f(x_1) \neq f(x_2)$               |
| <b>Surjektive Funktion</b>                       | Funktion, deren Bildmenge gleich dem Wertebereich ist   | $f(D) = W$   |
| <b>Bijektive Funktion</b>                        | Funktion, die sowohl injektiv als auch surjektiv ist. Die Bildmenge ist gleich dem Wertebereich, jedes Bild besitzt genau ein Urbild.   |  |
| <b>Periodische Funktion</b>                      | Funktion, deren Funktionsgleichung die Bedingung $f(x + T) = f(x)$ erfüllt, wobei $T$ eine Konstante (feste reelle Zahl) ist. Das kleinste positive $T$ mit dieser Eigenschaft ist die Periode, der absolut größte Funktionswert die Amplitude der Funktion.  | $f(x + T) = f(x)$<br>( $T$ konstant)                             |
| <b>Umkehrfunktion (inverse Funktion)</b>         | Funktion, die durch Vertauschen von $x$ und $y$ aus einer bijektiven Funktion $y = f(x)$ entsteht. Der Graph der Umkehrfunktion entsteht durch Spiegelung des Graphen der bijektiven Funktion an der Winkelhalbierenden $y = x$ .   | $y = f^{-1}(x),$<br>$f^{-1} : W \rightarrow D$                   |
| <b>Reelle Funktion</b>                           | Funktion einer reellen unabhängigen Variablen, deren Definitions- und Wertebereich nur reelle Zahlen enthalten  |  |
| <b>Komplexe Funktion</b>                         | Funktion, deren unabhängige Variable eine komplexe Zahl $z$ ist   | $w = f(z)$   |
| <b>5.3 Einteilung der elementaren Funktionen</b> |   |  |
| <b>Elementare Funktion</b>                       | Funktion, deren Funktionsgleichung durch einen geschlossenen analytischen Ausdruck dargestellt werden kann. Elementare Funktionen sind durch Formeln definiert, die nur endlich viele mathematische Operationen mit der unabhängigen Variablen $x$ und den Koeffizienten enthalten. Man teilt die elementaren Funktionen in algebraische Funktionen und transzendente Funktionen ein.   |  |
| <b>Algebraische Funktion</b>                     | Funktion, deren Funktionsgleichung durch eine algebraische Gleichung dargestellt werden kann. ( $p_0, p_1, \dots, p_n$ sind Polynome in $x$ beliebigen Grades.)   | $p_0(x) + p_1(x)y +$<br>$p_2(x)y^2 + \dots +$<br>$p_n(x)y^n = 0$ |
| <b>Transzendente Funktion</b>                    | Elementare Funktion, die nicht algebraisch ist  |  |
| <b>Rationale Funktion</b>                        | Algebraische Funktion, für die die Funktionsgleichung $y = f(x)$ als eine explizite Formel angegeben werden kann, in der auf die unabhängige Variable $x$ nur endlich viele rationale Rechenoperationen (Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division) angewandt werden. Bei einer rationalen Funktion ist $f(x)$ ein Polynom (dann ist $y = f(x)$ eine ganze rationale Funktion) oder ein Quotient aus Polynomen (dann heißt $y = f(x)$ eine gebrochene rationale Funktion). |  |

# Mathematik

## Funktionen

### Irrationale Funktion

Algebraische Funktion, die nicht rational ist

### Ganze rationale Funktion

Funktion mit nebenstehender Gleichung  
 $(a_0, a_1, a_2, \dots, a_{n-1}, a_n \in \mathbb{R}, a_n \neq 0, n \in \mathbb{N}, n \geq 0)$ .  
 Ist  $n$  der Grad des Polynoms, so nennt man die Funktion ganze rationale Funktion  $n$ -ten Grades.

$$y = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 = \sum_{k=0}^n a_k x^k$$

### Konstante Funktion

Ganze rationale Funktion vom Grad 0

$$y = a_0$$

### Lineare Funktion

Ganze rationale Funktion vom Grad 1

$$y = a_1 x + a_0$$

### Quadratische Funktion

Ganze rationale Funktion vom Grad 2

$$y = a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

### Kubische Funktion

Ganze rationale Funktion vom Grad 3

$$y = a_3 x^3 + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

### Gebrochene rationale Funktion

Funktion mit nebenstehender Gleichung  
 $(a_0, a_1, \dots, a_n, b_0, b_1, \dots, b_m \in \mathbb{R}, a_n, b_m \neq 0, n \in \mathbb{Z}, n \geq 0, m \in \mathbb{Z})$ .  
 Für  $n < m$  heißt die Funktion echt gebrochene rationale Funktion, für  $n > m$  heißt sie unecht gebrochene rationale Funktion.

$$y = \frac{\sum_{i=0}^n a_i x^i}{\sum_{k=0}^m b_k x^k}$$

### Gebrochene lineare Funktion

Gebrochene rationale Funktion mit  $n = 1$  und  $m = 1$

$$y = \frac{a_1 x + a_0}{b_1 x + b_0}$$

## 5.4 Ganze rationale Funktionen

### Konstante Funktion

Der Graph einer konstanten Funktion ist eine Parallele zur  $x$ -Achse, und zwar im Abstand  $n$ .

$$y = f(x) = n \quad (n \in \mathbb{R})$$

### Lineare Funktion

Der Graph einer linearen Funktion ist eine Gerade mit der Steigung  $m$  und dem Achsenabschnitt  $n$  auf der  $y$ -Achse.

$$y = f(x) = mx + n \quad (m, n \in \mathbb{R}, m \neq 0)$$

### Proportionalfunktion

Lineare Funktion mit  $n = 0$

$$y = mx \quad (m \in \mathbb{R}, m \neq 0)$$

### Quadratische Funktion

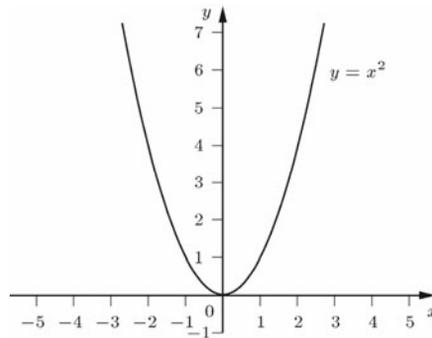
Der Graph einer quadratischen Funktion ist eine Parabel.  
 Für spezielle Koeffizienten  $a_2, a_1, a_0$  in der Funktionsgleichung erhält man spezielle Parabeln.

$$y = f(x) = a_2 x^2 + a_1 x + a_0 \quad (a_2, a_1, a_0 \in \mathbb{R}, a_2 \neq 0)$$

### Normalparabel

Der Punkt  $S(0|0)$  ist der Scheitelpunkt der Normalparabel, sie ist symmetrisch zur  $y$ -Achse und nach oben geöffnet.

$$y = x^2$$



Normalparabel

**Verschobene Normalparabel**

Eine verschobene Normalparabel hat dieselbe Form wie die Normalparabel, der Scheitelpunkt liegt jedoch

$$y = x^2 + a_1 x + a_0$$

im Punkt  $S\left(-\frac{a_1}{2} \mid a_0 - \frac{a_1^2}{4}\right)$

**Gespiegelte Normalparabel**

Spiegelung der Normalparabel an der x-Achse

$$y = -x^2$$

**Gespiegelte verschobene Normalparabel**

Eine gespiegelte verschobene Normalparabel hat dieselbe Form wie die Normalparabel,

$$y = -x^2 + a_1 x + a_0$$

der Scheitelpunkt liegt im Punkt  $S\left(\frac{a_1}{2} \mid a_0 + \frac{a_1^2}{4}\right)$ ,

sie ist nach unten geöffnet.

**Allgemeine Parabel**

Für  $a_2 > 0$  ist die Parabel nach oben, für  $a_2 < 0$  nach unten geöffnet. Für  $|a_2| > 1$  ist die Parabel im Vergleich zur Normalparabel gestreckt und für  $|a_2| < 1$  gestaucht. Der Scheitelpunkt ist

$$y = a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

$$S(x_S \mid y_S) = S\left(-\frac{a_1}{2a_2} \mid a_0 - \frac{a_1^2}{4a_2}\right).$$

Der Wert  $D = a_1^2 - 4a_2a_0$  heißt Diskriminante der quadratischen Funktion  $y = a_2 x^2 + a_1 x + a_0$ . Gilt  $D > 0$ , so hat die zugehörige Parabel zwei Schnittpunkte mit der x-Achse. Für  $D = 0$  gibt es einen Schnittpunkt (der Schnittpunkt ist dann ein Berührungspunkt), für  $D < 0$  gibt es keinen Schnittpunkt mit der x-Achse.

**Scheitelform der quadratischen Funktion**

$$x_S = -\frac{a_1}{2a_2}, y_S = a_0 - \frac{a_1^2}{4a_2}$$

$$y - y_S = a_2 (x - x_S)^2$$

**Kubische Funktion**

Der Graph einer kubischen Funktion ist eine kubische Parabel. Das Verhalten der Funktion hängt wesentlich von dem Koeffizienten  $a_3$  und der Diskriminante  $D = 3a_3a_1 - a_2^2$  ab. Wenn  $D \geq 0$  ist, dann ist die Funktion für  $a_3 > 0$  monoton wachsend und für  $a_3 < 0$  monoton fallend. Für  $D < 0$  besitzt die Funktion ein Maximum und ein Minimum.

$$y = f(x) = a_3 x^3 + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

$(a_3, a_2, a_1, a_0 \in \mathbb{R}, a_3 \neq 0)$

# Mathematik

## Funktionen

### Kubische Normalparabel

$$a_3 = 1, a_2 = 0, a_1 = 0, a_0 = 0$$

$$y = x^3$$

### Gespiegelte kubische Normalparabel

$$a_3 = -1, a_2 = 0, a_1 = 0, a_0 = 0$$

$$y = -x^3$$

### Ganze rationale Funktion $n$ -ten Grades

Der Graph einer ganzen rationalen Funktion  $n$ -ten Grades ist eine zusammenhängende Kurve, die von links aus dem Unendlichen kommt und nach rechts im Unendlichen verschwindet. Dabei hängt der Kurvenverlauf vom Grad  $n$  der Funktion und vom Vorzeichen von  $a_n$  ab.

$$\begin{aligned} y &= a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 \\ &= \sum_{k=0}^n a_k x^k \\ &(a_0, a_1, a_2, \dots, a_{n-1}, a_n \in \mathbb{R}, a_n \neq 0, n \in \mathbb{N}) \end{aligned}$$

### Potenzfunktion

Die Graphen der Potenzfunktionen heißen für  $n \geq 2$  Parabeln  $n$ -ter Ordnung.

Die Kurve der Funktion  $y = a x^n$  ist im Vergleich zur Kurve der Funktion  $y = x^n$  für  $|a| < 1$  gestaucht, für  $|a| > 1$  gestreckt und für  $a < 0$  an der  $x$ -Achse gespiegelt.

$$\begin{aligned} y &= a x^n \\ &(n \in \mathbb{N}, a \in \mathbb{R}, a \neq 0) \end{aligned}$$

## 5.5 Gebrochene rationale Funktionen

### Gebrochene rationale Funktion

Eine gebrochene rationale Funktion  $y = f(x)$  kann immer als Quotient zweier ganzer rationaler Funktionen dargestellt werden (sowohl Zähler als auch Nenner sind Polynome in  $x$ ).

$$\begin{aligned} y &= \frac{\sum_{i=0}^n a_i x^i}{\sum_{k=0}^m b_k x^k} \\ &= \frac{P_n(x)}{P_m(x)} \end{aligned}$$

### Nullstelle

$$\text{Eine Zahl } x_0 \text{ ist eine Nullstelle von } y = f(x) = \frac{P_n(x)}{P_m(x)} = \frac{P(x)}{Q(x)},$$

wenn  $P(x_0) = 0$ ,  $Q(x_0) \neq 0$  ist.

### Pol

$$\text{Eine Stelle } x = x_p \text{ heißt ein Pol der Funktion } y = \frac{P(x)}{Q(x)},$$

wenn  $Q(x_p) = 0$ ,  $P(x_p) \neq 0$  ist.

Ist  $x = x_p$  eine  $k$ -fache Nullstelle des Nenners  $Q(x)$  und gilt  $P(x_p) \neq 0$ ,

$$\text{dann heißt } x_p \text{ ein Pol } k\text{-ter Ordnung von } y = \frac{P(x)}{Q(x)}.$$

### Normalform einer gebrochenen rationalen Funktion

Zwei Polynome  $P(x)$  und  $Q(x)$  heißen teilerfremd, wenn alle ihre Nullstellen verschieden sind.

Jede gebrochene rationale Funktion lässt sich als Quotient zweier teilerfremder Polynome darstellen.

$$\begin{aligned} y &= \frac{P(x)}{Q(x)}, \\ P(x) \text{ und } Q(x) &\text{ teilerfremd} \end{aligned}$$

**Partialbruchzerlegung**

Zerlegung einer gebrochenen rationalen Funktion  $y = f(x) = \frac{P_n(x)}{P_m(x)}$

in eine Summe von Brüchen

**5.6 Irrationale Funktionen**

**Irrationale Funktion**

Algebraische Funktion, die nicht rational ist

**Wurzelfunktion**

Eine Wurzelfunktion ist streng monoton wachsend und für ungerade  $n$  eine ungerade Funktion.

$$y = \sqrt[n]{x}$$

$(n \in \mathbb{N}, n \geq 2)$

**Kurvenverlauf von Wurzelfunktionen**

$n \in \mathbb{N}, n \geq 2:$   $x \rightarrow +\infty \Rightarrow y \rightarrow +\infty$   
 $n$  ungerade ( $n = 3, 5, 7, \dots$ ):  $x \rightarrow -\infty \Rightarrow y \rightarrow -\infty$

**5.7 Transzendente Funktionen**

**Transzendente Funktion**

Elementare Funktion, die nicht algebraisch ist

**Exponentialfunktion**

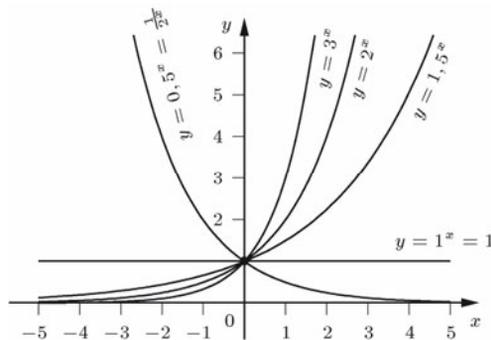
Für  $a > 1$  ist die Funktion  $y = a^x$  streng monoton wachsend mit  $y \rightarrow 0$  für  $x \rightarrow -\infty$  und  $y \rightarrow \infty$  für  $x \rightarrow \infty$ .

$$y = a^x,$$

$a \in \mathbb{R}^+$

Für  $0 < a < 1$  ist die Funktion  $y = a^x$  streng monoton fallend mit  $y \rightarrow \infty$  für  $x \rightarrow -\infty$  und  $y \rightarrow 0$  für  $x \rightarrow \infty$ .

Der Graph der Funktion nähert sich um so schneller der  $x$ -Achse, je größer  $|\ln a|$  ist, für  $a > 1$  also je größer  $a$  ist und für  $a < 1$  je kleiner  $a$  ist.



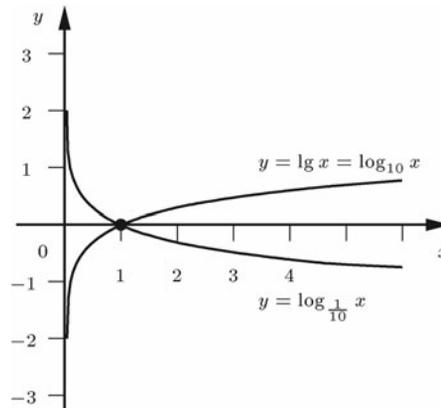
Graphen von Exponentialfunktionen

## Logarithmusfunktion

Für  $a > 1$  ist die Funktion  $y = \log_a x$  streng monoton wachsend mit  $y \rightarrow \infty$  für  $x \rightarrow \infty$  und  $y \rightarrow -\infty$  für  $x \rightarrow 0$ ,  $x > 0$ . Für  $x > 1$  gilt  $\log_a x > 0$ , für  $x = 1$  gilt  $\log_a 1 = 0$ , und für  $x$  mit  $0 < x < 1$  gilt  $\log_a x < 0$ .  
Für  $0 < a < 1$  ist die Funktion  $y = \log_a x$  streng monoton fallend mit  $y \rightarrow -\infty$  für  $x \rightarrow \infty$  und  $y \rightarrow \infty$  für  $x \rightarrow 0$ ,  $x > 0$ . Für  $x > 1$  gilt  $\log_a x < 0$ , für  $x = 1$  gilt  $\log_a 1 = 0$ , und für  $x$  mit  $0 < x < 1$  gilt  $\log_a x > 0$ .

$$y = \log_a x, \\ a \in \mathbb{R}^+, a \neq 1$$

Der Graph der Funktion nähert sich für alle  $a$  um so schneller der  $y$ -Achse, je größer  $|\ln a|$  ist, für  $a > 1$  also je größer  $a$  ist und für  $a < 1$  je kleiner  $a$  ist.



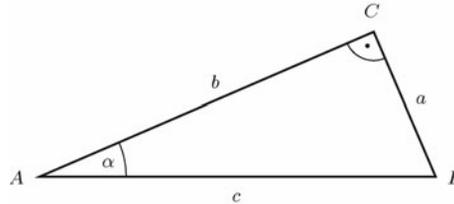
Graphen von Logarithmusfunktionen

## 6 Trigonometrie

### 6.1 Definition der trigonometrischen Funktionen

Hypotenuse,  
Katheten

In einem rechtwinkligen Dreieck ist die Hypotenuse die dem rechten Winkel gegenüberliegende Dreiecksseite, die beiden anderen Seiten (also die Schenkel des rechten Winkels) sind die Katheten. Die Ankathete eines Winkels  $\alpha$  in einem rechtwinkligen Dreieck ist die Kathete, die auf einem Schenkel von  $\alpha$  liegt. Die andere Kathete heißt Gegenkathete von  $\alpha$ .



a Gegenkathete von  $\alpha$ , b Ankathete von  $\alpha$ , c Hypotenuse

Sinus

$$\sin \alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}$$

$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

Kosinus

$$\cos \alpha = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

Tangens

$$\tan \alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$$

$$\tan \alpha = \frac{a}{b}$$

Kotangens

$$\cot \alpha = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Gegenkathete}}$$

$$\cot \alpha = \frac{b}{a}$$

Einige spezielle Werte der trigonometrischen Funktionen (auch Winkelfunktionen oder Kreisfunktionen oder goniometrische Funktionen genannt)

|                   |           |                      |                      |                      |                 |
|-------------------|-----------|----------------------|----------------------|----------------------|-----------------|
| Gradmaß $\varphi$ | $0^\circ$ | $30^\circ$           | $45^\circ$           | $60^\circ$           | $90^\circ$      |
| Bogemaß $b$       | 0         | $\frac{\pi}{6}$      | $\frac{\pi}{4}$      | $\frac{\pi}{3}$      | $\frac{\pi}{2}$ |
| sin               | 0         | $\frac{1}{2}$        | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | 1               |
| cos               | 1         | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{1}{2}$        | 0               |
| tan               | 0         | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | 1                    | $\sqrt{3}$           | -               |
| cot               | -         | $\sqrt{3}$           | 1                    | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | 0               |

Merkregel

|                   |                       |                       |                       |                       |                       |
|-------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| Gradmaß $\varphi$ | $0^\circ$             | $30^\circ$            | $45^\circ$            | $60^\circ$            | $90^\circ$            |
| sin $\varphi$     | $\frac{1}{2}\sqrt{0}$ | $\frac{1}{2}\sqrt{1}$ | $\frac{1}{2}\sqrt{2}$ | $\frac{1}{2}\sqrt{3}$ | $\frac{1}{2}\sqrt{4}$ |

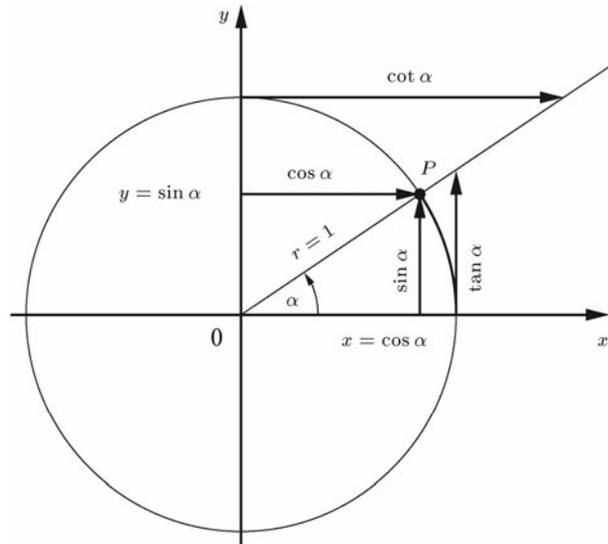
# Mathematik

## Trigonometrie

### 6.2 Trigonometrische Funktionen für beliebige Winkel

**Definition der trigonometrischen Funktionen am Einheitskreis (Kreis mit dem Radius  $r = 1$ ) für beliebige Winkel**

Ist der Mittelpunkt des Einheitskreises der Koordinatenursprung  $O$ , dann legt ein beliebiger Punkt  $P = P(x|y)$  einen Winkel  $\alpha$  fest, nämlich den Winkel zwischen der  $x$ -Achse und der Geraden durch  $O$  und  $P$ . Dabei wird  $\alpha$  in mathematisch positiver Richtung, also gegen den Uhrzeigersinn, gemessen.



Definition der trigonometrischen Funktionen für beliebige Winkel

Mit den vorzeichenbehafteten Koordinaten  $x$  und  $y$  des Punktes  $P$  werden dann die trigonometrischen Funktionen definiert durch

Sinus:  $\sin \alpha = y$

Kosinus:  $\cos \alpha = x$

Tangens:  $\tan \alpha = \frac{y}{x}$

Kotangens:  $\cot \alpha = \frac{x}{y}$

**Vorzeichen der trigonometrischen Funktionen in den einzelnen Quadranten**

| Quadrat | sin | cos | tan | cot |
|---------|-----|-----|-----|-----|
| I       | +   | +   | +   | +   |
| II      | +   | -   | -   | -   |
| III     | -   | -   | +   | +   |
| IV      | -   | +   | -   | -   |

### 6.3 Beziehungen für den gleichen Winkel

Umrechnungsformeln für beliebige Winkel  $\alpha$

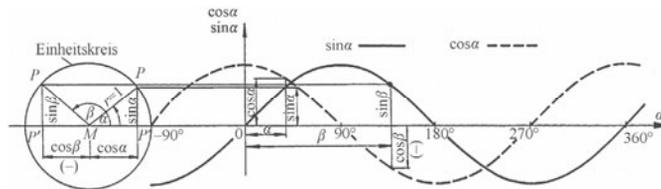
|   |   |
|---|---|
| $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{1}{\cot \alpha}$ | $\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{1}{\tan \alpha}$ |
| $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$                                     | $\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$                                     |
| $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$                           | $1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$                           |

Umrechnungsformeln für Winkel im ersten Quadranten, also für Winkel  $\alpha$  mit  $0^\circ < \alpha < 90^\circ$

|                 | $\sin \alpha$                                  | $\cos \alpha$                                  | $\tan \alpha$                                  | $\cot \alpha$                                  |
|-----------------|--|--|--|--|
| $\sin \alpha =$ | $\sin \alpha$                                  | $\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}$                     | $\frac{\tan \alpha}{\sqrt{1 + \tan^2 \alpha}}$ | $\frac{1}{\sqrt{1 + \cot^2 \alpha}}$           |
| $\cos \alpha =$ | $\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$                     | $\cos \alpha$                                  | $\frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \alpha}}$           | $\frac{\cot \alpha}{\sqrt{1 + \cot^2 \alpha}}$ |
| $\tan \alpha =$ | $\frac{\sin \alpha}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}}$ | $\frac{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}}{\cos \alpha}$ | $\tan \alpha$                                  | $\frac{1}{\cot \alpha}$                        |
| $\cot \alpha =$ | $\frac{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}}{\sin \alpha}$ | $\frac{\cos \alpha}{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}}$ | $\frac{1}{\tan \alpha}$                        | $\cot \alpha$                                  |

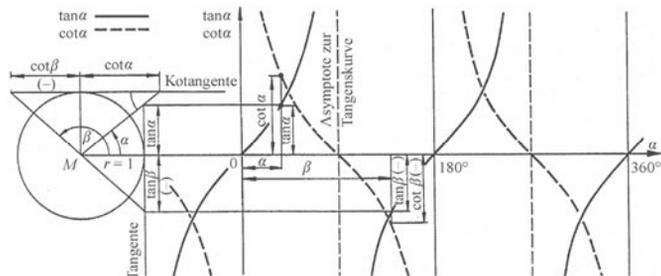
### 6.4 Graphen der trigonometrischen Funktionen

Sinuskurve, Kosinuskurve



Sinuskurve und Kosinuskurve

Tangenskurve, Kotangenskurve



Tangenskurve und Kotangenskurve

### 6.5 Reduktionsformeln

Reduktionsformeln für beliebige ganze Zahlen  $k$

$$\begin{aligned} \sin(360^\circ \cdot k + \alpha) &= \sin \alpha \\ \cos(360^\circ \cdot k + \alpha) &= \cos \alpha \\ \tan(180^\circ \cdot k + \alpha) &= \tan \alpha \\ \cot(180^\circ \cdot k + \alpha) &= \cot \alpha \end{aligned}$$

# Mathematik

## Trigonometrie

### Reduktionsformeln für negative Winkel

$$\begin{aligned}\sin(-\alpha) &= -\sin \alpha \\ \cos(-\alpha) &= \cos \alpha \\ \tan(-\alpha) &= -\tan \alpha \\ \cot(-\alpha) &= -\cot \alpha\end{aligned}$$

### Reduktionsformeln auf einen Winkel zwischen $0^\circ$ und $90^\circ$

| Funktion     | $\beta = 90^\circ \pm \alpha$ | $\beta = 180^\circ \pm \alpha$ | $\beta = 270^\circ \pm \alpha$ | $\beta = 360^\circ - \alpha$ |
|--------------|-------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|------------------------------|
| $\sin \beta$ | $+\cos \alpha$                | $\mp \sin \alpha$              | $-\cos \alpha$                 | $-\sin \alpha$               |
| $\cos \beta$ | $\mp \sin \alpha$             | $-\cos \alpha$                 | $\pm \sin \alpha$              | $+\cos \alpha$               |
| $\tan \beta$ | $\mp \cot \alpha$             | $\pm \tan \alpha$              | $\mp \cot \alpha$              | $-\tan \alpha$               |
| $\cot \beta$ | $\mp \tan \alpha$             | $\pm \cot \alpha$              | $\mp \tan \alpha$              | $-\cot \alpha$               |

## 6.6 Sinussatz und Kosinussatz

### Sinussatz

In einem beliebigen Dreieck verhalten sich die Längen der Seiten wie die Sinuswerte der gegenüberliegenden Winkel.

$$\begin{aligned}\frac{\sin \alpha}{a} &= \frac{\sin \beta}{b} \\ &= \frac{\sin \gamma}{c}\end{aligned}$$

### Kosinussatz

In einem beliebigen Dreieck ist das Quadrat einer Seitenlänge gleich der Summe der Quadrate der beiden anderen Seitenlängen minus dem doppelten Produkt der Längen dieser beiden anderen Seiten und dem Kosinus des von ihnen eingeschlossenen Winkels.

$$\begin{aligned}a^2 &= b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha, \\ b^2 &= a^2 + c^2 - 2ac \cos \beta, \\ c^2 &= a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma\end{aligned}$$

## 6.7 Arkusfunktionen

### Arkusfunktionen (zyklometrische Funktionen, inverse trigonometrische Funktionen)

Umkehrfunktionen der trigonometrischen Funktionen

### Definition

Der Definitionsbereich der entsprechenden trigonometrischen Funktion wird in Monotonieintervalle zerlegt, so dass für jedes Monotonieintervall eine Umkehrfunktion erhalten wird. Die Arkusfunktion wird entsprechend dem zugehörigen Monotonieintervall mit dem Index  $k$  gekennzeichnet.

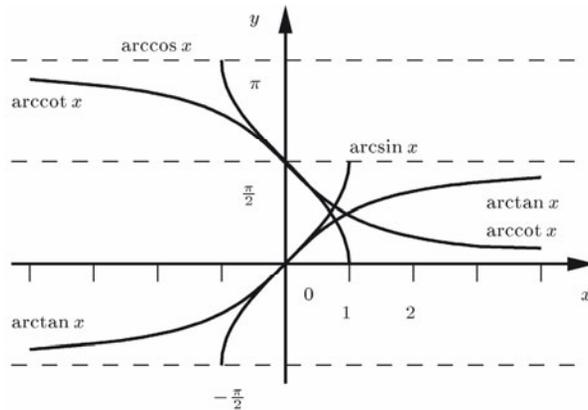
### Schreibweisen

|                |                               |
|----------------|-------------------------------|
| Arkussinus     | $y = \arcsin x$               |
| Arkuskosinus   | $y = \arccos x$               |
| Arkustangens   | $y = \arctan x$               |
| Arkuskotangens | $y = \operatorname{arccot} x$ |

**Definitions- und Wertebereiche der Arkusfunktionen**

| Arkusfunktion             | Definitionsbereich     | Wertebereich  | Gleichbedeutende trigonometrische Funktion |
|---------------------------|------------------------|---|--|
| $y = \text{arc}_k \sin x$ | $-1 \leq x \leq 1$     | $k\pi - \frac{\pi}{2} \leq y \leq k\pi + \frac{\pi}{2}$ | $x = \sin y$                               |
| $y = \text{arc}_k \cos x$ | $-1 \leq x \leq 1$     | $k\pi \leq y \leq (k+1)\pi$                             | $x = \cos y$                               |
| $y = \text{arc}_k \tan x$ | $-\infty < x < \infty$ | $k\pi - \frac{\pi}{2} < y < k\pi + \frac{\pi}{2}$       | $x = \tan y$                               |
| $y = \text{arc}_k \cot x$ | $-\infty < x < \infty$ | $k\pi < y < (k+1)\pi$                                   | $x = \cot y$                               |

**Hauptwerte der Arkusfunktionen ( $k = 0$ )**



Hauptwerte der Arkusfunktionen

Die Hauptwerte schreibt man ohne den Index  $k = 0$ .

# Mathematik

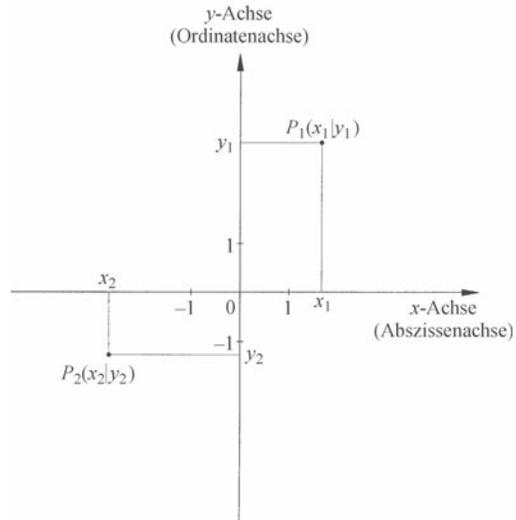
## Analytische Geometrie

### 7 Analytische Geometrie

#### 7.1 Koordinatensysteme

##### Kartesisches Koordinatensystem der Ebene

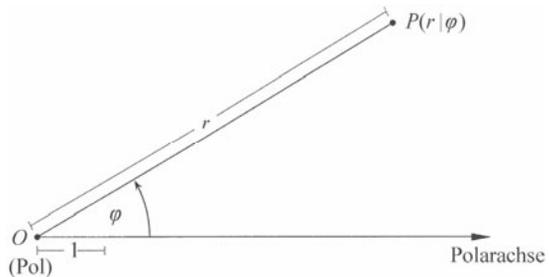
Die Koordinatenachsen stehen senkrecht aufeinander, die Achsen haben den gleichen Maßstab und bilden ein Rechtssystem. Ein beliebiger Punkt  $P$  der Ebene kann dann durch seine kartesischen Koordinaten beschrieben werden:  $P(x|y)$  mit  $x$  als Abszisse und  $y$  als Ordinate.



Kartesisches Koordinatensystem der Ebene

##### Polarkoordinatensystem der Ebene

Besteht aus einem festen Punkt, dem Pol  $O$ , und einer von ihm ausgehenden fest gewählten Achse, der Polarachse, auf der eine Orientierung und ein Maßstab festgelegt sind. Ein beliebiger Punkt  $P$  der Ebene lässt sich dann durch seine Polarkoordinaten beschreiben:  $P(r|\varphi)$ , wobei  $r$  der Abstand des Punktes  $P$  vom Pol  $O$  ist und  $\varphi$  der Winkel, den der Strahl vom Pol  $O$  durch den Punkt  $P$  mit der Polarachse bildet.



Polarkoordinatensystem der Ebene

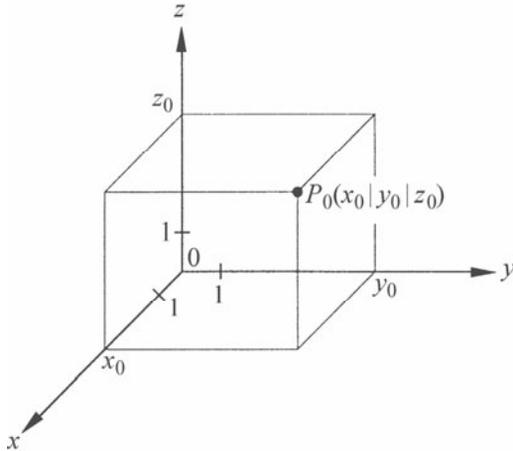
##### Zusammenhang zwischen kartesischen und Polarkoordinaten der Ebene

$$x = r \cos \varphi, \quad r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$y = r \sin \varphi, \quad \cos \varphi = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}, \quad \sin \varphi = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

**Kartesisches Koordinatensystem des Raums**

Die Koordinatenachsen sind drei paarweise aufeinander senkrecht stehende Geraden, die sich in einem Punkt, dem Koordinatenursprung, schneiden und ein Rechtssystem bilden. Auf allen drei Achsen sind die Maßstäbe gleich. Ein beliebiger Punkt  $P$  des Raums kann dann durch seine kartesischen Koordinaten beschrieben werden:  $P(x|y|z)$ , wobei  $x$ ,  $y$  und  $z$  die senkrechten Projektionen des Punktes auf die drei Koordinatenachsen sind.



Kartesische Koordinaten eines Raumpunktes  $P_0$

**7.2 Geraden**

**Allgemeine Geradengleichung**

$a \neq 0$  oder  $b \neq 0$

$$ax + by + c = 0$$

**Hauptform oder Normalform der Geradengleichung**

Division der allgemeinen Geradengleichung durch  $b \neq 0$ ;  $m$  heißt Steigung und  $n$   $y$ -Achsenabschnitt der Gerade.

$$y = mx + n$$

**Punktsteigungsform der Geradengleichung**

Gerade mit Steigung  $m$  durch den Punkt  $P_1 = P(x_1 | y_1)$

$$y = m(x - x_1) + y_1$$

**Zweipunkteform der Geradengleichung**

Gerade durch die Punkte  $P_1 = P(x_1 | y_1)$  und  $P_2 = P(x_2 | y_2)$  mit  $x_1 \neq x_2$

$$y = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1 \text{ oder}$$

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

**Achsenabschnittsform der Geradengleichung**

Gerade mit Achsenabschnitt  $x_0$  auf der  $x$ -Achse und Achsenabschnitt  $y_0$  auf der  $y$ -Achse mit  $x_0 \neq 0$  und  $y_0 \neq 0$  (die Gerade geht also durch die Punkte  $P_1(x_0 | 0)$  und  $P_2(0 | y_0)$ )

$$\frac{x}{x_0} + \frac{y}{y_0} = 1$$

**Hessesche Normalform der Geradengleichung**

Es ist  $d \geq 0$  der Abstand des Koordinatenursprungs  $O$  von der Geraden  $g$ , also die Länge des Lotes von  $O$  auf die Gerade  $g$  (Fußpunkt  $F$ ), und  $\varphi$  mit  $0 \leq \varphi < 2\pi$  der Winkel zwischen der positiven  $x$ -Achse und dem Lot  $\overline{OF}$ .

$$x \cos \varphi + y \sin \varphi - d = 0$$

# Mathematik

## Analytische Geometrie

### 7.3 Kreise

#### Kreisgleichung

Kreismittelpunkt im Ursprung, Radius  $r$

$$x^2 + y^2 = r^2$$

#### Mittelpunktsform oder Hauptform der Kreisgleichung

Mittelpunkt  $M = M(x_m | y_m)$ , Radius  $r$

$$(x - x_m)^2 + (y - y_m)^2 = r^2$$

#### Allgemeine Form der Kreisgleichung

Es gilt  $a^2 + b^2 - c = r^2 > 0$ .

$$x^2 + y^2 + 2ax + 2by + c = 0$$

#### Parameterdarstellung der Kreisgleichung

Kreis mit Mittelpunkt  $M(x_m | y_m)$ , Radius  $r$ . Die beiden Koordinaten  $x$  und  $y$  werden jeweils als Funktion einer Hilfsvariablen  $t$  angegeben.

$$\begin{aligned} x &= x_m + r \cos t, \\ y &= y_m + r \sin t, \\ 0 &\leq t < 2\pi \end{aligned}$$

#### Tangente

Gerade, die eine Kurve, also den Graph einer Funktion  $y = f(x)$ , in einem Punkt  $P(a | f(a))$  berührt, aber nicht schneidet

#### Normale

Gerade durch den Punkt  $P(a | f(a))$  einer Funktion  $y = f(x)$ , die senkrecht auf der Tangente an die Kurve der Funktion in diesem Punkt  $P$  steht

#### Normale am Kreis

Normale des Kreises mit der Gleichung  $(x - x_m)^2 + (y - y_m)^2 = r^2$  durch den Punkt  $P_1(x_1 | y_1)$

$$\begin{aligned} y &= \frac{y_1 - y_m}{x_1 - x_m} (x - x_1) \\ &+ y_1 \quad \text{oder} \\ \frac{y - y_1}{x - x_1} &= \frac{y_1 - y_m}{x_1 - x_m} \end{aligned}$$

#### Tangente am Kreis

Tangente des Kreises mit der Gleichung  $(x - x_m)^2 + (y - y_m)^2 = r^2$  im Punkt  $P_1(x_1 | y_1)$

$$\begin{aligned} y &= -\frac{x_1 - x_m}{y_1 - y_m} (x - x_1) \\ &+ y_1 \quad \text{oder} \\ (x_1 - x_m)(x - x_1) \\ &+ (y_1 - y_m)(y - y_1) \\ &= 0 \end{aligned}$$

### 7.4 Kugeln

#### Kugelgleichung

Mittelpunkt im Ursprung eines (dreidimensionalen) kartesischen Koordinatensystems, Radius  $r$

$$x^2 + y^2 + z^2 = r^2$$

#### Mittelpunktsform oder Hauptform der Kugelgleichung

Mittelpunkt  $M = M(x_m | y_m | z_m)$ , Radius  $r$

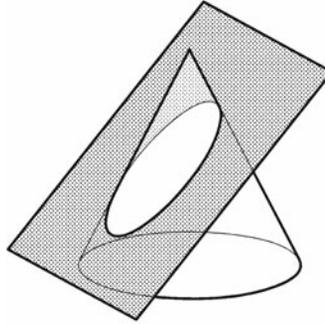
$$\begin{aligned} (x - x_m)^2 + \\ (y - y_m)^2 + \\ (z - z_m)^2 = r^2 \end{aligned}$$

### 7.5 Kegelschnitte

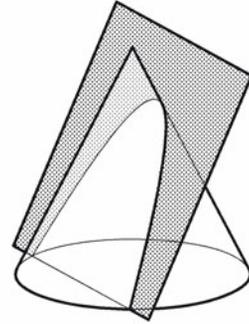
#### Definition Kegelschnitt

Schnittfigur einer Ebene und des Mantels eines geraden Doppelkreiskegels

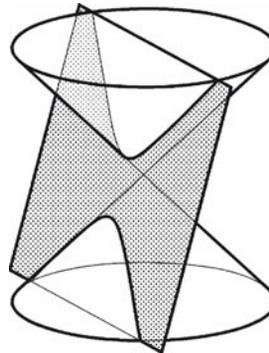
Ein gerader Kreiskegel entsteht durch Rotation einer Geraden (die Erzeugende oder Mantellinie) in einem festen Punkt (der Spitze) um eine vertikale Achse, wobei sich die rotierende Gerade entlang eines Kreises bewegt (also mit einem Kreis als Leitkurve), der in einer Ebene senkrecht zur Rotationsachse liegt. Ein gerader Doppelkreisegel besteht aus zwei gleichen geraden Kreiskegeln, deren Rotationsachsen parallel sind und deren Spitzen sich berühren.



Kegelschnitt Ellipse



Kegelschnitt Parabel



Kegelschnitt Hyperbel

Allgemeine Gleichung eines Kegelschnitts

Diese Gleichung enthält als Sonderfälle auch Gleichungen von Punkten, Geraden, Geradenpaaren und imaginären Kurven.

$$Ax^2 + 2Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$$

Ellipse

Geometrischer Ort aller Punkte einer Ebene, für die die Summe der Abstände von zwei festen Punkten  $F_1$  und  $F_2$  konstant ist. Die Punkte  $F_1$  und  $F_2$  heißen Brennpunkte der Ellipse. Bezeichnet man den Abstand eines beliebigen Punktes  $P_1$  der Ellipse zu  $F_1$  mit  $r_1$  und den Abstand von  $P_1$  zu  $F_2$  mit  $r_2$ , also  $|P_1F_1| = r_1$ ,  $|P_1F_2| = r_2$ , dann gilt  $r_1 + r_2 = 2a$  mit einer Konstanten  $a$ .

Normalform der Ellipsengleichung

$a$  = halbe Länge der Hauptachse,  $b$  = halbe Länge der Nebenachse, Ellipsenachsen fallen mit den Koordinatenachsen zusammen

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Mittelpunktsform der Ellipsengleichung

Ellipsenmittelpunkt  $M(x_m|y_m)$ , Ellipsenachsen parallel zu den Koordinatenachsen

$$\frac{(x - x_m)^2}{a^2} + \frac{(y - y_m)^2}{b^2} = 1$$

# Mathematik

## Analytische Geometrie

### Hyperbel

Geometrischer Ort aller Punkte einer Ebene, für die der Betrag der Differenz der Abstände von zwei festen Punkten  $F_1$  und  $F_2$  konstant ist. Die Punkte  $F_1$  und  $F_2$  heißen Brennpunkte der Hyperbel. Bezeichnet man den Abstand eines beliebigen Punktes  $P_1$  der Hyperbel zu  $F_1$  mit  $r_1$  und den Abstand von  $P_2$  zu  $F_2$  mit  $r_2$ , also  $|P_1F_1| = r_1$ ,  $|P_1F_2| = r_2$ , dann gilt  $|r_1 - r_2| = 2a$  mit einer Konstanten  $a$ . Die Hyperbel ist nicht zusammenhängend, sie besteht aus zwei getrennten symmetrischen Ästen.

### Normalform der Hyperbelgleichung

$a$  = halbe Länge der Hauptachse,  $e$  = Abstand der Brennpunkte vom Mittelpunkt,  $b$  aus  $a^2 + b^2 = e^2$

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

### Mittelpunktsform der Hyperbelgleichung

Mittelpunkt  $M(x_m | y_m)$ , Hauptachse parallel zur x-Achse

$$\frac{(x - x_m)^2}{a^2} - \frac{(y - y_m)^2}{b^2} = 1$$

### Parabel

Geometrischer Ort aller Punkte einer Ebene, die von einem festen Punkt  $F$  (Brennpunkt) und einer festen Geraden  $l$  (Leitlinie) den gleichen Abstand besitzen.

Der Punkt, der in der Mitte zwischen dem Brennpunkt  $F$  und der Leitlinie  $l$  liegt, ist der Scheitelpunkt  $S$ . Die Gerade durch die Punkte  $F$  und  $S$  heißt Parabelachse.

### Normalform der Parabelgleichung

Scheitelpunkt im Koordinatenursprung, x-Achse ist Parabelachse, Parabel nach rechts geöffnet

$$y^2 = 2px, \quad p > 0$$

### Scheitelpunktsform der Parabelgleichung

Scheitelpunkt  $S(x_s | y_s)$ , Parabelachse parallel zur x-Achse, Parabel nach rechts geöffnet

$$(y - y_s)^2 = 2p(x - x_s), \quad p > 0$$

## 8 Differenzial- und Integralrechnung

### 8.1 Folgen

#### Folge

Besteht aus Zahlen einer Menge, die in einer bestimmten Reihenfolge angeordnet sind.  $(a_n) = (a_1, a_2, a_3, \dots)$   
Die Zahlen der Folge heißen Glieder der Folge.

#### Endliche Folge Unendliche Folge

Hat eine Folge endlich viele Glieder, so heißt die Folge endlich, andernfalls unendlich.

#### Konstante Folge

Alle Folgenglieder gleich  $(a_n) = (a, a, a, \dots)$

#### Monotone Folge

Eine Folge  $(a_n)$  heißt  
monoton wachsend, wenn  $a_1 \leq a_2 \leq a_3 \leq \dots \leq a_n \leq \dots$  gilt,  
streng monoton wachsend, wenn  $a_1 < a_2 < a_3 < \dots < a_n < \dots$  gilt,  
monoton fallend, wenn  $a_1 \geq a_2 \geq a_3 \geq \dots \geq a_n \geq \dots$  gilt,  
streng monoton fallend, wenn  $a_1 > a_2 > a_3 > \dots > a_n > \dots$  gilt.

#### Alternierende Folge

Folge  $(a_n)$ , deren Glieder abwechselnd unterschiedliche Vorzeichen haben.

#### Beschränkte Folge

Eine Folge  $(a_n)$  heißt nach oben beschränkt, wenn es eine konstante Zahl  $K_o$  gibt, so dass für alle Glieder  $a_n \leq K_o$  gilt, nach unten beschränkt, wenn es eine konstante Zahl  $K_u$  gibt, so dass für alle Glieder  $a_n \geq K_u$  gilt, und beschränkt, wenn die Folge sowohl nach oben als auch nach unten beschränkt ist, wenn es also zwei Zahlen  $K_u, K_o$  gibt mit  $K_u \leq a_n \leq K_o$  für alle  $n \in \mathbb{N}$ .

#### Arithmetische Folge

Die Differenz je zweier aufeinanderfolgender Glieder ist konstant.  $(a_n) = (a, a + d, a + 2d, a + 3d, \dots, + (n - 1)d, \dots)$

#### Geometrische Folge

Der Quotient je zweier aufeinanderfolgender Glieder ist konstant.  $(a_n) = (a, aq, aq^2, aq^3, \dots, aq^{n-1}, \dots)$

#### Grenzwert einer Folge Konvergente Folge Divergente Folge

Die Folge  $(a_n)$  besitzt den Grenzwert (Limes)  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$  (gesprochen: Limes  $a_n$  gleich  $a$ ), wenn sich nach Vorgabe einer beliebig kleinen positiven Zahl  $\varepsilon$  ein  $n_0 \in \mathbb{N}$  so finden lässt, dass für alle  $n \geq n_0$  gilt  $|a - a_n| < \varepsilon$ .  
Besitzt  $(a_n)$  den Grenzwert  $a$ , so sagt man, dass  $(a_n)$  gegen  $a$  konvergiert. Eine Folge, die einen Grenzwert besitzt, heißt konvergent. Eine Folge, die keinen Grenzwert besitzt, heißt divergent.

#### Nullfolge

Folge mit Grenzwert 0

#### Rechenregeln für konvergente Folgen

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} (a_n + b_n) &= \lim_{n \rightarrow \infty} a_n + \lim_{n \rightarrow \infty} b_n \\ \lim_{n \rightarrow \infty} (a_n - b_n) &= \lim_{n \rightarrow \infty} a_n - \lim_{n \rightarrow \infty} b_n \\ \lim_{n \rightarrow \infty} (a_n \cdot b_n) &= \lim_{n \rightarrow \infty} a_n \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} b_n \\ \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} &= \frac{\lim_{n \rightarrow \infty} a_n}{\lim_{n \rightarrow \infty} b_n}, \text{ falls } b_n \neq 0 \text{ und } \lim_{n \rightarrow \infty} b_n \neq 0 \end{aligned}$$

# Mathematik

## Differenzial- und Integralrechnung

### Grenzwerte konvergenter Folgen

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[q]{q} = 1 \quad (q > 0)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[q]{n} = 1$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{c_r n^r + c_{r-1} n^{r-1} + \dots + c_1 n + c_0}{d_s n^s + d_{s-1} n^{s-1} + \dots + d_1 n + d_0} = \begin{cases} \frac{c_r}{d_r} & \text{für } r = s \\ 0 & \text{für } r < s \end{cases}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log_a n}{n} = 0 \quad (a > 0, a \neq 1)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} q^n = 0 \quad (|q| < 1)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} nq^n = 0 \quad (|q| < 1)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a^n}{n!} = 0$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e = 2,718\,281\,828\,4\dots$$

## 8.2 Reihen

### Reihe

Summe der Glieder einer Folge

$$a_1 + a_2 + \dots + a_n + \dots$$

### Unendliche Reihe

Summe der Glieder einer unendlichen Folge. Das Zeichen  $\infty$  bedeutet, dass die Reihe nicht abbricht. Sie besteht aus unendlich vielen Summanden.

$$a_1 + a_2 + \dots + \sum_{k=1}^{\infty} a_k$$

### Partialsommen (Teilsummen)

$$s_1 = a_1, s_2 = a_1 + a_2, \dots, s_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n = \sum_{k=1}^n a_k, \dots$$

### Konvergente unendliche Reihe

Die Folge  $(s_n)$  der Partialsommen konvergiert, besitzt also einen Grenzwert  $s$ . Dieser Grenzwert  $s$  heißt die Summe der Reihe.

$$s = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \sum_{k=1}^{\infty} a_k$$

### Divergente unendliche Reihe

Eine unendliche Reihe, bei der die Folge der Partialsommen keinen Grenzwert besitzt.

### Rechenregeln für konvergente Reihen

Konvergieren die Reihen  $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$  und  $\sum_{k=1}^{\infty} b_k$ , so konvergieren auch die

Reihen  $\sum_{k=1}^{\infty} (a_k + b_k)$  und  $\sum_{k=1}^{\infty} c \cdot a_k$ ,  $c \in \mathbb{R}$ , und es gilt

$$\sum_{k=1}^{\infty} (a_k + b_k) = \sum_{k=1}^{\infty} a_k + \sum_{k=1}^{\infty} b_k$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} c \cdot a_k = c \sum_{k=1}^{\infty} a_k$$

**Arithmetische Reihe**

Summe der Glieder einer arithmetischen Folge  
 $(a_n) = (a, a + d, a + 2d, a + 3d, \dots, a + (n - 1)d, \dots)$ .  
 Unendliche arithmetische Reihen sind divergent.

Für die Partialsummen gilt  $s_n = \sum_{k=1}^n (a + (k - 1)d) = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$ .

**Geometrische Reihe**

Summe der Glieder einer geometrischen Folge  
 $(a_n) = (a, aq, aq^2, aq^3, \dots, aq^{n-1}, \dots)$ .

Für die Partialsummen gilt  $s_n = \sum_{k=1}^n aq^{k-1} = a \frac{1 - q^n}{1 - q}$  ( $q \neq 1$ ).

Für  $|q| < 1$  konvergiert die unendliche geometrische Reihe und hat

den Grenzwert  $s = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \sum_{k=1}^{\infty} aq^{k-1} = \lim_{n \rightarrow \infty} a \frac{q^n - 1}{q - 1} = \frac{a}{1 - q}$ .

Für  $q > 1$  und  $q \leq -1$  divergiert die unendliche geometrische Reihe.

**Harmonische Reihe**

Summe der Glieder einer Folge  $(a_n) = \left(\frac{1}{n}\right)$ .

Unendliche harmonische Reihen sind divergent.

**Alternierende Reihe**

Summe der Glieder einer alternierenden Folge.

Eine alternierende Reihe  $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ , bei der  $(|a_n|)$  eine monoton fallende

Nullfolge bildet, ist konvergent (Leibnizsches Konvergenzkriterium).

**8.3 Grenzwerte von Funktionen**

**Grenzwert an einer endlichen Stelle**

Die Funktion  $y = f(x)$  besitzt an der Stelle  $x = a$  den Grenzwert  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A$  (gesprochen: Limes  $f(x)$ )

$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A$

oder

gleich  $A$  für  $x$  gegen  $a$ ), wenn sich nach Vorgabe einer beliebig kleinen positiven Zahl  $\varepsilon$  eine zweite positive Zahl  $\delta = \delta(\varepsilon)$  so finden lässt, dass für alle  $x$  mit  $|x - a| < \delta(\varepsilon)$  gilt  $|f(x) - A| < \varepsilon$  eventuell mit Ausnahme der Stelle  $a$ .

$f(x) \rightarrow A$   
für  $x \rightarrow a$

**Einseitige Grenzwerte**

Die Funktion  $y = f(x)$  besitzt an der Stelle  $x = a$  den linksseitigen Grenzwert  $A$ , wenn sich die Funktion  $f(x)$  bei unbegrenzter Annäherung von  $x$  von links an  $a$  unbegrenzt an  $A$  nähert.

$\lim_{\substack{x \rightarrow a \\ x < a}} f(x) = A$

Die Funktion  $y = f(x)$  besitzt an der Stelle  $x = a$  den rechtsseitigen Grenzwert  $A$ , wenn sich die Funktion  $f(x)$  bei unbegrenzter Annäherung von  $x$  von rechts an  $a$  unbegrenzt an  $A$  nähert.

$\lim_{x \rightarrow a-0} f(x) = A$

$\lim_{\substack{x \rightarrow a \\ x > a}} f(x) = A$

$\lim_{x \rightarrow a+0} f(x) = A$

Die Funktion  $y = f(x)$  besitzt an der Stelle  $x = a$  den Grenzwert  $A$ , wenn an dieser Stelle sowohl der linksseitige als auch der rechtsseitige Grenzwert existieren und gleich sind ( $= A$ ).

$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A$   
 $x < a$

$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A$   
 $x > a$

$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow a} f(x) = A$

# Mathematik

## Differenzial- und Integralrechnung

### Grenzwert im Unendlichen

Die Funktion  $y = f(x)$  besitzt für  $x \rightarrow \infty$  den Grenzwert  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = A$ , wenn es zu jedem beliebigen  $\varepsilon > 0$  ein hinreichend großes  $\omega = \omega(\varepsilon)$  gibt, so dass  $|f(x) - A| < \varepsilon$  für alle  $x > \omega(\varepsilon)$  gilt.

Die Funktion  $y = f(x)$  besitzt für  $x \rightarrow -\infty$  den Grenzwert  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = A$ , wenn es zu jedem beliebigen  $\varepsilon > 0$  ein hinreichend großes  $\omega = \omega(\varepsilon)$  gibt, so dass  $|f(x) - A| < \varepsilon$  für alle  $x < -\omega(\varepsilon)$  gilt.

### Rechenregeln für Grenzwerte

Gilt  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = F$  und  $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = G$  für zwei Funktionen  $f(x)$  und  $g(x)$ , so existieren auch die folgenden Grenzwerte:

$$\lim_{x \rightarrow a} [f(x) + g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) + \lim_{x \rightarrow a} g(x) = F + G$$

$$\lim_{x \rightarrow a} [f(x) - g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) - \lim_{x \rightarrow a} g(x) = F - G$$

$$\lim_{x \rightarrow a} [c \cdot f(x)] = c \cdot \lim_{x \rightarrow a} f(x) = c \cdot F \quad (c \in \mathbb{R})$$

$$\lim_{x \rightarrow a} [f(x) \cdot g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow a} g(x) = F \cdot G$$

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)} = \frac{F}{G} \quad (g(x) \neq 0, G \neq 0)$$

### Stetigkeit einer Funktion

Eine Funktion  $y = f(x)$  heißt an der Stelle  $x = a$  stetig, wenn  $f(x)$  an der Stelle  $a$  definiert ist und der Grenzwert  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$  existiert und gleich  $f(a)$  ist.

Das ist genau dann der Fall, wenn es zu jedem vorgegebenen  $\varepsilon > 0$  ein  $\delta = \delta(\varepsilon) > 0$  gibt, so dass  $|f(x) - f(a)| < \varepsilon$  für alle  $x$  mit  $|x - a| < \delta$  gilt. Eine an jeder Stelle ihres Definitionsbereichs stetige Funktion  $y = f(x)$  heißt stetig.

Der Graph einer stetigen Funktion ist eine zusammenhängende Kurve.

### Unstetigkeitsstellen

Eine Unstetigkeitsstelle ist eine Stelle  $x = a$  einer Funktion  $y = f(x)$ , an der die Funktion nicht stetig ist.

Eine Funktion, die mindestens eine Unstetigkeitsstelle besitzt, heißt unstetig.

Die Kurve einer Funktion ist an einer Unstetigkeitsstelle unterbrochen. Die häufigsten Unstetigkeitsstellen sind Sprungstellen und Pole.

### Sprungstelle

An einer Sprungstelle  $x = a$  sind der rechtsseitige Grenzwert  $\lim_{x \rightarrow a+0} f(x)$  und der linksseitige Grenzwert  $\lim_{x \rightarrow a-0} f(x)$  voneinander verschieden.

Die Funktion  $f(x)$  springt beim Durchlaufen des Punktes  $x = a$  von einem auf einen anderen endlichen Wert.

### Pol (Unendlichkeitsstelle)

Ein Pol oder eine Unendlichkeitsstelle  $x = a$  einer Funktion

$y = f(x) = \frac{g(x)}{h(x)}$  ist eine Stelle, für die der Nenner von  $f(x)$  den Wert 0

hat und der Zähler von 0 verschieden ist, also  $h(a) = 0$  und  $g(a) \neq 0$ .

Die Funktion strebt bei Annäherung an einen Pol nach (plus oder minus) Unendlich. Die Kurve der Funktion läuft an einer solchen Stelle ins Unendliche.

**8.4 Ableitung einer Funktion**

**Ableitung Differenzierbare Funktion**

Existiert für eine Funktion  $y = f(x)$  mit dem Definitionsbereich  $D$  der nebenstehende Grenzwert, dann nennt man  $f'(x_0)$  die Ableitung der Funktion  $f(x)$  an der Stelle  $x = x_0$  (gesprochen:  $f$  Strich von  $x_0$ ). Die Funktion  $f(x)$  heißt dann differenzierbar in  $x_0$ .  
Eine Funktion  $y = f(x)$  heißt (generell) differenzierbar, wenn sie an jeder Stelle ihres Definitionsbereichs differenzierbar ist. Dann heißt die durch  $g(x) = f'(x)$  definierte Funktion  $y' = f'(x)$  die Ableitung oder die Ableitungsfunktion von  $f(x)$ .

$$f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} \quad (x_0 \in D)$$

$$y' = f'(x)$$

**Stetig differenzierbare Funktion**

Funktion  $y = f(x)$ , die differenzierbar ist und deren Ableitung  $f'(x)$  eine stetige Funktion ist

**Differenziationsregeln**

Konstante Funktion:  
 $y = f(x) = c \ (c \in \mathbb{R}, \text{konstant}) \Rightarrow y' = 0$   
Faktorregel:  
 $y = c \cdot f(x) \ (c \in \mathbb{R}, \text{konstant}) \Rightarrow y' = c \cdot f'(x)$   
Summenregel:  
 $y = f(x) + g(x) \Rightarrow y' = f'(x) + g'(x)$   
 $y = f(x) - g(x) \Rightarrow y' = f'(x) - g'(x)$   
Produktregel:  
 $y = f(x) \cdot g(x) \Rightarrow y' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$   
Quotientenregel:  
 $y = \frac{f(x)}{g(x)} \ (g(x) \neq 0) \Rightarrow y' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g^2(x)}$

Kettenregel:  
Ist  $y = F(x)$  eine zusammengesetzte Funktion, also  $F(x) = f(h(x))$ , und setzt man  $z = h(x)$ , dann ist  $y = F(x)$  differenzierbar, wenn die Funktionen  $y = f(z)$  und  $z = h(x)$  differenzierbar sind, und es gilt  
 $y' = F'(x) = \frac{df}{dz} \cdot \frac{dh}{dx} = f'(z) \cdot h'(x) = f'(h(x)) \cdot h'(x)$

**Höhere Ableitungen**

Ist die Funktion  $y = f(x)$  differenzierbar oder zumindest in einem ganzen Intervall ihres Definitionsbereichs differenzierbar, so kann dort also an jeder Stelle die Ableitung  $f'(x)$  gebildet werden. Dann ist  $y = f'(x)$  wieder eine Funktion von  $x$ . Ist diese Funktion wieder differenzierbar, so nennt man diese Ableitung der (ersten) Ableitung die zweite Ableitung der Ausgangsfunktion  $y = f(x)$ , geschrieben  $f''(x)$ . Entsprechend kann es auch eine dritte, vierte, ... Ableitung von  $f(x)$  geben.

**Ableitungen einiger rationaler Funktionen**

$$y = c \ (c \text{ konstant}) \Rightarrow y' = 0$$

$$y = x \Rightarrow y' = 1$$

$$y = x^n \Rightarrow y' = n x^{n-1}$$

$$y = c_n x^n + c_{n-1} x^{n-1} + \dots + c_2 x^2 + c_1 x + c_0 \Rightarrow y' = n c_n x^{n-1} + (n-1) c_{n-1} x^{n-2} + \dots + 2 c_2 x + c_1$$

$$y = \frac{1}{x} \Rightarrow y' = -\frac{1}{x^2}$$

$$y = \frac{1}{x^n} \Rightarrow y' = -\frac{n}{x^{n+1}}$$

$$y = \frac{x^m}{x^n} \Rightarrow y' = \frac{(m-n)x^m}{x^{n+1}}$$

# Mathematik

## Differenzial- und Integralrechnung

### Ableitungen einiger irrationaler Funktionen

$$y = \sqrt{x} \Rightarrow y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$y = \sqrt[n]{x} \Rightarrow y' = \frac{1}{n \sqrt[n]{x^{n-1}}}$$

$$y = \frac{\sqrt[m]{x}}{\sqrt[n]{x}} \Rightarrow y' = \frac{n-m}{mn} \frac{\sqrt[m]{x}}{\sqrt[n]{x^{n+1}}}$$

### Ableitungen der trigonometrischen Funktionen

$$y = \sin x \Rightarrow y' = \cos x$$

$$y = \cos x \Rightarrow y' = -\sin x$$

$$y = \tan x \Rightarrow y' = \frac{1}{\cos^2 x} \quad \left( x \neq (2k+1)\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right)$$

$$y = \cot x \Rightarrow y' = -\frac{1}{\sin^2 x} \quad (x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z})$$

### Ableitungen von Exponentialfunktionen

$$y = e^x \Rightarrow y' = e^x = y$$

$$y = a^x \Rightarrow y' = e^x \ln a \quad (a \in \mathbb{R}, a > 0 \text{ konstant})$$

### Ableitungen von Logarithmusfunktionen

$$y = \ln x \Rightarrow y' = \frac{1}{x} \quad (x > 0)$$

$$y = \log_a x \Rightarrow y' = \frac{1}{x} \log_a e = \frac{1}{\ln a} \cdot \frac{1}{x}$$

$$(a \in \mathbb{R}, a > 0, a \neq 1 \text{ konstant}, x > 0)$$

### Tangente

Gerade, die den Graph einer Funktion  $y = f(x)$  in einem Punkt berührt, aber nicht schneidet.

Die Funktion  $f(x)$  hat in dem Punkt  $P(a|f(a))$  genau dann eine Tangente, wenn die Funktion in  $a$  differenzierbar ist.

Gleichung der Tangente an die Kurve im Punkt  $P(a|f(a))$

$$y = f'(a)(x - a) + f(a)$$

### Extremwerte von Funktionen

Eine Funktion  $y = f(x)$  besitzt an der Stelle  $x = a$  ein relatives Maximum, wenn es eine Umgebung von  $a$  gibt, in der alle Funktionswerte kleiner als an der Stelle  $x = a$  sind. Dieser Funktionswert  $f(a)$  heißt relatives Maximum.  $f(x) < f(a)$  für  $x \neq a$

Entsprechend besitzt eine Funktion  $y = f(x)$  an der Stelle  $x = a$  ein relatives Minimum, wenn es eine Umgebung von  $a$  gibt, in der alle Funktionswerte größer als an der Stelle  $x = a$  sind. Der Funktionswert  $f(a)$  heißt dann relatives Minimum. Das absolute oder globale Maximum einer Funktion  $y = f(x)$ , die in einem abgeschlossenen Intervall  $[c, d]$  differenzierbar ist, ist entweder ein relatives Maximum, oder es wird am Rand, also für  $x = c$  oder  $x = d$ , angenommen. Entsprechend ist das absolute oder globale Minimum ein relatives Minimum, oder es wird an einem der Intervallränder  $x = c$  oder  $x = d$  angenommen.  $f(x) > f(a)$  für  $x \neq a$

Ein Extremwert (Extremum, relatives Extremum) einer Funktion ist ein Funktionswert  $f(a)$ , der ein relatives Minimum oder ein relatives Maximum ist.

### 8.5 Integralrechnung

#### Stammfunktion einer Funktion $y = f(x)$

Eine differenzierbare Funktion  $F(x)$  mit demselben Intervall  $I$  als Definitionsbereich wie  $y = f(x)$ , falls für alle  $x \in I$  gilt  $F'(x) = f(x)$ .  
Die Funktion  $f(x)$  heißt dann integrierbar.  
Mit  $F(x)$  ist auch  $F(x) + c$  für eine beliebige Konstante  $c$  eine Stammfunktion.

$$F'(x) = f(x)$$

#### Unbestimmtes Integral von $y = f(x)$

Gesamtheit aller Stammfunktionen  $\{F(x) + C \mid C \in \mathbb{R}\}$   
(gesprochen: Integral über  $f(x) dx$ ).  
Das Zeichen  $\int$  heißt Integralzeichen und  $f(x)$  Integrand. Die Variable  $x$  nennt man Integrationsvariable und  $C$  Integrationskonstante.

$$\int f(x) dx = F(x) + C$$

#### Integrationsregeln

Faktorregel:

$$\int cf(x) dx = c \int f(x) dx \quad (c \in \mathbb{R})$$

Potenzregel:

$$\int x^n dx = \frac{1}{n+1} x^{n+1} + C$$

Summenregel:

$$\int (f(x) + g(x)) dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$$

Integrand ein Bruch, in dem der Zähler die Ableitung des Nenners ist:

$$\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln |f(x)| + C$$

Partielle Integration:

Lässt sich die Funktion  $f(x)$  als Produkt zweier Funktionen  $g(x) = u(x)$  und  $h(x) = v'(x)$  darstellen, also  $f(x) = g(x) \cdot h(x) = u(x) \cdot v'(x)$ , dann gilt

$$\int u(x) v'(x) dx = u(x) v(x) - \int u'(x) v(x) dx$$

Substitutionsmethode:

Durch Substitution  $x = \varphi(t)$  der unabhängigen Variablen einer Funktion  $y = f(x)$ , also Einführung einer neuen Variablen  $t$ , ergibt sich für das unbestimmte Integral

$$\int f(x) dx = \int f(\varphi(t)) \varphi'(t) dt$$

#### Unbestimmte Integrale einiger rationaler Funktionen

$$\int a dx = ax + C$$

$$\int x dx = \frac{1}{2} x^2 + C$$

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$$

$$\begin{aligned} \int (a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0) dx \\ = \frac{a_n}{n+1} x^{n+1} + \frac{a_{n-1}}{n} x^n + \dots + \frac{a_1}{2} x^2 + a_0 x + C \end{aligned}$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + C$$

$$\int \frac{1}{x^n} dx = -\frac{1}{n-1} \frac{1}{x^{n-1}} + C \quad (n \neq 1)$$

$$\int \frac{x^m}{x^n} dx = \frac{1}{m-n+1} \frac{x^{m+1}}{x^n} + C \quad (n \neq m+1)$$

# Mathematik

## Differenzial- und Integralrechnung

### Unbestimmte Integrale einiger irrationaler Funktionen

$$\int \sqrt{x} dx = \frac{2}{3} x^{3/2} + C$$

$$\int \sqrt[n]{x} dx = \frac{n}{n+1} \sqrt[n]{x^{n+1}} + C$$

$$\int \frac{\sqrt[m]{x}}{\sqrt[n]{x}} dx = \frac{mn}{n-m+mn} \frac{\sqrt[m]{x^{m+1}}}{\sqrt[n]{x}} + C$$

### Unbestimmte Integrale der trigonometrischen Funktionen

$$\int \sin x dx = -\cos x + C$$

$$\int \cos x dx = \sin x + C$$

$$\int \tan x dx = -\ln|\cos x| + C$$

$$\int \cot x dx = \ln|\sin x| + C$$

### Unbestimmte Integrale von Exponentialfunktionen

$$\int e^x dx = e^x + C$$

$$\int a^x dx = \frac{1}{\ln a} \cdot a^x + C \quad (a \in \mathbb{R}, a > 0 \text{ konstant})$$

### Unbestimmte Integrale von Logarithmusfunktionen

$$\int \ln x dx = x \cdot (\ln x - 1) + C \quad (x > 0)$$

$$\int \log_a x dx = \frac{1}{\ln a} \cdot x \cdot (\ln x - 1) + C \quad (a \in \mathbb{R}, a > 0 \text{ konstant}, x > 0)$$

### Bestimmtes Integral

Ist  $y = f(x)$  eine beschränkte Funktion mit einem abgeschlossenen Intervall  $D = [a, b]$  als Definitionsbereich, dann ist das bestimmte Integral

$\int_a^b f(x) dx$  von  $f(x)$  definiert durch nebenstehenden

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n f(\xi_k) \Delta x_k$$

Grenzwert, falls dieser existiert und unabhängig von der Wahl der Zahlen  $x_k$  und  $\xi_k$  ist (gesprochen: Integral von  $a$  bis  $b$  über  $f(x) d(x)$ ). Die Funktion  $f(x)$  heißt dann im Intervall  $[a, b]$  integrierbar.

Das Zeichen  $\int$  heißt Integralzeichen,  $a$  die untere Integrationsgrenze,  $b$  die obere Integrationsgrenze,  $f(x)$  der Integrand und  $x$  die Integrationsvariable.

Gilt  $f(x) \geq 0$  für alle  $x \in [a, b]$ , dann ist  $\int_a^b f(x) dx$

gleich dem Inhalt der von der Kurve (Graph der Funktion  $y = f(x)$ ) und der  $x$ -Achse zwischen  $x = a$  und  $x = b$  berandeten Fläche.

### Hauptsatz der Differenzial- und Integralrechnung

Liefert den Zusammenhang zwischen bestimmtem und unbestimmtem Integral einer Funktion  $y = f(x)$ . Ist die Funktion  $y = f(x)$  mit  $D = [a, b]$  im Intervall  $[a, b]$  integrierbar und besitzt  $f(x)$  eine Stammfunktion  $F(x)$ , so gilt nebenstehende Gleichheit.

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

**Eigenschaften  
des bestimmten Integrals**

Vertauschung der Integrationsgrenzen:

$$\int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx$$

Zusammenfassen der Integrationsintervalle:

$$\int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx = \int_a^c f(x) dx$$

Gleiche untere und obere Integrationsgrenze:

$$\int_a^a f(x) dx = 0$$

Linearität:

Existieren die bestimmten Integrale  $\int_a^b f(x) dx$  und  $\int_a^b g(x) dx$ ,

so gilt für beliebige  $c_1, c_2 \in \mathbb{R}$

$$\int_a^b (c_1 \cdot f(x) + c_2 \cdot g(x)) dx = c_1 \int_a^b f(x) dx + c_2 \int_a^b g(x) dx$$

**Bogenlänge (Länge  
eines Kurvenstücks)**

Lässt sich der Bogen durch eine stetig differenzierbare Funktion  $y = f(x)$ ,  $f: [a, b] \rightarrow W$  beschreiben, dann kann die Bogenlänge  $s$  wie nebenstehend berechnet werden.

$$s = \int_a^b \sqrt{1 + [f'(x)]^2} dx$$

## 1 Einführung

### 1.1 Physikalische Größen

**Größe**  
Maßzahl, Einheit

Größe = Maßzahl · Einheit  
Beispiel: Größen 100 V → Maßzahl 100; Einheit 1 V

**Skalare**

Größen, die allein durch ihre Maßzahl und Einheit bestimmt sind  
Beispiele: Temperatur, Masse, Energie, Leistung, Widerstand

**Vektoren**

Größen, die außerdem noch eine Richtungsangabe benötigen.  
Beispiele: Kraft, Geschwindigkeit, elektrische und magnetische Feldstärke

### 1.2 SI-System

| SI-Basisgrößen |         | SI-Basiseinheiten |         |
|----------------|---------|-------------------|---------|
| Name           | Zeichen | Name              | Zeichen |
| Zeit           | $t$     | Sekunde           | s       |
| Länge          | $l$     | Meter             | m       |
| Masse          | $m$     | Kilogramm         | kg      |
| Stromstärke    | $I$     | Ampere            | A       |
| Temperatur     | $T$     | Kelvin            | K       |
| Lichtstärke    | $I_l$   | Candela           | cd      |
| Stoffmenge     | $n$     | Mol               | mol     |

| SI-Vorsätze |       |         |            |       |         |
|-------------|-------|---------|------------|-------|---------|
| Potenz      | Name  | Zeichen | Potenz     | Name  | Zeichen |
| $10^{18}$   | Exa   | E       | $10^{-1}$  | Dezi  | d       |
| $10^{15}$   | Peta  | P       | $10^{-2}$  | Zenti | c       |
| $10^{12}$   | Tera  | T       | $10^{-3}$  | Milli | m       |
| $10^9$      | Giga  | G       | $10^{-6}$  | Mikro | $\mu$   |
| $10^6$      | Mega  | M       | $10^{-9}$  | Nano  | n       |
| $10^3$      | Kilo  | k       | $10^{-12}$ | Piko  | p       |
| $10^2$      | Hekto | h       | $10^{-15}$ | Femto | f       |
| $10^1$      | Deka  | da      | $10^{-18}$ | Atto  | a       |

## 2 Mechanik

### 2.1 Kinematik

#### 2.1.1 Gleichförmige Bewegung

**Geschwindigkeit**

Bei einer gleichförmigen Bewegung ist die Geschwindigkeit konstant und der Quotient aus zurückgelegtem Weg und der dafür benötigten Zeit

$$v = \frac{s}{t}$$

- $s$  zurückgelegter Weg in m
- $s_0$  Strecke zur Zeit  $t = 0$  in m
- $v$  Geschwindigkeit in m/s
- $t$  benötigte Zeit in s

#### 2.1.2 Gleichmäßig beschleunigte Bewegung

**Geschwindigkeit**

$v$  Geschwindigkeit in m/s

$$v = \frac{ds}{dt} = \dot{s}$$

**Beschleunigung**

 a Beschleunigung in  $\text{m/s}^2$ 

$$a = \frac{dv}{dt} = \dot{v} = \ddot{s}$$

**Zurückgelegter Weg**

s Ort in m

 $s_0$  Strecke zur Zeit  $t = 0$  in m

 $v_0$  Anfangsgeschwindigkeit in  $\text{m/s}$ 

 a Beschleunigung in  $\text{m/s}^2$ 

t benötigte Zeit in s

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

**Erreichte  
Geschwindigkeit**

 v Geschwindigkeit in  $\text{m/s}$ 
 $v_0$  Anfangsgeschwindigkeit in  $\text{m/s}$ 

 a Beschleunigung in  $\text{m/s}^2$ 

t benötigte Zeit in s

$$v = v_0 + at$$

**2.1.3 Freier Fall**
**Fallzeit**

 g Erdbeschleunigung =  $9,81 \text{ m/s}^2$ 

h Fallhöhe in m

$$t_F = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

**Geschwindigkeit beim  
Auftreffen**
 $v_e$  Endgeschwindigkeit in  $\text{m/s}$ 

$$v_e = \sqrt{2hg}$$

**2.1.4 Senkrechter Wurf**
**Flughöhe**
 $h_s$  maximale Flughöhe in m

 $t_F$  Flugzeit in s zum Auftreffen auf dem Boden in s

$$h_s = h_0 + \frac{v_0^2}{2g}$$

**Flugzeit**
 $v_e$  Endgeschwindigkeit in  $\text{m/s}$ 
 $h_0$  Anfangshöhe in m

 $v_0$  Anfangsgeschwindigkeit in  $\text{m/s}$ 

$$t_F = \frac{v_0 + \sqrt{v_0^2 + 2h_0g}}{g}$$

**Geschwindigkeit beim  
Auftreffen**

 g Erdbeschleunigung =  $9,81 \text{ m/s}^2$ 

$$v_e = -\sqrt{v_0^2 + 2h_0g}$$

**2.1.5 Schiefer Wurf**
**Flughöhe**
 $t_F$  Flugzeit in s

 $v_0$  Anfangsgeschwindigkeit in  $\text{m/s}$ 

$$h_{\max} = h_0 + \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha}{2g}$$

**Flugzeit**
 $h_0$  Anfangshöhe in m

 $\alpha$  Startwinkel, gemessen gegen die Horizontale

$$t_F = \frac{v_0 \cdot \sin \alpha}{g} + \frac{\sqrt{(v_0 \cdot \sin \alpha)^2 + 2gh_0}}{g}$$

 g Erdbeschleunigung =  $9,81 \text{ m/s}^2$ 
**Flugweite**
 $x_w$  Flugweite in m

$$x_w = v_0 \cdot t_F \cdot \cos \alpha$$

**2.1.6 Kreisbewegung,  
Rotation**

**Frequenz; Periodendauer**

$v_u$  Umfangsgeschwindigkeit in m/s  $f = \frac{1}{T}$

**Bahngeschwindigkeit;  
Umfangsgeschwindigkeit**

$\omega$  Winkelgeschwindigkeit oder Kreisfrequenz in 1/s  $v_u = \omega r$   
 $\varphi$  Winkel im Bogenmaß, in rad

**Winkelgeschwindigkeit;  
Kreisfrequenz**

$r$  Radius des Kreises in m  $\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \quad \omega = 2\pi f$   
 $n$  Drehzahl in 1/min  
 $f$  Frequenz in Hz  
 $T$  Zeit für eine Umdrehung in s, Periodendauer  
 $\alpha$  Winkelbeschleunigung in 1/s<sup>2</sup>

**2.2 Dynamik**

**2.2.1 Newtonsche Axiome**

**1. Axiom:  
Trägheitsgesetz**

Jeder Körper beharrt im Zustand der Ruhe oder der gleichförmig geradlinigen Bewegung, solange er nicht durch äußere Kräfte gezwungen wird, diesen Zustand zu ändern.

**2. Axiom:  
Aktionsgesetz**

Die zeitliche Änderung der Bewegungsgröße (Impuls) ist gleich der resultierenden Kraft  $\vec{F}$ .

$$\vec{F} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}$$

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

**3. Axiom:  
Wechselwirkungsgesetz  
actio = reactio**

Wirkt ein Körper 1 auf einen Körper 2 mit der Kraft  $F_{12}$ , so wirkt der Körper 2 auf den Körper 1 mit einer gleich großen, entgegengesetzten Kraft  $F_{21}$ .

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

**2.2.2 Kraft**

**Einheit**

Die Kraft  $\vec{F}$  ist ein Vektor mit der Einheit  $|F| [F] = 1 \text{ N (Newton)}$ .

$$1 \text{ N} = 1 \frac{\text{kg m}}{\text{s}^2}$$

**Kraft**

$F$  Kraft in N  $F = m a$   
 $m$  Masse in kg  
 $a$  Beschleunigung in m/s<sup>2</sup>

**Rückstellkraft  
einer Feder**

$F_F$  Rückstellkraft einer Feder in N  $F_F = -c x$   
 $c$  Federkonstante in N/m  
 $x$  Auslenkung der Feder in m

**Kräfte auf Schiefen  
Ebenen**

$F_H$  Hangabtriebskraft in N  $F_N = mg \cos \alpha$   
 $F_N$  Normalkraft in N  
 $m$  Masse in kg  
 $g$  Erdbeschleunigung  
 $\alpha$  Neigungswinkel der Schiefen Ebene

# Physik

## Mechanik

### Reibungskraft

|       |                    |                 |
|-------|--------------------|-----------------|
| $F_R$ | Reibungskraft in N | $F_R = \mu F_N$ |
| $F_N$ | Normalkraft in N   |                 |
| $\mu$ | Reibungszahl       |                 |

### Zentrifugalkraft

|          |                              |                      |
|----------|------------------------------|----------------------|
| $F_Z$    | Zentrifugalkraft in N        | $F_Z = m \omega^2 r$ |
| $m$      | Masse in kg                  |                      |
| $\omega$ | Winkelgeschwindigkeit in 1/s |                      |
| $r$      | Radius des Kreises in m      |                      |

### Gravitationskraft

|          |                                  |   |
|----------|----------------------------------|---|
| $F_G$    | Gravitationskraft N              | $F_G = \frac{\gamma m_1 m_2}{r_{12}^2}$                           |
| $\gamma$ | Gravitationskonstante            |   |
| $m_1$    | Masse 1 in kg                    |   |
| $m_2$    | Masse 2 in kg                    |   |
| $r_{12}$ | Abstand zwischen den Massen in m | $\gamma = 6,67259 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2}$ |

Gravitationsgesetz

### 2.2.3 Impuls, Drehimpuls

#### Impuls

|            |                          |   |
|------------|--------------------------|---|
| $p$        | Impuls in kg m/s         | $p = m v$                                   |
| $m$        | Masse in kg              |   |
| $v$        | Geschwindigkeit in m/s   | $\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$ |
| $\Delta p$ | Impulsänderung in kg m/s |   |
| $\Delta t$ | Zeitdifferenz in s       |   |

#### Impulserhaltungssatz

|   |  |
|---|--|
| Wirken auf ein System keine äußeren Kräfte, so ist der Gesamtimpuls konstant. | $p_1 + p_2 + p_3 + \dots + p_n$ oder<br>= const<br>$\sum_i p_i = \text{const}$ |
|---|--|

#### Drehimpuls

|            |  |                                 |
|------------|--|---------------------------------|
| $L$        | Drehimpuls in kg m <sup>2</sup> /s         | $L = J \omega$                  |
| $J$        | Trägheitsmoment in kg m <sup>2</sup>       |                                 |
| $\omega$   | Winkelgeschwindigkeit in 1/s               | $M = \frac{\Delta L}{\Delta t}$ |
| $\Delta L$ | Drehimpulsänderung in kg m <sup>2</sup> /s |                                 |
| $\Delta t$ | Zeitdifferenz in s                         |                                 |

#### Drehimpulserhaltungssatz

|  |  |
|--|--|
| Wirken auf ein System keine äußeren Drehmomente, so ist der Gesamtdrehimpuls konstant. | $L_1 + L_2 + L_3 + \dots + L_n$ oder<br>= const<br>$\sum_i L_i = \text{const}$ |
|--|--|

### 2.2.4 Arbeit, Energie

#### Einheit

|   |   |
|---|---|
| Besitzt ein Körper Energie, so kann er Arbeit verrichten. Arbeit und Energie haben die gleiche Einheit. Es gibt verschiedene Energieformen. | $1 \text{ J} = 1 \text{ Nm} = 1 \frac{\text{kg m}^2}{\text{s}^2}$<br>$[W] = 1 \text{ Nm} = 1 \text{ J (Joule)}$ |
|---|---|

#### Arbeit, Energie

|                        |              |
|------------------------|--------------|
| Arbeit = Kraft mal Weg | $W = F s$    |
| $W$                    | Energie in J |
| $F$                    | Kraft in N   |
| $s$                    | Strecke in m |

#### Lageenergie oder potenzielle Energie

|                  |                          |                          |
|------------------|--------------------------|--------------------------|
| $W_{\text{pot}}$ | potenzielle Energie in J | $W_{\text{pot}} = m g h$ |
| $m$              | Masse in kg              |                          |
| $g$              | Erdbeschleunigung        |                          |
| $h$              | Höhenunterschied in m    |                          |

**Bewegungsenergie  
oder kinetische Energie,  
Translation**

$W_{\text{kin}}^{\text{trans}}$  Energie in J  
 $m$  Masse in kg  
 $v$  Geschwindigkeit in m/s

$$W_{\text{kin}}^{\text{trans}} = \frac{1}{2} m v^2$$

**Bewegungsenergie oder  
kinetische Energie,  
Rotation**

$W_{\text{kin}}^{\text{rot}}$  Energie in J  
 $J$  Trägheitsmoment in kg m<sup>2</sup>  
 $\omega$  Winkelgeschwindigkeit in 1/s

$$W_{\text{kin}}^{\text{rot}} = \frac{1}{2} J \omega^2$$

**Elastische Energie  
einer Feder**

$W_{\text{elas}}$  elastische Energie in J  
 $c$  Federkonstante in N/m  
 $x$  Auslenkung der Feder in m

$$W_{\text{elas}} = \frac{1}{2} c x^2$$

**Reibungsenergie**

$W_{\text{R}}$  Reibungsenergie in J  
 $F_{\text{N}}$  Normalkraft in N  
 $\mu$  Reibungszahl  
 $s$  Strecke in m

$$W_{\text{R}} = \mu F_{\text{N}} s$$

$$W_{\text{R}} = \mu m g s$$

**Energieerhaltungssatz**

In einem abgeschlossenen System ist die Summe aller Energien zu jedem Zeitpunkt konstant.

$$W_1 + W_2 + W_3 + \dots + W_n = \text{const}$$

**2.2.5 Leistung, Wirkungsgrad**

**Einheit**

$$[P] = 1 \frac{\text{J}}{\text{s}} = 1 \text{ W (Watt)}$$

$$1 \text{ W} = 1 \frac{\text{J}}{\text{s}} = 1 \frac{\text{Nm}^2}{\text{s}^3}$$

**Leistung**

$P$  Leistung in W  
 $W$  Arbeit oder Energie in J  
 $t$  Zeit in s

$$P = \frac{W}{t}$$

**Leistung bei  
gradliniger Bewegung**

$P$  Leistung in W  
 $F$  Kraft in N  
 $v$  Geschwindigkeit in m/s

$$P = F v$$

**Leistung bei Rotation**

$P$  Leistung in W  
 $F$  Kraft in N  
 $d$  Durchmesser des Kreises in m  
 $\omega$  Winkelgeschwindigkeit in 1/s  
 $P$  Leistung in W  
 $M$  Drehmoment in Nm

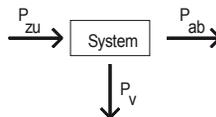
$$P = F \pi d \omega$$

$$P = M \omega$$

**Wirkungsgrad**

$\eta$  Gesamtwirkungsgrad  
 $P_{\text{ab}}$  abgegebene Leistung in W  
 $P_{\text{zu}}$  zugeführte Leistung in W

$$\eta = \frac{P_{\text{ab}}}{P_{\text{zu}}}$$



**Zusammengesetzter  
Wirkungsgrad**

$\eta_{1,2,3}$  Einzelwirkungsgrade. Der Gesamtwirkungsgrad ist gleich dem Produkt der Einzelwirkungsgrade.

$$\eta = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \dots$$

**2.2.6 Trägheitsmoment**
**Definition**

Das Trägheitsmoment hängt von der Massenverteilung des Körpers und von der Lage der Massenpunkte zur Drehachse ab. Die Auswertung des Integrals liefert für die speziellen Körper, wenn die Drehachse durch dem Massenmittelpunkt verläuft, folgende Werte:

$$J = \int_{\text{Vol}} r^2 dm \quad [J] = 1 \text{ kg m}^2$$

**Punktmasse**

$m$  Masse in kg  
 $r$  Abstand von der Drehachse in m

$$J = mr^2$$

**Stab, Achse durch Stabmitte**

$m$  Masse in kg  
 $l$  Länge des Stabes in m

$$J = \frac{1}{12} ml^2$$

**Vollzylinder, Drehachse gleich Längsachse**

$m$  Masse in kg  
 $r$  Radius in m

$$J = \frac{1}{2} mr^2$$

**Hohlzylinder, Drehachse gleich Längsachse**

$m$  Masse in kg  
 $r_a$  Außenradius in m  
 $r_i$  Innenradius in m

$$J = \frac{1}{2} m (r_a^2 + r_i^2)$$

**Dünner Ring, Drehachse senkrecht zum Ring**

$m$  Masse in kg  
 $r$  Radius in m

$$J = mr^2$$

**Kugel, Drehachse durch den Mittelpunkt**

$m$  Masse in kg  
 $r$  Radius in m

$$J = \frac{2}{5} mr^2$$

**Satz von Steiner**

Wird dann angewendet, wenn die Drehachse nicht durch den Massenmittelpunkt verläuft, sondern im Abstand  $a$  dazu.

$$J = J_s + m a^2$$

$J$  Trägheitsmoment

$J_s$  Trägheitsmoment bezüglich einer Achse durch den Schwerpunkt

$m$  Gesamtmasse des rotierenden Körpers in kg

$a$  Abstand Drehachse zum Massenmittelpunkt

**2.2.7 Drehmoment**

Das Drehmoment ist ein Vektor, der senkrecht auf der Ebene steht, die durch den Kraftvektor und den Vektor, der von der Drehachse zum Angriffspunkt der Kraft verläuft, festgelegt ist.

**Drehmoment**

$\vec{M}$  Drehmoment in Nm

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$

$\vec{r}$  Vektor von der Drehachse zum Angriffspunkt der Kraft in m

$$M = r F \sin \alpha$$

$\vec{F}$  angreifende Kraft in N

$\alpha$  Winkel zwischen  $\vec{r}$  und  $\vec{F}$

### 3 Flüssigkeiten und Gase

#### 3.1 Druck

##### Druck

|                            |  |  |
|----------------------------|--|--|
| Druck = Kraft durch Fläche |  | $p = \frac{F}{A}$                      |
| $p$ Druck in Pa            |  |  |
| $F$ Kraft in N             |  |  |
| $A$ Fläche in $m^2$        |  | $[p] = 1 \text{ Pa} = 1 \frac{N}{m^2}$ |

##### Hydrostatischer Druck in Flüssigkeiten

|                                 |  |                |
|---------------------------------|--|----------------|
| $p$ Druck in Pa                 |  | $p = \rho g h$ |
| $\rho$ Massendichte in $kg/m^3$ |  |                |
| $g$ Erdbeschleunigung           |  |                |
| $h$ Höhe der Flüssigkeit in m   |  |                |

##### Schweredruck in Luft, barometrische Höhenformel

|   |  |                                       |
|---|--|---------------------------------------|
| $p$ Druck in Pa   |  | $p = p_0 e^{-\frac{\rho_0 g h}{p_0}}$ |
| $p_0$ Druck am Boden in Pa  |  |                                       |
| $\rho_0$ Dichte der Luft am Boden   |  |                                       |
| $g$ Erdbeschleunigung   |  |                                       |
| Höhe über der Erdoberfläche in m nach<br>DIN 5450: $\rho_0 = 101325 \text{ Pa}$ ; $\rho_0 = 1,293 \text{ kg/m}^3$ |  |                                       |

#### 3.2 Auftrieb

##### Auftriebskraft; Gesamtkraft

|  |  |   |
|--|--|---|
| $F_A$ Auftriebskraft in N  |  | $F_A = g \rho_M V_M$                    |
| $F_G$ Gewichtskraft in N   |  | $F_{ges} = F_G - F_A$                   |
| $F_{ges}$ gesamte Kraft auf einen Körper in N  |  |   |
| $g$ Erdbeschleunigung  |  | $F_{ges} = g (\rho_K V_K - \rho_M V_M)$ |
| $\rho_K$ Dichte des Körpers in $kg/m^3$  |  |   |
| $\rho_M$ Dichte des Mediums in $kg/m^3$  |  |   |
| $V_K$ Volumen des Körpers in $m^3$   |  |   |
| durch den Körper verdrängtes Volumen in $m^3$<br>Ist der Körper vollständig im Medium eingetaucht, ist $V_K = V_M$ . |  |   |

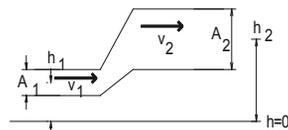
#### 3.3 Hydrodynamik

##### Kontinuitätsgleichung

|  |  |  |
|--|--|--|
| $\rho$ Dichte der Flüssigkeit in $kg/m^3$                        |  | $\rho v_1 A_1 = \rho v_2 A_2 = \text{const}$         |
| $v_1, v_2$ Geschwindigkeiten an verschiedenen Stellen in m/s     |  | $\dot{V} = \frac{\dot{m}}{\rho} = vA = \text{const}$ |
| $A_1, A_2$ Querschnittsflächen an verschiedenen Stellen in $m^2$ |  |  |
| $\dot{V}$ Volumenstrom in $m^3/s$                                |  |  |
| $\dot{m}$ Massenstrom in kg/s                                    |  |  |

##### Bernoulli-Gleichung

|  |  |  |
|--|--|--|
| $p_{ges}$ gesamter Druck in Pa                   |  | $p_{ges} = p + p_{dyn} + p_G$                          |
| $p$ Betriebsdruck in Pa                          |  |  |
| $p_{dyn}$ dynamischer Druck oder Staudruck in Pa |  | $p_{ges} = p + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g \Delta h$ |
| $p_G$ Schweredruck in Pa                         |  |  |
| $\rho$ Dichte der Flüssigkeit in $kg/m^3$        |  |  |
| $v$ Geschwindigkeit in m/s                       |  |  |
| $\Delta h$ $h_2 - h_1$ , Höhenunterschied in m   |  |  |
| $g$ Erdbeschleunigung                            |  |  |



# Physik

## Thermodynamik

### Innere Reibung

|                     |                         |  |
|---------------------|-------------------------|--|
| $F_R$               | Reibungskraft in N      | $F_R = \eta A \frac{\Delta v}{\Delta x}$ |
| $A$                 | Fläche in $m^2$         |  |
| $\eta$              | Viskosität in Pa s      |  |
| $\Delta v/\Delta x$ | Geschwindigkeitsgefälle |  |

## 4 Thermodynamik

### 4.1 Temperaturskalen, Ausdehnung von Stoffen

#### Kelvin – Celsius

|             |                                  |                                      |
|-------------|----------------------------------|--------------------------------------|
| $T$         | Temperatur in K                  | $T = (\vartheta + 273,15) \text{ K}$ |
| $\vartheta$ | Temperatur in $^{\circ}\text{C}$ |                                      |

#### Celsius – Fahrenheit

|               |                                  |   |
|---------------|----------------------------------|---|
| $\vartheta$   | Temperatur in $^{\circ}\text{C}$ | $\vartheta = \frac{5}{9}(\vartheta_F - 32)^{\circ}\text{C}$ |
| $\vartheta_F$ | Temperatur in $^{\circ}\text{F}$ |   |

#### Lineare Ausdehnung

|            |  |  |
|------------|--|--|
| $l_0$      | Ausgangslänge in m                     | $\frac{\Delta l}{l_0} = \alpha_l \Delta T$ |
| $\Delta l$ | Längenänderung in m                    |  |
| $\Delta T$ | Temperaturdifferenz in K               |  |
| $\alpha_l$ | linearer Ausdehnungskoeffizient in 1/K |  |

#### Volumenausdehnung

|            |  |  |
|------------|--|--|
| $V_0$      | Ausgangslänge in m                     | $\frac{\Delta V}{V_0} = \alpha_V \Delta T$ |
| $\Delta V$ | Längenänderung in m                    |  |
| $\Delta T$ | Temperaturdifferenz in K               |  |
| $\alpha_V$ | Volumen Ausdehnungskoeffizient in 1/K  |  |
| $\alpha_l$ | linearer Ausdehnungskoeffizient in 1/K | $\alpha_V \approx 3 \alpha_l$              |

### 4.2 Ideale Gase

#### Allgemeine Gleichung idealer Gase

|     |                          |            |
|-----|--------------------------|------------|
| $p$ | Druck in Pa              | $pV = nRT$ |
| $V$ | Volumen in $m^3$         |            |
| $n$ | Anzahl der Mole          |            |
| $R$ | universelle Gaskonstante |            |
| $T$ | Temperatur in K          |            |

#### Spezielle Gasgleichung

|       |                        |               |
|-------|------------------------|---------------|
| $p$   | Druck in Pa            | $pV = mR_s T$ |
| $V$   | Volumen in $m^3$       |               |
| $m$   | Masse des Gases in kg  |               |
| $R_s$ | spezielle Gaskonstante |               |
| $T$   | Temperatur in K        |               |

#### Universelle Gaskonstante

|  |   |   |
|--|---|---|
| $R$                                      | universelle Gaskonstante                | $R = \frac{p_0 V_0}{T_0}$                   |
| $p_0 = 101325 \text{ Pa}$                | Druck bei $0^{\circ}\text{C}$           |   |
| $V_0 = 22,41383 \text{ dm}^3/\text{mol}$ | Volumen bei $0^{\circ}\text{C}$         | $R = 8,31441 \frac{\text{J}}{\text{mol K}}$ |
| $T_0 = 273,15 \text{ K}$                 | Temperatur bei $0^{\circ}\text{C}$ in K |   |

#### Spezielle Gaskonstante

|                           |  |                                |
|---------------------------|--|--------------------------------|
| $p_0 = 101325 \text{ Pa}$ | Druck bei $0^{\circ}\text{C}$                                      | $R_s = \frac{p_0}{\rho_0 T_0}$ |
| $\rho_0$                  | Dichte des Gases bei $0^{\circ}\text{C}$ in $\text{kg}/\text{m}^3$ |                                |
| $T_0 = 273,15 \text{ K}$  | Temperatur bei $0^{\circ}\text{C}$ in K                            |                                |

#### Volumen Ausdehnungskoeffizient

|            |                                       |                                       |
|------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| $\alpha_V$ | Volumen Ausdehnungskoeffizient in 1/K | $\alpha_V = \frac{1}{273,15\text{K}}$ |
|------------|---------------------------------------|---------------------------------------|

**Mittlere kinetische  
Energie der Gasmoleküle**

|                  |                         |  |
|------------------|-------------------------|--|
| $W_{\text{kin}}$ | kinetische Energie in J | $\overline{W_{\text{kin}}} = \frac{3}{2} kT$           |
| $k$              | Boltzmann-Konstante     |  |
| $T$              | Temperatur in K         |  |
|                  |                         | $k = 1,38066 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$ |

**Wärmeenergie**

|                       |  |                                      |
|-----------------------|--|--------------------------------------|
| $\Delta W_{\text{Q}}$ | Änderung der Wärmeenergie in J         | $\Delta W_{\text{Q}} = m c \Delta T$ |
| $C$                   | Wärmekapazität in J/K                  |                                      |
| $m$                   | Masse in kg                            |                                      |
| $c$                   | spezifische Wärmekapazität in J/(kg K) | $\Delta W_{\text{Q}} = C \Delta T$   |
| $\Delta T$            | Temperaturänderung in K                |                                      |

**4.3 Wärmeleitung,  
Wärmestrahlung**
**Wärmeleitung**

|                       |                                |   |
|-----------------------|--------------------------------|---|
| $\Delta W_{\text{Q}}$ | Änderung der Wärmeenergie in J | $\frac{\Delta W_{\text{Q}}}{\Delta t} = -\lambda A \frac{\Delta T}{\Delta x}$ |
| $\Delta t$            | Zeitdifferenz in s             |   |

**Wärmestrahlung**

|               |  |  |
|---------------|--|--|
| $\lambda$     | Wärmeleitfähigkeit                         | $[\lambda] = 1 \frac{\text{W}}{\text{K} \cdot \text{m}}$             |
| $A$           | Fläche in $\text{m}^2$                     |  |
| $\Delta T$    | Temperaturdifferenz in K                   |  |
| $\Delta x$    | Materialstärke in m                        |  |
| $S$           | Leistung in W                              | $S = A \varepsilon \sigma (T_2^4 - T_1^4)$                           |
| $A$           | Fläche in $\text{m}^2$                     |  |
| $\varepsilon$ | Emissionskoeffizient ( $\varepsilon < 1$ ) | $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}^4}$ |
| $\sigma$      | Stefan-Boltzmann-Konstante                 |  |
| $T_{1,2}$     | Temperaturen in K                          |  |

**5 Harmonische  
Schwingungen**
**5.1 Ungedämpfte  
Schwingungen**
**Frequenz;  
Kreisfrequenz**

|          |   |  |
|----------|---|--|
| $f$      | Frequenz in Hz (Hertz)                  | $f = \frac{1}{T} \quad \omega = 2 \pi f = \frac{2 \pi}{T}$ |
| $T$      | Periodendauer oder Schwingungszeit in s |  |
| $\omega$ | Kreisfrequenz                           |  |

**Harmonische  
Schwingung**

|            |                                   |   |
|------------|-----------------------------------|---|
| $y$        | Momentanwert oder Augenblickswert | $y(t) = \hat{y} \sin(\omega_0 t + \varphi)$ |
| $\hat{y}$  | Amplitude oder Spitzenwert        |   |
| $\omega_0$ | Kreisfrequenz in 1/s              |   |
| $t$        | Zeit in s                         |   |
| $\varphi$  | Phasenverschiebung in rad         |   |

**Fadenpendel mit kleiner  
Amplitude; Federpendel;  
elektrischer Schwingkreis**

|     |   |                                |
|-----|---|--------------------------------|
| $T$ | Periodendauer oder Schwingungszeit in s | $T = 2 \pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ |
| $l$ | Länge des Fadenpendels in m             |                                |
| $g$ | Erdbeschleunigung                       |                                |
| $m$ | Masse in kg                             | $T = 2 \pi \sqrt{\frac{m}{c}}$ |
| $c$ | Federkonstante in N/m                   |                                |
| $L$ | Induktivität einer Spule in H           | $T = 2 \pi \sqrt{LC}$          |
| $C$ | Kapazität eines Kondensators in F       |                                |

# Physik

## Harmonische Schwingungen

### 5.2 Gedämpfte Schwingungen

#### Harmonische Schwingung

|           |                                   |   |
|-----------|-----------------------------------|---|
| $y$       | Momentanwert oder Augenblickswert | $y(t) = \hat{y} e^{-\delta t} \sin(\omega t + \varphi)$ |
| $\hat{y}$ | Amplitude oder Spitzenwert        |   |
| $\delta$  | Abklingkoeffizient in 1/s         |   |
| $\omega$  | Kreisfrequenz in 1/s              |   |
| $t$       | Zeit in s                         |   |

#### Gütefaktor

|            |                                   |                                |
|------------|-----------------------------------|--------------------------------|
| $Q$        | Gütefaktor                        | $Q = \frac{\omega_0}{2\delta}$ |
| $\omega_0$ | Kreisfrequenz, ungedämpft, in 1/s |                                |
| $\delta$   | Abklingkoeffizient in 1/s         |                                |

#### Zeitkonstante

|          |                           |                           |
|----------|---------------------------|---------------------------|
| $\tau$   | Zeitkonstante in s        | $\tau = \frac{1}{\delta}$ |
| $\delta$ | Abklingkoeffizient in 1/s |                           |

#### Kreisfrequenz

|            |                                   |   |
|------------|-----------------------------------|---|
| $\omega$   | Kreisfrequenz, gedämpft, 1/s      | $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$ |
| $\omega_0$ | Kreisfrequenz, ungedämpft, in 1/s |   |
| $\delta$   | Abklingkoeffizient in 1/s         |   |

### 5.3 Erzwungene Schwingungen, Resonanz

#### Momentanwert der erzwungenen Schwingung

|           |  |   |
|-----------|--|---|
| $y$       | Momentanwert oder Augenblickswert      | $y(t) = \hat{y} \sin(\Omega t + \varphi)$ |
| $\hat{y}$ | Amplitude oder Spitzenwert             |   |
| $\Omega$  | Kreisfrequenz des Erregers in 1/s      |   |
| $\varphi$ | Phasenwinkel zwischen System und Kraft |   |
| $t$       | Zeit in s                              |   |

#### Amplitude als Funktion der Erregerfrequenz $\Omega$

|            |  |  |
|------------|--|--|
| $F(t)$     | angreifende Kraft in N                             | $F(t) = \hat{F} \cdot \cos(\Omega \cdot t)$  |
| $\Omega$   | Kreisfrequenz des Erregers in 1/s                  |  |
| $m$        | Masse des schwingenden Systems in kg               | $\hat{y} = \frac{\hat{F} / m}{\sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + (2\delta\Omega)^2}}$ |
| $\omega_0$ | Eigenkreisfrequenz des ungedämpften Systems in 1/s |  |
| $\delta$   | Abklingkoeffizient in 1/s                          |  |

#### Phasenverschiebung zwischen System und Erreger

|            |  |   |
|------------|--|---|
| $\varphi$  | Phasenwinkel zwischen schwingendem System und angreifender Kraft | $\tan \varphi = \frac{2\delta \omega_0}{(\omega_0^2 - \Omega^2)}$ |
| $\omega_0$ | Eigenkreisfrequenz des ungedämpften Systems in 1/s               |   |
| $\delta$   | Abklingkoeffizient in 1/s  |   |
| $\Omega$   | Kreisfrequenz des Erregers in 1/s                                |   |

## 6 Wellen

### 6.1 Ausbreitung

#### Phasengeschwindigkeit

|           |                              |                 |
|-----------|------------------------------|-----------------|
| $c$       | Phasengeschwindigkeit in m/s | $c = \lambda f$ |
| $\lambda$ | Wellenlänge in m             |                 |
| $f$       | Frequenz in Hz               |                 |

#### Wellenzahl

|           |                   |                            |
|-----------|-------------------|----------------------------|
| $k$       | Wellenzahl in 1/m | $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ |
| $\lambda$ | Wellenlänge in m  |                            |

#### Ausbreitung einer ebenen Welle in $x$ -Richtung

|           |   |   |
|-----------|---|---|
| $y$       | Momentanwert oder Augenblickswert       | $y = \hat{y} \sin \left[ 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \right]$ |
| $\hat{y}$ | Amplitude oder Spitzenwert              |   |
| $t$       | Zeit in s                               | $y = \hat{y} \sin(\omega t - kx)$   |
| $T$       | Periodendauer oder Schwingungszeit in s |   |
| $x$       | Strecke in m                            |   |
| $\lambda$ | Wellenlänge in m                        |   |
| $\omega$  | Kreisfrequenz in 1/s                    |   |
| $k$       | Wellenzahl in 1/m                       |   |

#### Stehende Wellen, Überlagerung zweier entgegengesetzt laufender Wellen gleicher Frequenz und gleicher Amplitude

|                  |  |   |
|------------------|--|---|
| $y_{\text{res}}$ | resultierende Auslenkung               | $y_{\text{res}} = 2\hat{y} \sin(\omega t) \cos(kx)$ |
| $\hat{y}$        | gleiche Amplitude der einzelnen Wellen |   |
| $\omega$         | Kreisfrequenz in 1/s                   |   |
| $t$              | Zeit in s                              |   |
| $k$              | Wellenzahl in 1/m                      |   |

### 6.2 Reflexion, Brechung

#### Reflexionsgesetz

|          |                |                  |
|----------|----------------|------------------|
| $\alpha$ | Einfallswinkel | $\alpha = \beta$ |
| $\beta$  | Ausfallswinkel |                  |

#### Brechungsgesetz

|            |  |   |
|------------|--|---|
| $n$        | Brechungsindex   | $n = \frac{c}{c_0}$   |
| $c$        | Phasengeschwindigkeit im Medium in m/s                 |   |
| $c_0$      | Phasengeschwindigkeit im Vakuum ( $\cong$ Luft) in m/s |   |
| $\alpha_1$ | Winkel im Medium 1                                     | $\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{n_2}{n_1}$ |
| $\alpha_2$ | Winkel im Medium 2                                     |   |
| $c_1$      | Phasengeschwindigkeit im Medium 1 in m/s               |   |
| $c_2$      | Phasengeschwindigkeit im Medium 2 in m/s               |   |
| $n_1$      | Brechungsindex Medium 1                                |   |
| $n_2$      | Brechungsindex Medium 2                                |   |

### 6.3 Beugung

#### Einfachspalt Auslöschung tritt für die Winkel. $\alpha_{\text{min}}$ Intensitätsverteilung

|           |                        |  |
|-----------|------------------------|--|
| $m$       | Ordnungszahl           | $\sin \alpha_{\text{min}} = \frac{m\lambda}{b},$ |
| $b$       | Breite des Spaltes     |  |
| $\lambda$ | Wellenlänge            | $m = 1, 2, 3, \dots$                             |
| $I_0$     | einfallende Intensität |  |

$$I_{\alpha \text{ Spalt}} \text{ Intensität als Funktion des Winkels } I_{\alpha \text{ Spalt}} = I_0 \frac{\sin^2 \left( \frac{\pi b}{\lambda} \sin \alpha \right)}{\left( \frac{\pi b}{\lambda} \sin \alpha \right)^2}$$

**Physik**

**Optik**

**Gitter maximale Verstärkung tritt auf für die Winkel.  $\alpha_{\min}$  Intensitätsverteilung**

|                             |   |  |
|-----------------------------|---|--|
| $m$                         | Ordnungszahl                                      | $\sin \alpha_{\max} = \frac{n \lambda}{g}$ ,   |
| $g$                         | Gitterkonstante, Abstand der einzelnen Spalte     | $m = 1, 2, 3 \dots$  |
| $b$                         | Breite eines Spaltes im Gitter                    |  |
| $\lambda$                   | Wellenlänge                                       |  |
| $p$                         | Anzahl der Strahlen, die zur Interferenz gelangen | $I_{\alpha \text{ Gitter}} =$  |
| $I_{\alpha \text{ Spalt}}$  | Intensität als Funktion des Winkels eines Spaltes | $\sin^2 \left( \frac{pg \pi}{\lambda} \sin \alpha \right)$                               |
| $I_{\alpha \text{ Gitter}}$ | Intensität als Funktion des Winkels des Gitters   | $I_{\alpha \text{ Spalt}} \cdot \sin^2 \left( \frac{g \pi}{\lambda} \sin \alpha \right)$ |

Beugung am Gitter

**Frequenz, die der Beobachter wahrnimmt. Quelle und Beobachter bewegen sich entsprechend der angegebenen Pfeilrichtungen**

|                           | Quelle                               | Beobachter |   |                                     |
|---------------------------|--------------------------------------|------------|---|-------------------------------------|
| Schall - Wellen           | →                                    | →          | $f_B$ Frequenz, die der Beobachter wahrnimmt in Hz        | $f_B = f_Q \frac{c - v_B}{c - v_Q}$ |
|                           | →                                    | ←          | $f_Q$ Frequenz der Quelle in Hz                           | $f_B = f_Q \frac{c + v_B}{c - v_Q}$ |
|                           |                                      |            | $c$ Phasengeschwindigkeit der Welle in m/s                |                                     |
|                           | ←                                    | →          | $v_B$ Geschwindigkeit des Beobachters in m/s              | $f_B = f_Q \frac{c - v_B}{c + v_Q}$ |
|                           | ←                                    | ←          | $v_Q$ Geschwindigkeit der Quelle in m/s                   | $f_B = f_Q \frac{c + v_B}{c + v_Q}$ |
| Elektromagnetische Wellen | Annäherung von Quelle und Beobachter |            | $c$ Lichtgeschwindigkeit                                  | $f_B = f_Q \sqrt{\frac{c+v}{c-v}}$  |
|                           |                                      |            | $v$ Relativgeschwindigkeit zwischen Quelle und Beobachter |                                     |
|                           | Entfernung von Quelle und Beobachter |            | $f_B$ Frequenz, die der Beobachter wahrnimmt in Hz        | $f_B = f_Q \sqrt{\frac{c-v}{c+v}}$  |
|                           |                                      |            | $f_Q$ Frequenz der Quelle in Hz                           |                                     |

**7 Optik**

**7.1 Geometrische Optik, Abbildung durch Linsen**

**Brennweite einer Linse in Luft**

|       |  |  |
|-------|--|--|
| $f$   | Brennweite in m                            | $\frac{1}{f} = (n-1) \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$ |
| $n$   | Brechungsindex des Glases                  |  |
| $r_1$ | Krümmungsradius auf einer Seite in m       |  |
| $r_2$ | Krümmungsradius auf der anderen Seite in m |  |

**Bauformen**

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
|  |  |  |  |
| bi-konvex   | plan-konvex   | bi-konkav   | plan-konkav   |
| $r_1 > 0$   | $r_1 = \infty$  | $r_1 < 0$   | $r_1 = \infty$  |
| $r_2 < 0$   | $r_2 < 0$   | $r_2 > 0$   | $r_2 > 0$   |
| $f > 0$   | $f > 0$   | $f < 0$   | $f < 0$   |

**Linsenformel für dünne Linsen**

|   |  |   |
|---|--|---|
| $b$   | Bildweite, Abstand Bild zur Linsenmitte, in m              | $\frac{1}{f} = \frac{1}{b} + \frac{1}{g}$ |
| $g$   | Gegenstandsweite, Abstand Gegenstand zur Linsenmitte, in m |   |
| $F$   | Brennpunkt   |   |
| Alle Größen links von der Linse sind negativ zu nehmen. |  |   |

**Abbildungsmaßstab**

|         |                   |                                     |
|---------|-------------------|-------------------------------------|
| $\beta$ | Abbildungsmaßstab | $\beta = \frac{B}{G} = \frac{b}{g}$ |
| $B$     | Bildgröße         |                                     |
| $G$     | Gegenstandsgröße  |                                     |

**Brechkraft Dioptrie**

|     |                 |                   |
|-----|-----------------|-------------------|
| $D$ | Dioptrie in 1/m | $D = \frac{1}{f}$ |
| $f$ | Brennweite in m |                   |

**7.2 Photometrie**

**Gesetz nach Stefan-Boltzmann**

|          |   |  |
|----------|---|--|
| $M_e$    | insgesamt von einem schwarzen Strahler ausgesendete Strahlungsleistung in $W/m^2$ | $M_e(T) = \sigma \cdot T^4$                      |
| $T$      | absolute Temperatur in K  | $\sigma = 5.670 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 K^4}$ |
| $\sigma$ | Stefan-Boltzmann-Konstante  |  |

**Wiensches Verschiebungsgesetz, gibt die Lage des Maximums der emittierten Strahlung eines Schwarzen Körpers an**

|                 |   |  |
|-----------------|---|--|
| $\lambda_{max}$ | Wellenlänge des Maximums der emittierten Strahlung in $\mu m$ | $\lambda_{max} \cdot T = const = 2898 \mu m K$ |
| $T$             | absolute Temperatur in K                                      |  |

**Plancksche Strahlungsformel, gibt die spektrale Strahlendichte als Funktion der Wellenlänge und der Temperatur  $T$  an**

|                 |  |  |
|-----------------|--|--|
| $L_{e,\lambda}$ | spektrale Strahlungsichte als Funktion der Wellenlänge von | $L_{e,\lambda}(\lambda, T) = \frac{c_1}{\lambda^5} \frac{1}{e^{c_2/\lambda T} - 1} \Omega_0$ |
| $\lambda$       | Wellenlänge der Strahlung in $\mu m$                       |  |
| $T$             | absolute Temperatur in K                                   |  |
| $\Omega_0$      | Raumwinkel   |  |
| $c_1, c_2$      | Zusammenfassung von Naturkonstanten                        |  |
|                 | $c_1 = 2 hc^2 = 1,191 \cdot 10^{-16} Wm^2$                 |  |
|                 | $c_2 = \frac{hc^2}{k} = 1,439 \cdot 10^{-2} mK$            |  |
| $h$             | Plancksches Wirkungsquantum                                |  |
|                 | $h = 6,626 \cdot 10^{-34} Js$                              |  |
| $k$             | Boltzmann-Konstante  |  |
|                 | $k = 1,381 \cdot 10^{-23} J/K$                             |  |

## Physik

### Naturkonstante

#### 8 Naturkonstante

|                                       |              |   |
|---------------------------------------|--------------|---|
| <b>Avogadro-Konstante</b>             | $N_A$        | $6,0221367 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$          |
| <b>Boltzmann-Konstante</b>            | $k$          | $1,380658 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$               |
| <b>Elektrische Feldkonstante</b>      | $\epsilon_0$ | $8,8541878 \cdot 10^{-12} \text{ As/(Vm)}$          |
| <b>Elementarladung</b>                | $e_0$        | $1,60218 \cdot 10^{-19} \text{ As}$                 |
| <b>Gravitationskonstante</b>          | $\gamma$     | $6,67259 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2/\text{kg}^2$  |
| <b>Lichtgeschwindigkeit im Vakuum</b> | $c$          | $2,99792458 \cdot 10^8 \text{ m/s}$                 |
| <b>Magnetische Feldkonstante</b>      | $\mu_0$      | $4 \pi \cdot 10^{-7} \text{ (Vs)/(Am)}$             |
| <b>Plancksches Wirkungsquantum</b>    | $h$          | $6,62607 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$                 |
| <b>Ruhemasse des Elektrons</b>        | $m_{0e}$     | $9,1093897 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$               |
| <b>Ruhemasse des Protons</b>          | $m_{0p}$     | $1,6726231 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$               |
| <b>Stefan-Boltzmann-Konstante</b>     | $\sigma$     | $5,67051 \cdot 10^{-8} \text{ W/(m}^2 \text{ K}^4)$ |
| <b>Universelle Gaskonstante</b>       | $R$          | $8,31441 \text{ J/(mol K)}$                         |

1 Stoffe

1.1 Eigenschaften der Stoffe

Werkstoffe

Nichtmetalle  
Halbmetalle

1.2 Atombau und Periodensystem

Orbitalmodell  
Spin

Bohrsches Atommodell

Hauptquantenzahl

Nebenquantenzahl

PSE

Der Begriff der Stoffe wird auf die in der Praxis nutzbaren *Werkstoffe* begrenzt. In der Elektrotechnik werden Werkstoffe vorwiegend durch elektrische und magnetische Felder beansprucht. Von den zurzeit bekannten 104 Elementen sind die meisten Metalle. Nur 15 Elemente zählen zu den *Nichtmetallen* und etwa 8 Elemente fallen unter die heute besonders interessanten *Halbmetalle* oder *Übergangselemente*.

Atome bestehen aus dem Atomkern mit *Protonen* und (Ausnahme Wasserstoff) *Neutronen* sowie der Atomhülle mit *Elektronen*. Wenngleich das *Orbitalmodell* die Aufenthaltsräume der Elektronen als räumliche Oszillatoren, mit 2 Elektronen entgegengesetzten *Spins* je Orbital nach *Pauli*, genau beschreibt, genügt für die meisten Betrachtungen das *Bohrsche Atommodell*, mit der Näherungsvorstellung von Kugelschalen für die Elektronenhüllen. In der klassischen Beschreibung werden den 7 möglichen Elektronenschalen die Buchstaben K bis Q zugeordnet, die den *Hauptquantenzahlen* 1 bis 7 mit ihren *Hauptenergieniveaus* entsprechen. Die weitere Unterteilung in *Unterenergieniveaus* erfolgt durch die *Nebenquantenzahlen* mit den Buchstaben s, p, d, und f. Ordnet man die Elemente nach der Zahl der Protonen im Kern, so gelangt man zum *Periodensystem der Elemente* (PSE). Das Periodensystem wird in *Perioden* I...VII entsprechend den 7 Schalen K...Q waagerecht und 8 *Hauptgruppen* sowie den *Neben-*gruppen senkrecht aufgeteilt.

Periodensystem der Elemente (PSE) mit Perioden Nr. I...VII, Schalenbezeichnungen K...Q, Schalen Nr. n = 1...7, Hauptgruppen Nr. 1a...8a und Nebengruppen Nr. 1b...8b sowie den Lanthaniden und Actiniden

| Periode-Nr. | Schalen-Bez. | Schalen-Nr. | s-Zelle | p-Zellen (3)                | d-Zellen (5)                                   | f-Zellen (7)  |
|-------------|--------------|-------------|---------|-----------------------------|--|---|
| I           | K            | 1           | H   He  |                             |  |   |
| II          | L            | 2           | Li   Be | B   C   N   O   F   Ne      |  |   |
| III         | M            | 3           | Na   Mg | Al   Si   P   S   Cl   Ar   |  |   |
| IV          | N            | 4           | K   Ca  | Ga   Ge   As   Se   Br   Kr | Sc   Ti   V   Cr   Mn   Fe   Co   Ni   Cu   Zn |   |
| V           | O            | 5           | Rb   Sr | In   Sn   Sb   Te   I   Xe  | Y   Zr   Nb   Mo   Tc   Ru   Rh   Pd   Ag   Cd |   |
| VI          | P            | 6           | Cs   Ba | Tl   Pb   Bi   Po   At   Rn | Hf   Ta   W   Re   Os   Ir   Pt   Au   Hg      | Ce   Pr   Nd   Pm   Sm   Eu   Gd   Tb   Dy   Ho   Er   Tm   Yb   Lu |
| VII         | Q            | 7           | Fr   Ra | Ac                          |  | Th   Pa   U   Np   Pu   Am   Cm   Bk   Cf   Es   Fm   Md   Nb   Lw  |
|             |              |             | 1a   2a | 3a   4a   5a   6a   7a   8a | 3b   4b   5b   6b   7b                         | 8b   1b   2b  |

Übergangselemente

Die Metalle, als Mehrzahl der Elemente, sind links und unten im PSE, die Nichtmetalle rechts oben zu finden. Die Halbmetalle, auch *Übergangselemente* genannt, bilden die Grenze.

|              |     |                   |                    |                    |                    |                   |                   |                    |                  |
|--------------|-----|-------------------|--------------------|--------------------|--------------------|-------------------|-------------------|--------------------|------------------|
| PERIODEN     | I   |                   |                    |                    |                    |                   |                   | 1 H<br>Wasserstoff | 2 He<br>Helium   |
|              | II  | 3 Li<br>Lithium   | 4 Be<br>Beryllium  | 5 B<br>Bor         | 6 C<br>Kohlenstoff | 7 N<br>Stickstoff | 8 O<br>Sauerstoff | 9 F<br>Fluor       | 10 Ne<br>Neon    |
|              | III | 11 Na<br>Natrium  | 12 Mg<br>Magnesium | 13 Al<br>Aluminium | 14 Si<br>Silicium  | 15 P<br>Phosphor  | 16 S<br>Schwefel  | 17 Cl<br>Chlor     | 18 Ar<br>Argon   |
|              | IV  | 19 K<br>Kalium    | 20 Ca<br>Calcium   | 31 Ga<br>Gallium   | 32 Ge<br>Germanium | 33 As<br>Arsen    | 34 Se<br>Selen    | 35 Br<br>Brom      | 36 Kr<br>Krypton |
|              | V   | 37 Rb<br>Rubidium | 38 Sr<br>Strontium | 49 In<br>Indium    | 50 Sn<br>Zinn      | 51 Sb<br>Antimon  | 52 Te<br>Tellur   | 53 I<br>Iod        | 54 Xe<br>Xenon   |
|              | VI  | 55 Cs<br>Cäsium   | 56 Ba<br>Barium    | 81 Tl<br>Thallium  | 82 Pb<br>Blei      | 83 Bi<br>Bismut   | 84 Po<br>Polonium | 85 At<br>Astatin   | 86 Rn<br>Radon   |
|              |     | 1a                | 2a                 | 3a                 | 4a                 | 5a                | 6a                | 7a                 | 8a               |
| HAUPTGRUPPEN |     |                   |                    |                    |                    |                   |                   |                    |                  |

Kurzform des Periodensystems der Elemente (nur Hauptgruppen)

1.3 Aufbau der festen Körper

Ionen-Bindung  
Atom-Bindung

Metallische Bindung

Van-der-Waals-Bindung

Polykristall  
Einkristall  
Elementarzelle  
Kristallgitter:

kp  
krz  
kfz  
hdp  
dia

Feste Stoffe basieren auf Bindungskräften in den Atomhüllen. Die Bindungsarten sind:

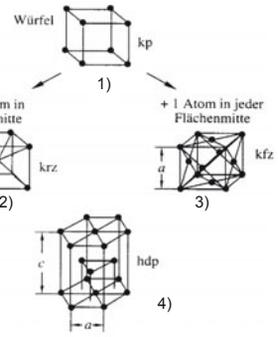
- 1) *Ionen- oder heteropolare Bindung* durch Ladungsaustausch.
- 2) *Atom-, homöopolare oder kovalente Bindung* mit gemeinsamen Elektronen(paaren) benachbarter Atome.
- 3) *Metallische Bindung* mit Abgabe von Leitungselektronen (Elektronengas).
- 4) *Van-der-Waals- oder zwischenmolekulare Bindung* über Dipolbildung benachbarter Teilchen.

Führen die Bindungskräfte zu räumlich regelmäßigen Strukturen, entstehen Kristalle, im anderen Fall heißt der Körper amorph.

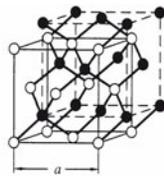
Die Zusammenlagerung vieler (kleiner) Kristalle liefert *Polykristalle*, sehr große, gleichmäßig gewachsene Kristalle heißen *Einkristalle*.

Die kleinste Einheit der Kristallstruktur ist die *Elementarzelle (EZ)*, deren Vielfaches im Raum führt zum *Raum- oder Kristallgitter*. Die metallografisch wichtigsten Elementarzellen sind

- 1) *Kubisch primitive EZ (kp)*
- 2) *Kubisch-raumzentrierte EZ (krz)*
- 3) *Kubisch-flächenzentrierte EZ (kfz)*
- 4) *Hexagonal dichteste Packung (hdp)*
- 5) *Diamantgitter (dia)*



Elementarzellen mit Gitterkonstanten a, b, c  
(Erläuterungen siehe oben)



Diamantgitter: Entstehung des Diamantgitters aus zwei ineinander gestellten kfz-Gittern. Der Versatz der kfz-Gitter beträgt eine 1/4 Raumdiagonale.

Gitterfehler

Unregelmäßiger Aufbau der Kristallgitter führt zu Gitterfehlern, bei denen man *nulldimensionale* (Leerstellen, Frenkel-Defekt), *eindimensionale* (Versetzungen) und *zweidimensionale* (Korngrenzen) Fehler unterscheidet.

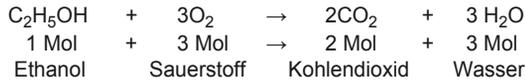
1.4 Chemische Grund-  
zusammenhänge

Anorganische Stoffe

Organische Stoffe

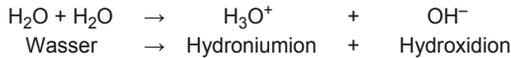
Analyse; Synthese  
Reaktionsgleichung

Atome vermögen über die Valenzelektronen miteinander zu reagieren. *Anorganische* Stoffe liegen vor, wenn die Ionenbindungen überwiegen. Ist das Kohlenstoffatom mit überwiegend kovalenter Bindung im Mittelpunkt, handelt es sich um *organische* Stoffe. Das gleichfalls vierwertige Silicium bildet die *Silicone*.  
Bei der Untersuchung, *Analyse*, und dem Aufbau, *Synthese*, von Stoffen bedient sich die Chemie der *Formelsprache* und der *Reaktionsgleichungen* unter Benutzung der Elementsymbole, z. B.:



Oxydation  
Reduktion  
Redox-Reaktion  
Hydroxide  
Basen, Säuren

*Oxydation* ist allgemein die Elektronenabgabe und *Reduktion* die Elektronenaufnahme eines Moleküles oder Ions. Die zwangsweise Verkopplung beider Vorgänge ist die *Redox-Reaktion*.  
Metalloxide können mit Wasser *Hydroxide* bilden, einwertige OH-Gruppe, *Basen* oder Laugen. Nichtmetalloxide bilden mit Wasser *Säuren*, mit Säurewasserstoff und nicht selbständig beständigem Säurerest oder *Radikal*. Nach *Brönstedt* Säuren *Protonenspender* und Basen *Protonenfänger*. Die Protonenübergangsreaktion nennt man *Protolyse*. Der in geringem Umfang im Wasser stattfindenden *Autoprotolyse* liegt nach *Brönstedt* folgende Reaktion zugrunde:

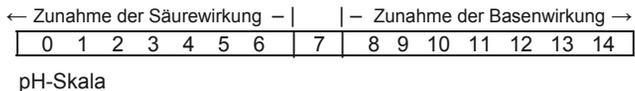


J. N. Brönstedt, dänischer  
Chemiker (1879–1947)  
Protolyse

Ionenprodukt

Das Produkt der Ionenkonzentrationen muss als *Ionenprodukt des Wassers* mit  $10^{-14} \text{ mol}^2/\text{l}^2$  bei Zugabe von Säuren oder Basen konstant bleiben, es verschieben sich lediglich die Konzentrationsverhältnisse. „Drehpunkt“ dieses Geschehens ist der Zahlenwert  $10^{-7}$  der  $\text{H}_3\text{O}^+$ -Konzentration. Der negative dekadische Logarithmus dieser Konzentration ist der *pH-Wert*, mit dem „sauer“:  $\text{pH} < 7$ , neutral:  $\text{pH} = 7$  und „basisch“:  $\text{pH} > 7$  exakt beurteilt werden können.

pH-Wert



1.5 Elektrochemie

Dissoziation

Elektrolyse

Lösungsdruck

Kationen und Anionen sind im Wasser dissoziiert und wirken dadurch als *Leiter 2. Ordnung*, bei denen mit dem Stromdurchgang ein Materietransport erfolgt. Nach Ladungsausgleich, *Elektrolyse*, ist der Stoff elementar verfügbar. Das Bestreben eines Metalles, in Lösung zu gehen, nennt man *Lösungsdruck*. Er kann als Spannung in Volt gemessen werden und führt zur elektrochemischen *Spannungsreihe*.

|      |                 |                 |                  |                  |                   |                  |                  |                |                  |                 |                  |                   |
|------|-----------------|-----------------|------------------|------------------|-------------------|------------------|------------------|----------------|------------------|-----------------|------------------|-------------------|
| Ion  | Cs <sup>+</sup> | Li <sup>+</sup> | Ba <sup>++</sup> | Mg <sup>++</sup> | Al <sup>+++</sup> | Zn <sup>++</sup> | Fe <sup>++</sup> | H <sup>+</sup> | Cu <sup>++</sup> | Ag <sup>+</sup> | Hg <sup>++</sup> | Au <sup>+++</sup> |
| Volt | -3,02           | -3,02           | -2,90            | -2,34            | -1,67             | -0,76            | -0,44            | 0,0            | + 0,34           | + 0,80          | + 0,85           | + 1,68            |

Normalpotenziale bezogen auf die Normal-Wasserstoffelektrode.  
Elektrochemische Spannungsreihe nach *Pauling*.

# Werkstoffkunde

## Elektrische Leitfähigkeit

### 2 Elektrische Leitfähigkeit

#### 2.1 Leitungsmechanismus

Leiter 1. Ordnung

Leitfähigkeit

Beweglichkeit

Driftgeschwindigkeit

Energiebänder  
Leitungsband; Valenzband  
Verbotene Zone

Fermifunktion

Metallische Leiter sind *Leiter 1. Ordnung*. Mit dem Stromfluss ist kein Materietransport verbunden. Für die *Leitfähigkeit* ( $\gamma$ ) sind Teilchenladung ( $e$ ), Beweglichkeit ( $\mu$ ) und Teilchenanzahl ( $n$ ) maßgebend. Die *Beweglichkeit*  $\mu$  der Ladungsträger ist die pro Einheit der elektrischen Feldstärke bewirkte *Driftgeschwindigkeit*.

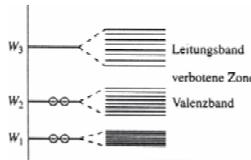
$$\gamma = e (n_n \cdot \mu_n + n_p \cdot \mu_p)$$

$$\left| \frac{\gamma}{S/cm} \right| \left| \frac{e}{As} \right| \left| \frac{n}{cm^{-3}} \right| \left| \frac{\mu}{cm/Vs} \right|$$

Im normalen elektrischen Leiter transportieren nur negative Elektronen den Strom, damit entfällt der Term mit den p-Indizes. Die Tabelle zeigt die Daten für einige typische Materialien. Im Kristallgitter eines Festkörpers spreizen die Energieniveaus der Elektronen zu *Energiebändern* auf. Neben *Leitungs-* und *Valenzband* existieren *verbotene Zonen*. Die statistische Energieverteilung der Elektronen im Valenzband führte zu der Bezeichnung *Elektronengas*.

| Material | $\frac{\gamma}{S/cm}$ | $\frac{n_n}{cm^{-3}}$ | $\frac{\mu_n}{cm^2/Vs}$ |
|----------|-----------------------|-----------------------|-------------------------|
| Cu       | $58 \cdot 10^4$       | $8,45 \cdot 10^{22}$  | 43                      |
| Al       | $34,5 \cdot 10^4$     | $6,0 \cdot 10^{22}$   | 36                      |
| Ag       | $61,4 \cdot 10^4$     | $5,87 \cdot 10^{22}$  | 65                      |
| Ge       | $2,3 \cdot 10^{-2}$   | $2,4 \cdot 10^{13}$   | 3 600                   |
| Si       | $4,35 \cdot 10^{-6}$  | $1,5 \cdot 10^{10}$   | 1 400                   |
| InSb     | $3,5 \cdot 10^{-2}$   | $2,8 \cdot 10^{16}$   | 78 000                  |

Elektrische Leitfähigkeit  $\gamma$ , Elektronenkonzentration  $n_n$  und Elektronenbeweglichkeit  $\mu_n$  bei Raumtemperatur



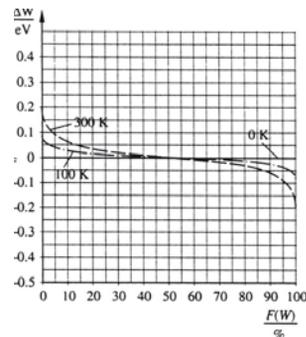
Energiebänder durch Aufspaltung der Energieniveaus.  $\ominus\ominus$  durch Elektronen besetzte Niveaus

Die Verteilungsstatistik  $F(W)$  wird durch die Fermifunktion beschrieben.

$$F(W) = \frac{1}{1 + e^{\left(\frac{W - W_F}{kT}\right)}}$$

$W$  = Energie für die Wahrscheinlichkeit  $F(W)$ ,  $W_F$  = Fermienergie,  $kT$  = Boltzmann-Konstante ( $1,238 \cdot 10^{-28}$  Ws/K) mal absoluter Temperatur in K

Fermifunktion  $F(W)$  für die Temperaturen 0 K (—), 100 K (-·-·) und 300 K (- - -)

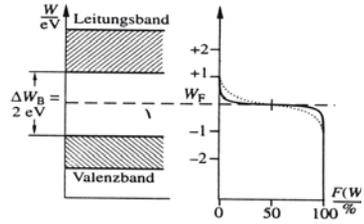


2.2 Isolator

Isolator

Die Breite der verbotenen Zone ist wesentlich für die Leitungseigenschaften eines Stoffes. Ein Bandabstand von  $\Delta W_B \geq 2 \text{ eV}$  ist typisch für *Isolatoren*.

Die punktierte Linie für 600 K zeigt aber auch die zunehmende Möglichkeit von Elektronenübergängen und damit die Gefahr eines thermischen Durchschlags auf! Die ausgezogene Linie entspricht 300 K, d. h. üblicher Raumtemperatur.

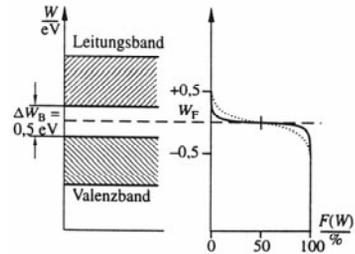


Bandschema Isolator (Prinzipbeispiel)  $W_F =$  Fermi-niveau,  $- \triangleq 300 \text{ K}$  und  $\dots \triangleq 600 \text{ K}$

2.3 Halbleiter

Halbleiter

Bei einem Bandabstand  $\Delta W_B < 1 \text{ eV}$  kann eine genügende Anzahl von Ladungsträgern in das Leitungsband übertreten. Dies ist der Fall beim *Halbleiter*. Im reinen Zustand liegt das Fermi-niveau genau mittig in der verbotenen Zone. Leitfähigkeit ist über Elektronen (n), im Leitungsband, und über *Defektelektronen* oder *Löcher* (p) im Valenzband, und über *Defektelektronen* oder *Löcher* (p) im Valenzband möglich. Die Leitfähigkeit kann durch Temperaturerhöhung oder Verschiebung des Fermi-niveaus (*Dotierung*) beeinflusst werden. Beim absoluten Nullpunkt verschwindet die Leitfähigkeit der Halbleiter.



Bandschema Halbleiter (Prinzipbeispiel)  $W_F =$  Fermi-niveau,  $- \triangleq 300 \text{ K}$  und  $\dots \triangleq 600 \text{ K}$

Defektelektronen; Löcher

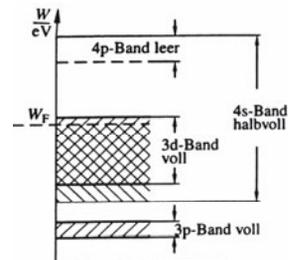
Dotierung

2.4 Normalleiter

Negative verbotene Zone

Beim metallischen Leiter sind Bänder unvollständig besetzt, oder Leitungs- und Valenzband überlappen, die *verbotene Zone* ist *negativ*, das Fermi-niveau liegt innerhalb des Leitungsbandes.

Mit sinkender Temperatur und steigender Beweglichkeit der Teilchen nimmt die Leitfähigkeit bis zum absoluten Nullpunkt um etwa 4 Zehnerpotenzen zu.



Überlappende Bänder. Beispiel Kupfer. Das voll besetzte 3d-Band liegt innerhalb des halb besetzten 4s-Bandes

## Werkstoffkunde

### Elektrische Leitfähigkeit

#### 2.5 Supraleiter

##### Supraleitung Sprungtemperatur

Bei sehr tiefen Temperaturen steigt die Leitfähigkeit bei manchen Stoffen schlagartig um mehr als 20 Zehnerpotenzen. Es tritt *Supraleitung* ein, und die Temperatur heißt *Sprungtemperatur*  $T_c$ .

Reine Metalle  $T_c < 10$  K (Heliumkühlung)

Legierungen  $T_c \approx 20$  K (Wasserstoffkühlung, Siedepunkt H: 20 K bzw.  $-253$  °C)

Mischoxide  $T_c \approx 75$  K (Stickstoffkühlung, Siedepunkt N: 77 K bzw.  $-196$  °C)

| Ma-<br>terial | Ga  | Al  | Sn  | Pb  | Nb  | NbTi | Nb <sub>3</sub> Sn | Nb <sub>3</sub> Ga | Nb-Al-Ge | Se-Ba-Cu-O |
|---------------|-----|-----|-----|-----|-----|------|--------------------|--------------------|----------|------------|
| $T_c$ /K      | 1,1 | 1,1 | 3,7 | 7,3 | 9,2 | 10   | 18                 | 20,3               | 21       | > 35...90  |

Sprungtemperaturen einiger Basismaterialien für Supraleiter

##### SL 1. Art

##### SL 2. Art

##### SL 3. Art

Sehr starke magnetische Felder ( $H_c$ ), auch vom Strom im Supraleiter (SL), heben die Supraleitung auf.

*Weiche SL* oder *SL 1. Art*:  $H_c < 0,1$  MA/m.

*Harte SL* oder *SL 2. Art*:  $H_c > 10$  MA/m.

*Hochfeld SL* oder *SL 3. Art* sind für den praktischen Betrieb stabilisierte SL.

##### Kritische Stromdichte

Allgemein *kritische Stromdichte*  $S_c$  wichtiger als  $H_c$ . Paarweise spin-kompensierte Elektronen bewirken als *Cooper-Paare* Ringströme an der Leiteroberfläche, die zu einem magnetfeldfreien Raum im SL führen, d. h.  $\mu_r = 0!$

#### 2.6 Halleffekt

##### Hallspannung Hallkonstante

Die Driftgeschwindigkeit bewegter Ladungsträger führt zu deren Ablenkung in einem Magnetfeld. Quer zum Stromfluss tritt die *Hallspannung*  $U_H$  auf. Die *Hallkonstante*  $R_H = A \cdot \mu \gamma$  ist von der Beweglichkeit  $\mu$  und der Leitfähigkeit  $\gamma$  abhängig. ( $A = 1$  für normale Leiter und  $3\pi/8$  für Halbleiter.)

$$U_H = R_H \frac{B}{d} I$$

$$\frac{|U|}{V} \frac{|B|}{T} \frac{|d|}{\text{mm}} \frac{|I|}{A} \frac{|R_H|}{\text{cm}^3/\text{As}}$$

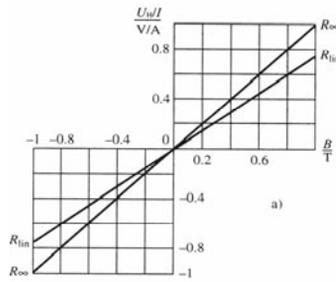
##### Hallwinkel

Die Ablenkung der Strombahnen durch das Magnetfeld führt zum *Hallwinkel*  $\vartheta_H$ . Er ist nur von der Beweglichkeit der Ladungsträger ( $\mu_n$  oder  $\mu_p$ ) und der magnetischen Flussdichte abhängig.

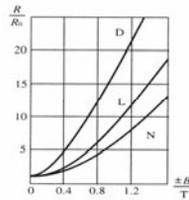
##### Hallgenerator

Bei eingepprägtem Strom  $I$  liefert der *Hallgenerator* über  $U_H$  ein Maß für die magnetische Flussdichte  $B$  und über das Vorzeichen von  $U_H$  Aufschluss über die Polarität des Magnetfeldes. Magnetische Wechselfelder liefern eine Wechselfeldspannung. Der Hallwinkel verlängert die Stromflussbahnen, woraus ein erhöhter Widerstand resultiert, der in der *Feldplatte* genutzt wird.

##### Feldplatte



Normierte Hallspannung in Abhängigkeit vom Magnetfeld. Im Leerlauf ( $R_{\infty}$ ) und optimal linearem Abschluss  $R_{lin}$ .



Relativer Widerstand in Abhängigkeit vom Magnetfeld für InSb-NiSb-Feldplatten.

D:  $\gamma = 200$  S/cm  
L:  $\gamma = 550$  S/cm  
N:  $\gamma = 880$  S/cm

### 3 Elektrische Leiter

#### 3.1 Normalleiter

Leitkupfer

E-Kupfer  
Kaltleiter

Für *Leitkupfer* ist der Mindestwert der elektrischen Leitfähigkeit  $\gamma$  (gemäß DIN EN 13604)  $57 \cdot 10^6$  S/m bzw. der spezifische Widerstand  $\rho$   $0,0175 \cdot 10^{-6}$   $\Omega \cdot m$ . Je nach Reinheit kann die elektrische Leitfähigkeit von 60 bis  $55 \cdot 10^6$  S/m schwanken. Deshalb nur *elektrolytisch raffiniertes E-Kupfer* (Werkstoffnummer 2.0060) oder *sauerstofffreies SE-Kupfer* (Werkstoffnummer 2.0070). Metallische Leiter sind *Kaltleiter*, d. h. der Widerstand steigt mit der Temperatur, PTC (engl.: positiv temperature coefficient). Metallfilmwiderstände weisen einen geringen Temperaturkoeffizienten ( $\alpha \cong 0,02 \dots 0,005$  %/°C) und hohe Langzeitstabilität auf.

#### 3.2 Halbleiter

Intrinsicdichte

Eigenleitfähigkeit

Die rein thermisch erzeugte  $n_n^-$ - bzw.  $n_p^-$ -Teilchendichte heißt *Intrinsicdichte* oder *Intrinsiczahl*  $n_i$ . Aus der Intrinsiczahl folgt die *Intrinsic-* oder *Eigenleitfähigkeit*  $\gamma_i$ . Die Grunddaten für Germanium (Ge) und Silicium (Si) sind in der Tabelle zusammengestellt. Wegen der Abhängigkeit der Leitfähigkeit vom Reinheitsgrad kann über die Messung der Leitfähigkeit eines Halbleiters der Reinheitsgrad bestimmt werden.

$$n_i \cdot n_p = n_i^2$$

$$\gamma_i = e n_i (\mu_n + \mu_p)$$

|          |     |                  |                     |
|----------|-----|------------------|---------------------|
| $\gamma$ | $e$ | $n$              | $\mu$               |
| S/cm     | As  | cm <sup>-3</sup> | cm <sup>2</sup> /Vs |

Dotieren

*Dotieren* ist die Änderung der Leitfähigkeit eines hochreinen Halbleiters durch Einbringen von Fremdatomen mit einem anderen Fermi-niveau als dem des Halbleiters.

n-Dotierung  
n-Leitung  
p-Dotierung  
Akzeptor  
p-Leitung  
Defekt(elektronen)-leitung

III-V-Verbindungen  
Verbindungshalbleiter

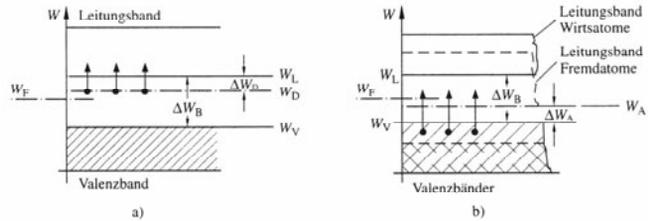
### 3.3 Supraleiter

Querschnittsverhältnis

Intrinsiczahlen und Ladungsträgerbeweglichkeiten von Germanium (Ge) und Silizium (Si)

| Material | $\frac{n_i}{\text{cm}^{-3}}$ | $\frac{\mu_n}{\text{cm}^2/\text{Vs}}$ | $\frac{\mu_p}{\text{cm}^2/\text{Vs}}$ |
|----------|------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| Ge       | $2,4 \cdot 10^{13}$          | 3900                                  | 1900                                  |
| Si       | $1,5 \cdot 10^{10}$          | 1350                                  | 850                                   |

Liegt das eingebrachte Fermineveau nahe dem Leitungsband, ergibt sich *n-Dotierung*, auch *Überschuss-* oder *n-Leitung* genannt. Liegt das Fermineveau nahe dem Valenzband, so genannnte *p-Dotierung*, werden durch diesen *Akzeptor* Elektronen aus dem Valenzband abgezogen und es entsteht *p-Leitung* oder *Defekt(elektronen)leitung*.



□ Leitungsband, ▨ Valenzband Wirtsatome, ▩ Valenzband Fremdatome, • Elektronen,  $W_L$ ,  $W_V$  Leitungs- bzw. Valenzbandkanten der Wirtsatome,  $W_F$  Fermi-Niveau,  $\Delta W_D$  Bandabstand der Wirtsatome,  $W_D$  Donatorniveau,  $\Delta W_D$  Donatorabstand,  $W_A$  Akzeptorniveau und  $\Delta W_A$  Akzeptorabstand

Dotierung (schematisch) a) Bandschema eines Überschussleiters, n-Leitung b) Bandschema eines Defektelektronenleiters, p-Leitung

Halbleiter finden sich vorzugsweise in der 4. Hauptgruppe (IVa) des Periodensystems (Bilder Kap. 1.2). Bringt man Elemente der III. und V. Hauptgruppe des Periodensystems geeignet zusammen, so ist bei derartigen *III-V-Verbindungen* oder *Verbindungshalbleitern* wieder eine ähnliche Konfiguration der Valenzelektronen wie bei Elementhalbleitern möglich.

Supraleitendes Material wird zur Stabilisierung in einen normal leitenden Träger (Substrat) auf Cu-Basis (z. B. Cu-Ni-Matrix) eingebracht. Die dadurch bedingte Aufteilung des Leiters in Normal- und Supraleiter wird durch das *Querschnittsverhältnis*  $\alpha$  beschrieben.

Legierungen erreichen mit Sprungtemperaturen um 20 K den Bereich der Wasserstoffkühlung (Sdp. H: 20 K bzw. -253 °C). Die in den letzten Jahren entwickelten Mischoxide auf der Basis Seltene-Erden-Barium-Kupfer (SE-Ba-Cu-O) gelangen bereits in den Bereich der Stickstoffkühlung (Sdp. N: 77 K bzw. - 196 °C (siehe auch Tabelle Kap. 2.5).

$$\alpha = q_{\text{Cu}}/q_{\text{SL}}$$

$q_{\text{Cu}}$  = Kupferquerschnitt  
 $q_{\text{SL}}$  = Supraleiterquerschnitt

## 4 Magnetische Leitfähigkeit

### 4.1 Modellvorstellung

**Bohrsches Magneton**

**Magnetischer Dipol  
Magnetisches Moment**

**Bahnmoment  
Spinmoment**

Die magnetische Grundgröße ist das *Bohrsche Magneton*  $\mu_B$ . Mit Nord- und Südpol ist es ein *magnetischer Dipol*, auch *magnetisches Moment* genannt. Für Drehbewegungen im Magnetfeld ist das *magnetische (Dipol)Moment*  $m_B$  entscheidend. Von den Elektronenbahnen ist es als *Bahnmoment* und von den Elektronenspins als *Spinmoment* wirksam.

Alle für den praktischen Gebrauch bedeutsamen magnetischen Erscheinungen der Materie gehen auf die Überlagerung von Bahn- und Spinmomenten zurück.

$$\mu_B = 9,27 \cdot 10^{-24} \text{ Am}^2$$

$$(1 \text{ Am}^2 = 1 \text{ J/T})$$

### 4.2 Verhalten von Materie im Magnetfeld

**Permeabilität  
Suszeptibilität**

Die Messzahl für die magnetische Leitfähigkeit eines Werkstoffes ist entweder die *Permeabilität*  $\mu$  oder die (magnetische) *Suszeptibilität*  $\kappa_m$ . Unter Verzicht auf die Vektorkennzeichnung der Flussdichte  $B$  und der magnetischen Feldstärke  $H$  gilt im freien Raum  $\rightarrow$

$$B = \mu_0 \cdot H$$

|               |                 |                       |
|---------------|-----------------|-----------------------|
| $\frac{B}{T}$ | $\frac{H}{A/m}$ | $\frac{\mu_0}{Vs/Am}$ |
|---------------|-----------------|-----------------------|

Für den materieerfüllten Raum ist eine multiplikative oder additive Beschreibung möglich:

$$\mu_r \cdot \mu_0 \cdot H = B = \mu_0 \cdot H + J \quad J = B - \mu_0 \cdot H$$

$$\mu_0 = 1,26 \cdot 10^{-6} \text{ Vs/Am (bzw. H/m)}$$

$$\mu_r = 1 + \kappa_m$$

**Magnetische Polarisation**

$J$  ist die mit  $B$  dimensionsgleiche *magnetische Polarisation*.

**Magnetisierung**

Die Polarisation  $J$  gibt den auf die Materie entfallenden Flussdichteanteil an. Der dafür notwendige Feldstärkeanteil ist die *Magnetisierung*  $M$ .

$$M = J/\mu_0$$

## Werkstoffkunde

### Magnetische Leitfähigkeit

#### Diamagnetismus

Die einfachste Form des Magnetismus, die in allen Stoffen vorkommt, ist ein über die Elektronenbahnen induziertes magnetisches Moment, das dem erzeugenden Feld entgegengerichtet ist. Tritt nur dieser Effekt auf, ist der Stoff *diamagnetisch*,  $\kappa_m$  ist negativ mit etwa  $-10^{-6}$ ,  $\mu_r$  praktisch gleich 1.

#### Paramagnetismus

Die magnetischen Momente im atomaren Bereich sind unvollständig kompensiert.  $\kappa_m = 10^{-5} \dots 10^{-3}$ ,  $\mu_r \cong 1$ . *Paramagnetismus* ist temperaturabhängig.

#### Ferromagnetismus

Weiss'sche Bezirke  
Austauschkräfte  
Curie-Temperatur

Die magnetischen Momente sind über größere Bereiche, *Weiss'sche Bezirke* oder *Domänen* gleichorientiert, um sich erst dann zu kompensieren. Dieser durch *Austauschkräfte* bewirkte Ausnahmezustand in der Ordnung der Spinnomente wird bei der *Curie-Temperatur*  $T_C$  aufgehoben. Der Stoff ist dann paramagnetisch. *Ferromagnetika* erreichen praktisch zahlenwertgleiche  $\kappa_m$ - bzw.  $\mu_r$ -Werte.

#### Antiferromagnetismus

Néel-Temperatur

Eine paarweise antiparallele Ordnung der magnetischen Momente im Gitter durch die *Austauschkräfte* führt zu *Antiferromagnetismus* und lässt den Stoff nach außen paramagnetisch erscheinen. Die thermische Zerstörung dieses Zustandes erfolgt bei der *Néel-Temperatur*.

| Magnetische Momente im kubischen Gitter | vereinfachte Darstellung | Bezeichnung              | $\mu_r$                  | $\kappa_m$               |
|---|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
|   |                          | dia-<br>magnetisch       | $< 1$<br>( $\approx 1$ ) | $< 0$<br>( $\approx 0$ ) |
|   |                          | para-<br>magnetisch      | $> 1$<br>( $\approx 1$ ) | $> 0$<br>( $\approx 0$ ) |
|   |                          | ferro-<br>magnetisch     | $\gg 1$                  | $\gg 0$                  |
|   |                          | antiferro-<br>magnetisch | $> 1$<br>( $\approx 1$ ) | $> 0$<br>( $\approx 0$ ) |
|   |                          | ferri-<br>magnetisch     | $\gg 1$                  | $\gg 0$                  |

Ordnungszustände magnetischer Momente (schematische Übersicht).  $\uparrow$  magnetisches Moment mit relativer Größe und Richtung

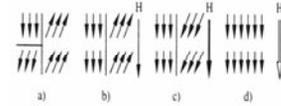
#### Ferrimagnetismus

Bei antiparalleler Ausrichtung ungleichgroßer magnetischer Momente verbleibt ein resultierendes magnetisches Moment mit ähnlicher Wirkung wie bei ferromagnetischen Materialien. Dieser unvollständig kompensierte Antiferromagnetismus heißt *Ferrimagnetismus*.  $\kappa_m$  und  $\mu_r$  sind nicht ganz so groß wie bei Ferromagnetika.

4.3 Magnetisierung

Wandverschiebungen

Die Ausrichtung der Weiss'schen Bezirke erfolgt durch Wandverschiebungen und Drehprozesse. Bei kleinen Feldstärken treten (Bloch)Wandverschiebungen auf. *Irreversible* und *reversible Drehungen* (Barkhausensprünge) sind Reaktionen auf zunehmende Feldstärken.

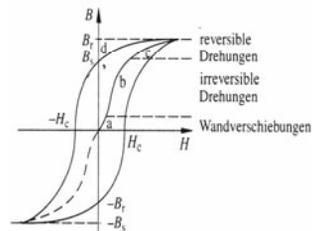


Stufen der Magnetisierung  
a) ungestörter Zustand  
b) Wandverschiebung  
c) irreversible Drehung  
d) reversible Drehung;  
H magnetisierendes Feld zunehmender Stärke

4.4 Magnetisierungs-  
kurve

Magnetisierungskurve;  
Hysteresekurve;  
Kommutierungskurve

Der nur experimentell zu ermittelnde nichtlineare Zusammenhang zwischen H und B wird durch die *Magnetisierungs-* oder *Hysteresekurve* beschrieben. Die *Neu-* oder *Kommutierungskurve* wird zunächst durch Wandverschiebungen, im Hauptteil durch irreversible und bis zur Sättigung durch reversible Drehungen bestimmt. Bei verschwindender Feldstärke sinkt die Flussdichte gegen die *Remanenzflussdichte*  $B_r$ , ab.  $B = 0$  kann nur über die entgegengesetzt gerichtete *Koerzitivfeldstärke*  $-H_c$  erreicht werden.



Grundsätzlicher Verlauf und Entstehung einer Hysteresekurve

Remanenzflussdichte

Koerzitivfeldstärke

Entmagnetisierung

Verlustfläche

Hysteresese-Verlustleistung

Der Koordinatenursprung ist nur mittels *Entmagnetisierung* über eine abklingende Wechsellagerung zu erreichen. Das Integral der Funktion B von H stellt eine *Verlustfläche* dar, die mit jedem Durchlauf wirksam wird und damit der Frequenz proportional ist. Die auf die Masse bezogene *Hysteresese-Verlustleistung* ist  $p_h$ , wobei A die der Hystereseschleifenfläche entsprechenden Verluste angibt.

$$p_h = \frac{A \cdot f}{\rho} \quad \left| \frac{p_h}{W/kg} \quad \left| \frac{A}{Ws/m^3} \quad \left| \frac{f}{s^{-1}} \quad \left| \frac{\rho}{kg/m^3} \right| \right. \right.$$

Wirbelstromverluste

Die elektrische Leitfähigkeit  $\gamma$  der magnetischen Werkstoffe führt zu *Wirbelstromverlusten*  $p_w$ . Für dünne Bleche und sinusförmige Flussdichte gilt:

$$p_w = 1,64 \frac{\gamma}{\rho} (\hat{B} \cdot f \cdot d)^2 \quad \left| \frac{p_w}{W/kg} \quad \left| \frac{\gamma}{S/m} \quad \left| \frac{\rho}{kg/m^3} \quad \left| \frac{B}{T} \quad \left| \frac{f}{s^{-1}} \quad \left| \frac{d}{m} \right| \right. \right. \right.$$

Die Verluste werden im Allgemeinen zusammengefasst zu  $p = p_h + p_w$ , wobei die Flussdichte  $\hat{B} = 1,0$  bzw.  $1,50$  T genormt ist.

# Werkstoffkunde

## Magnetika

### 4.5 Permeabilität

#### Permeabilität

Die *Permeabilität*  $\mu$  gibt den zahlenmäßigen Zusammenhang zwischen Flussdichte  $B$  und Feldstärke  $H$  an.  $\Delta$  ist die zur jeweiligen Definition gehörige Differenz.  $\mu_r$  ist eine weiter zu definierende unbenannte Zahl.

$$\mu = \mu_0 \cdot \mu_r = \frac{\Delta B}{\Delta H}$$

$$\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \frac{V \cdot s}{A \cdot m}$$

$$= 1,256 \cdot 10^{-6} \frac{H}{m}$$

#### Anfangspermeabilität

$\mu_A$  oder  $\mu_i$  (engl.) = Steigung der Neukurve im Ursprung bei verschwindender Aussteuerung.  $\hat{H} = 4 \text{ mA/cm}$  (daher auch  $\mu_4$ ).  $4 \text{ mA/cm} = 5 \text{ mOe}$  daher  $\mu_5$  in älteren Unterlagen.

$$\mu_A = \mu_i = \frac{1}{\mu_0} \cdot \left. \frac{\hat{B}}{\hat{H}} \right|_{\hat{H} \rightarrow 0}$$

#### Wechselfeldpermeabilität

$\mu_{\sim}$  = Steigung bei großer Aussteuerung,  $\mu_{\sim}$  entspricht der üblichen Permeabilitätszahl  $\mu_r$ . Ist zusätzlich zur Wechselfeldaussteuerung noch ein magnetisches Gleichfeld  $H =$  vorhanden, ergibt sich die Überlagerungspermeabilität (siehe auch  $\mu_{rev}$ ).

$$\mu_{\sim} = \frac{1}{\mu_0} \cdot \left. \frac{\hat{B}}{\hat{H}} \right|_{\hat{H} \text{ groß}}$$

#### Reversible Permeabilität

$\mu_{rev}$  = Steigung innerhalb der Hystereseschleife, d. h. bei Gleichstromvormagnetisierung.  $\Delta B$  und  $\Delta H$  liegen innerhalb der Hystereseschleife. Beim eigenen Magnetfeld eines Dauermagneten liegt der Sonderfall der *permanenten Permeabilität*  $\mu_{perm}$  vor. Die permanente Permeabilität sollte gegen 1 gehen.

$$\mu_{rev} = \frac{1}{\mu_0} \cdot \left. \frac{\Delta B}{\Delta H} \right|_{\Delta H \rightarrow 0, H_0 \neq 0}$$

#### Permanente Permeabilität

## 5 Magnetika

### Magnetika

Bei den *Magnetika* werden vom Werkstoff her Metalle und deren Legierungen sowie Metalloxide (Ferrite) und nach den Anwendungseigenschaften Weich- und Hartmagnetika (Dauermagnete) unterschieden. *Ferrite* der Elektrotechnik sind chemische Verbindungen des Eisen(III)-oxids  $Fe_2O_3$  mit zweiwertigen Metalloxiden ( $M''O$ ) vom allgemeinen Typus  $M''O \cdot Fe_2O_3$ .

### Ferrite

### 5.1 Weichmagnetika

#### Eisen

Weichmagnetische Werkstoffe sind durch eine Koerzitivfeldstärke  $H_c < 1 \text{ kA/m}$  gekennzeichnet. *Eisen* ist mit verschiedenen Legierungszusätzen wie Si, Ni, Mo u. a. der wichtigste magnetische Werkstoff. Die Anforderungen an *Elektrobleche* werden gemäß DIN 46400 in einer Viererkombination aus Buchstaben und Zahlen beschrieben.

#### Elektrobleche

Bezeichnung von Elektroblechen

|   |               |  |
|---|---------------|--|
| 1 | Kennbuchstabe | V kalt oder warmgewalzt, nicht kornorientiert<br>VH kaltgewalzt, nicht schlussgeglüht<br>VM kornorientiert |
| 2 | Verluste      | Hundertfaches der Verlustkennziffer $p_{1,0}$  |
| 3 | Blechedicke   | Hundertfaches der Blechedicke in mm  |
| 4 | Kennbuchstabe | bei Kennbuchstabe V zusätzlich:<br>A kaltgewalzt oder<br>B warmgewalzt und geglüht                         |

Übertrager

Werkstoffe für *Übertrager* behandelt DIN 41301 und 42302 sowie IEC 404-8-6. Der Kurzname besteht aus einem Buchstaben und einer Ziffer, wobei, mit alphabetisch fortschreitenden Buchstaben die Legierungsanteile wachsen. A...C steigender Si-Anteil, D...F Nickel und andere. *Amorphe Metalle* oder *Metallgläser* sind mechanisch harte magnetisch extrem hoch permeable Werkstoffe.

Metallgläser

5.2 Hartmagnetika (Dauermagnete)

Hartmagnetisch ist ein Werkstoff mit  $H_c > 1 \text{ kA/m}$  ( $10 \text{ A/cm}$ ). Im Dauermagneten gespeicherte Energie kommt über die Fläche der Hystereseschleife zum Ausdruck.  $B_r$  und  $H_c$  sollten daher möglichst groß sein. Das *Energieprodukt*  $(B \cdot H)_{\text{max}}$  ist ein für Dauermagnetwerkstoffe charakteristischer Wert. Die für Dauermagnete wichtige *Entmagnetisierungskurve* (Hysteresekurve im 2. bzw. 4. Quadranten) wird oft als *Polarisationskurve*  $J = f(H)$  und nicht als  $B = f(H)$  dargestellt. Die  $B_r$ -Werte sind in beiden Fällen gleich, die Koerzitivfeldstärke  $JH_c$  ist jedoch größer als  $BH_c$ . Ein guter Dauermagnetwerkstoff sollte eine Entmagnetisierungskurve haben, die möglichst „hoch“ liegt und ein  $\mu_{\text{perm}} \sim 1$  aufweist.

Energieprodukt Entmagnetisierungskurve

Polarisationskurve  $JH_c$

Dauermagnetwerkstoffe sind vorzugsweise *(Fe)AlNiCo-Legierungen* mit komplizierten Herstellungsverfahren. Energieprodukte liegen bei  $50 \text{ kJ/m}^3$ . Wesentlich höhere Werte bei  $200 \text{ kJ/m}^3$  erreichen die zunehmend an Bedeutung gewinnenden *Selten-Erd-Magnete* vom Typus SECo. SE ist dabei vorzugsweise Sm (Samarium).  $\mu_{\text{perm}} = 1$  (recht genau!).

Selten-Erd-Magnete

Ferrite

Hartmagnetische *Ferrite* haben eine geringere Remanenzflussdichte, kleineres Energieprodukt, niedrigere Curie-Temperatur, aber eine merklich höhere Koerzitivfeldstärke als Legierungsmagnete.  $\mu_{\text{perm}} \approx 1$  (!). Als keramische Werkstoffe sind sie leicht, korrosionsbeständig und mechanisch hart.

Ba-Ferrite

Als Werkstoffe kommen praktisch nur *Ba-Ferrite* mit geringen Zusätzen von Sr, Pb bzw. Co vor. Das Energieprodukt liegt bei  $20 \text{ kJ/m}^3$ .

6 Dielektrische Eigenschaften

6.1 Modellvorstellungen zur dielektrischen Polarisation

Dielektrikum Polarisation

In einem elektrischen Feld  $E$  (Verzicht auf die Vektordarstellung) zwischen zwei Leiterplatten (Kondensator) sammeln sich auf jeder Platte (freie) Ladungsträger an. Wird der Raum zwischen den Platten mit einem *Dielektrikum* gefüllt, so verursacht das elektrische Feld darin im atomaren bzw. molekularen Bereich eine *Polarisation*. Als Folge davon treten auf den Platten gebundene oder influenzierte Ladungen auf. Die Ladung  $Q$  auf den Kondensatorflächen  $A$  mit Dielektrikum ergibt sich zu:

$$Q = \epsilon_0 \epsilon_r AE$$

|    |              |                |     |
|----|--------------|----------------|-----|
| Q  | $\epsilon_0$ | A              | E   |
| As | F/m          | m <sup>2</sup> | V/m |

## Werkstoffkunde

### Dielektrische Eigenschaften

#### Dielektrizitätskonstante

$\epsilon_0$  = elektrische Feldkonstante oder absolute *Dielektrizitätskonstante*.  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$

#### Permittivitätszahl

$\epsilon_r$  = *Permittivitätszahl* oder relative Dielektrizitätszahl.

$\kappa_e$  ist die elektrische Suszeptibilität, sie beschreibt die durch das Dielektrikum zusätzlich mögliche Feld(linien)dichte.  $\kappa_e = \epsilon_r - 1$

#### Elektronenpolarisation

*Elektronenpolarisation* ist die Verschiebung der Ladungsschwerpunkte von Atomkern und Elektronenhülle. Wegen der geringen Trägheit der Elektronen folgt die Elektronenpolarisation Wechselfeldern bis zu den Frequenzen der UV-Strahlung.

#### Ionenpolarisation

*Ionenpolarisation* verschiebt die Ionen unter dem Einfluss des elektrischen Feldes und bewirkt eine Deformation des Gitters. Der Stoff ist polar. Der Effekt ist bis zu Frequenzen der IR-Strahlung möglich. Ionen- und Elektronenpolarisation sind von ähnlicher Größenordnung, kaum temperaturabhängig und können als *Deformationspolarisation* zusammengefasst werden.

#### Deformationspolarisation

#### Ordnungspolarisation

Polar

Ordnungspolarisation setzt Dipolmomente im molekularen Aufbau voraus. Die Dipole ordnen sich in Feldrichtung, daher *Ordnungs-* oder *Orientierungspolarisation*. Der Stoff ist (di)polar. Der Effekt, mit Grenzfrequenzen bis etwa  $10^9$  Hz, ist stark temperaturabhängig.

#### Grenzflächenpolarisation

*Grenzflächenpolarisation* tritt bei Dielektrika mit Einschlüssen guter Leitfähigkeit auf. Es tritt eine höhere Polarisation auf, als es dem homogenen Material entspräche. Der Grenzfall tritt auf, wenn das Dielektrikum eine gewisse Leitfähigkeit aufweist.

## 6.2 Materialeinteilung

### 6.2.1 Dielektrische Materialien

Die Elektronenpolarisation ist in allen Stoffen von Null verschieden, d. h. Permittivität  $\epsilon_r > 1$  bzw. positive elektrische Suszeptibilität für alle Dielektrika.

#### Ferroelektrika

Koerzitivfeldstärke  
Elektret

*Ferroelektrika* sind Materialien mit sehr großer Permittivität ( $\epsilon_r \approx 10^4$ ) und einer Hystereschleife der Verschiebungsdichte  $D = f(E)$ . Eine *Koerzitivfeldstärke*  $E_c$  ist Grund für die Bezeichnung *Elektret* in Anlehnung an Magnet.

#### Piezoelektrika

*Piezoelektrika* reagieren mit einer Polarisation(sänderung) auf eine mechanische Deformation und umgekehrt. Bei einer Reihe von Materialien kann eine, bei erhöhter Temperatur erfolgte Ausrichtung der Dipolmomente, durch Abkühlung „eingefroren“ und eine starke remanente Polarisation erzeugt werden.

#### Pyroelektrika

Pyroelektrisch

*Pyroelektrika* sind polare piezoelektrische Materialien mit einer spontanen Polarisation. Weil diese zwar mit der Temperatur veränderlich, aber selbst bis zum Schmelzpunkt des Materials nicht aufhebbar ist, heißt dieser Effekt *pyroelektrisch*.

### 6.2.2 Elektrische Materialien

#### Isolatoren

Isolationswiderstand  
Durchgangswiderstand

Die wesentlichste Kenngröße eines Isolators ist der *Isolationswiderstand* mit spezifischen Widerständen von  $\rho = 10^{10} \dots 10^{20} \Omega\text{m}$ . Es ist dabei noch zwischen *Durchgangs-* und *Oberflächenwiderstand* zu unterscheiden. Durchgangswiderstand ist eine vom Stoff abhängige und für ihn charakteristische Größe. Wegen einer stets vorhandenen Anzahl freier Ladungsträger wird eine an den Stoff angelegte Spannung  $U$  einen stets von Null abweichenden *Querstrom*  $I$  verursachen. Unmittelbar nach dem Anlegen einer Gleichspannung tritt ein *Polarisationsstrom* auf, der eine merkliche *Abklingzeit* (*Relaxationszeit*) aufweist. Der Durchgangswiderstand nimmt mit der Temperatur ab.

Querstrom  
Polarisationsstrom

Oberflächenwiderstand  
Kriechströme  
Durchschlagfestigkeit

*Oberflächenwiderstand* ist weniger eine Material- als eine Oberflächeneigenschaft. Verunreinigungen auf der Oberfläche eines Isolators ermöglichen *Kriechströme* die, über *Kriechspuren*, das Material angreifen. Der Widerstand dagegen ist die *Kriechspurfestigkeit*. *Durchschlagfestigkeit* ist die beim Spannungsdurchschlag eines Isolierstoffes wirksame elektrische Feldstärke  $E_0$  in kV/cm oder kV/mm. Sie sinkt im Allgemeinen mit wachsender Materialdicke. Für die Zuverlässigkeit elektrischer Geräte sind die Isolationseigenschaften der Werkstoffe auch bei langzeitiger Temperaturbelastung wichtig.

**Kondensatoren**  
Kapazität

Mit  $C = Q/U$  folgt für Kondensatoren der Fläche  $A$  die *Kapazität*  $C$ .

$$C = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{d}$$

Als Werkstoffgröße ist die Permittivitätszahl  $\epsilon_r$  des Dielektrikums und der damit verbundene *Verlustfaktor*  $\tan \delta$  für die Beschreibung der Verluste maßgebend. In der Ersatzschaltung liegt der Kapazität  $C$  der Leitwert  $G$  parallel. Aus der Definition des *dielektrischen Verlustfaktors* als Verhältnis von Wirk- zu Blindleistung folgt  $\tan \delta$ .

|     |              |                |     |
|-----|--------------|----------------|-----|
| $C$ | $\epsilon_0$ | $A$            | $d$ |
| F   | F/m          | m <sup>2</sup> | m   |

Dielektrischer Verlustfaktor

$$\tan \delta = \frac{G}{\omega C} = \frac{1}{\omega RC}$$

Isolationszeitkonstante

$R = 1/G$  und mit dem Produkt  $R \cdot C$  als *Isolationszeitkonstante* oder *Isolationsgüte* in  $\Omega \cdot \mu F$  oder  $s$  ist eine weitere Verlustdefinition für Gleichstrom und niedrige Frequenzen möglich.

Verlustzahl

Eine besonders in der Kabeltechnik wichtige (dielektrische) *Verlustzahl* oder *Verlustkennziffer* ist  $\epsilon''$ .

$$\epsilon'' = \epsilon_r' \cdot \tan \delta$$

## 7 Dielektrika

### 7.1 Natürliche anorganische Dielektrika

**Glimmer**

*Glimmer* ist ein leicht spaltbares, schneid- und stanzbares Naturprodukt mit hervorragenden elektrischen Eigenschaften.  $E_0$  bis zu 1000 kV/cm,  $\epsilon_r \cong 6 \dots 8$ ,  $\tan \delta \cong 2 \cdot 10^{-4}$ .

**Quarz**

Resonator

*Quarz* ist reines Siliziumdioxid, hochtemperaturfest, geringe Wärmeausdehnung und gute UV-Durchlässigkeit. Wegen seines Piezoeffektes dient Quarz als *elektromechanischer Wandler* und *Resonator* zur Frequenzstabilisierung in der Nachrichtentechnik.  $E_0 = 300 \dots 400$  kV/cm,  $\epsilon_r = 3 \dots 4$ ,  $\tan \delta = 10^{-2} \dots 10^{-6}$ .

**Gase**

Ionisierungsfeldstärke

Luft mit einer Durchschlagfestigkeit von 20...30 kV/cm ist der am häufigsten angewandte Isolator. Technisch noch wichtig: N:  $E_0 \cong 20$  kV/cm, CO<sub>2</sub>:  $E_0 \cong 24$  kV/cm und SF<sub>6</sub>:  $E_0 \cong 100$  kV/cm. Mit erhöhtem Druck steigt die *Ionisierungsfeldstärke* für den Durchbruch und damit die Durchschlagfeldstärke. Erschwert ionisierbar sind auch *elektronegative Gase*. Die bevorzugt als Halogenverbindungen wie CCl<sub>4</sub>, CCl<sub>2</sub>F<sub>2</sub>, CF<sub>4</sub>, SF<sub>6</sub> u. a. genutzt werden.

## Werkstoffkunde

### Dielektrika

#### 7.2 Natürliche organische Dielektrika

##### Papier

Durch Tränkung entstehen Öl-, Öllack-, Schellack- und Kunstharz-papiere mit  $E_0$  etwa 10...50 kV/cm,  $\epsilon_r \cong 2...8$ ,  $\tan \delta \cong 0,5...10^{-2}$ .

##### Textilstoffe

Verarbeitung nur getränkt. *Lackseide* (Ölseide) ist wegen der geringen Dicke und guten elektrischen und mechanischen Eigenschaften wichtig. Baumwolle und Seide werden als Fäden und Bänder getränkt und ungetränkt als Umhüllungen von Drähten benutzt.

##### Öle

*Isolieröle* (DIN 5107) sind hochsiedende Produkte des Erdöls. Durchschlagsfestigkeit auch in dünnen Schichten noch günstig, nachteilig sind Wärmedehnung, Temperaturabhängigkeit der Viskosität, Entflammbarkeit und Alterung durch den Luftsauerstoff.  $E_0$  etwa 5...30 kV/cm,  $\epsilon_r \cong 2...3$ ,  $\tan \delta \cong 10^{-3}$ .

#### 7.3 Künstliche anorganische Dielektrika

##### Metalloxide

*Metalloxide* von Aluminium ( $Al_2O_3$ )  $E_0$  etwa 10 kV/mm,  $\epsilon_r \cong 9,8$ ,  $\tan \delta \cong 10^{-4}$ ) und Titan ( $TiO_2$ )  $E_0$  etwa 10 kV/mm,  $\epsilon_r \cong 85$ ,  $\tan \delta \cong 4 \cdot 10^{-3}$ ) werden hochrein wegen ihrer geringen Verluste besonders bei hohen Frequenzen als Trägermaterial eingesetzt.

##### Porzellane

*Porzellane* sind durch ihre Zusammensetzung in weiten Grenzen beeinflussbar. Sie gehören zu den dichten keramischen Massen, sind weitgehend gegen Basen und Säuren beständig und hochwiderstandsfähig gegen elektrische Funken. Für das wichtige Hartporzellan von Isolatoren gelten  $E_0 = 30...35$  kV/cm,  $\epsilon_r \cong 4...8$ ,  $\tan \delta \cong 0,02...0,1$ .

#### 7.4 Künstliche organische Dielektrika

##### Zellulose-Kunststoffe

Für die Isolation sind die blauen Triazetat- und Azetobutyratfolien wichtig  $E_0$  etwa 20...50 kV/mm,  $\epsilon_r \cong 4$ ,  $\tan \delta \cong 0,01...0,02$ .

##### Chlophene

*Chlophene* sind thermisch und chemisch beständige chlorierte Diphenyle, die jedoch bei Bränden durch die Bildung von polychlorierten Biphenylen (PCB) umweltgefährlich sind,  $E_0$  etwa 200 kV/cm,  $\epsilon_r \cong 4,5...6$ ,  $\tan \delta \cong 10^{-3}$ . Als ungefährliche synthetische Isolierflüssigkeit kann dafür Pentaerythrit-Tetraester eingesetzt werden,  $E_0$  etwa 200 kV/cm,  $\epsilon_r \cong 3,3$ ,  $\tan \delta \cong 10^{-3}$ .

##### Phenoplaste

*Phenoplaste* (PF) finden Anwendung bei Lacken, Schichtstoffen und Pressmassen,  $E_0$  etwa 5...20 kV/mm,  $\epsilon_r \cong 4...9$ ,  $\tan \delta \cong 0,05...0,3$  und  $T_{max} \cong 160$  °C.

##### Polyesterharze

*Polyesterharze* (PETP) sind flüssige bis elastische oder auch splitterscharfe Kunstharze.

##### Epoxidharze

*Epoxidharze* (PE) haben gegenüber Polyesterharzen eine höhere mechanische Festigkeit und ein sehr hohes Haftvermögen.

##### Polystyrol

*Polystyrol*, glasklar, spröde, hat noch bei Hochfrequenz niedrige Verlustfaktoren.

##### Polyethylen

*Polyethylen* (PE) ähnelt Parafinen und hat, besonders vernetzt (VPE), gute mechanische und thermische Eigenschaften,  $E_0$  etwa 100 kV/mm,  $\epsilon_r \cong 2,3$ ,  $\tan \delta \cong 10^{-4}$ .

##### Polyvinylchlorid

*Polyvinylchlorid* (PVC) ist ein guter Isolierkunststoff mit vielseitiger Anwendung.

## 7.5 Silikone

### Siliconöle

*Siliconöle* ändern die Viskosität zwischen  $-60\text{ °C}$  und  $300\text{ °C}$  kaum. Teueres Imprägniermittel und flüssiges Dielektrikum,  $E_0$  etwa  $10\text{ kV/mm}$ ,  $\epsilon_r \cong 3$ ,  $\tan \delta \cong 10^{-3}$ ,  $T_{\max} \cong 300\text{ °C}$ .

### Siliconharze

*Siliconharze* sind lichtbogenfest und unbrennbar  $E_0$  etwa  $20\text{...}30\text{ kV/mm}$ ,  $\epsilon_r \cong 3$ ,  $\tan \delta \cong 10^{-3}$ .

### Siliconelastomere

*Siliconelastomere* oder Silikonkautschuke sind gummielastische Massen mit Temperaturbeständigkeit zwischen  $-80\text{...}250\text{ °C}$ . Sie finden Anwendung als Isolierungen und dauerelastische hochwarmfeste Verbindungen zwischen praktisch beliebigen Werkstoffen.  $E_0$  etwa  $10\text{...}30\text{ kV/mm}$ ,  $\epsilon_r \cong 3\text{...}9$ ,  $\tan \delta \cong 0,01\text{...}0,1$ ,  $T_{\max} \cong 180\text{ °C}$ .

## 8 Literaturhinweise

- [1] *Boll, Richard*: Weichmagnetische Werkstoffe. PUBLICIS MCD, 1990
- [2] *Cassing, Wilhelm; Hübner, Klaus-Dieter; Stank, Wolfram*: Praxislexikon Magnettechnik. Expert Verlag GmbH, Renningen 2004
- [3] *Fischer, Hans*: Werkstoffe der Elektrotechnik. Hanser Fachbuchverlag, München 2003
- [4] *Gundlach, F.-W.; Meinke, Hans H.; Lange, K.; Löcherer, K.-H. (Hrsg.)*: Taschenbuch der Hochfrequenztechnik, 3 Bd., Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York 1992
- [5] *Michalowski, Lothar*: Magnettechnik, Grundlagen und Anwendungen. Fachbuchverlag, Leipzig 1995
- [6] Siemens AG, Ferrite und Zubehör. EPCOS Bestell-Nr. EPC 61002, 2002
- [7] *Spickermann, Diethart*: Werkstoffe der Elektrotechnik und Elektronik. Vogel Verlag, Würzburg 2002
- [8] *Münch, Waldemar von*: Werkstoffe der Elektrotechnik. Teubner Verlag, Stuttgart 2003

## 1 Grundbegriffe

### Elektron, der kleinste Ladungsträger

$e_0$  Elementarladung, kleinste Ladungsmenge in As  $e_0 = 1,60218 \cdot 10^{-19} \text{As}$

### Spannung

$U$  elektrische Spannung in V  
 $Q$  elektrische Ladung in As  
 $W$  elektrische Arbeit in Js oder J

$$U = \frac{W}{Q}$$

### Stromstärke, definiert als Änderung der Ladungsmenge in der Zeit

$I$  Stromstärke in A  
 $dQ$  Ladungsmenge in As  
 $dt$  Zeitdifferenz

$$I = \frac{dQ}{dt} = \dot{Q}$$

### Stromdichte

$S$  Stromdichte in A/mm<sup>2</sup>  
 $I$  Stromstärke in A  
 $A$  Querschnittsfläche in mm<sup>2</sup>

$$S = \frac{I}{A}$$

### Ohmsches Gesetz

$R$  Widerstand in  $\Omega$  (Ohm)  
 $U$  Spannung in V  
 $I$  Stromstärke in A

$$R = \frac{U}{I}$$

### Leitwert

$G$  Leitwert in S (Siemens)  
 $R$  Widerstand in  $\Omega$  (Ohm)

$$G = \frac{1}{R}$$

### Widerstand eines Drahtes

$R$  Widerstand in  $\Omega$  (Ohm)  
 $\rho$  spezifischer Widerstand in  $\Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$   
 $l$  Länge in m  
 $A$  Querschnitt in mm<sup>2</sup>  
 $\kappa$  Leitfähigkeit in S/m

$$R = \frac{\rho l}{A} = \frac{l}{\kappa A} \quad \kappa = \frac{1}{\rho}$$

### Temperaturabhängigkeit des elektrischen Widerstandes von Metallen

$\vartheta$  aktuelle Temperatur in °C  
 $\vartheta_0$  Bezugstemperatur, meistens 20°C  
 $R_\vartheta$  Widerstand bei der Temperatur  $\vartheta$  in  $\Omega$   
 $R_{\vartheta_0}$  Widerstand bei der Bezugstemperatur in  $\Omega$   
 $\alpha$  Temperaturkoeffizient, in 1/K

$$R_\vartheta = R_{\vartheta_0} [1 + \alpha(\vartheta - \vartheta_0)]$$

## 2 Der Gleichstromkreis

### 2.1 Kirchhoffsche Gesetze

#### Knotenregel oder 1. Kirchhoffsches Gesetz

In den Knoten fließende Ströme werden positiv, herausfließende Ströme negativ gerechnet.

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0$$

$$\sum_{k=1}^n I_k = 0$$

#### Maschenregel oder 2. Kirchhoffsches Gesetz

Spannungspfeile, die im Umlaufsinn gerichtet sind, werden positiv, die gegen den Umlaufsinn gerichteten negativ gerechnet.

$$U - U_4 - U_3 - U_1 = 0$$

$$\sum_{k=1}^n U_k = 0$$

# Elektrotechnik

## Der Gleichstromkreis

### 2.2 Schaltung von Widerständen

#### Reihen-Schaltung, Serien-Schaltung

$$R_k \text{ Einzelwiderstände in } \Omega$$

$$R_{\text{ges}} \text{ Ersatzwiderstand der Schaltung in } \Omega \quad R_{\text{ges}} = \sum_{k=1}^n R_k$$

#### Parallel-Schaltung

$$R_k \text{ Einzelwiderstände in } \Omega$$

$$R_{\text{ges}} \text{ Ersatzwiderstand der Schaltung in } \Omega \quad \frac{1}{R_{\text{ges}}} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{R_k}$$

$$G_k \text{ Einzel-Leitwerte in S}$$

$$G_{\text{ges}} \text{ Ersatz-Leitwert der Schaltung in S} \quad G_{\text{ges}} = \sum_{k=1}^n G_k$$

#### Stern-Dreieck-Umwandlung

$$R_i \text{ Stern-Widerstände}$$

$$R_{ij} \text{ Dreieckswiderstände}$$

$$R_{12} = R_1 + R_2 + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_3}$$

$$R_{23} = R_2 + R_3 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1}$$

$$R_{31} = R_3 + R_1 + \frac{R_3 \cdot R_1}{R_2}$$

#### Dreieck-Stern-Umwandlung

$$R_i \text{ Stern-Widerstände}$$

$$R_{ij} \text{ Dreieckswiderstände Dreiecksschaltung}$$

$$R_1 = \frac{R_{12} \cdot R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

$$R_2 = \frac{R_{23} \cdot R_{12}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

$$R_3 = \frac{R_{31} \cdot R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

Erweiterung des Messbereichs. Bei Spannungsmessgeräten wird ein Vorwiderstand, bei Strommessgeräten ein Nebenwiderstand geschaltet.

$$R_M \text{ Widerstand des Messgerätes}$$

$$n \text{ Messbereichsverhältnis}$$

$$U_M \text{ maximale Spannung am Spannungsmessgerät}$$

$$I_M \text{ maximale Spannung am Strommessgerät}$$

$$U_1 \text{ zu messende maximale Spannung}$$

$$I_1 \text{ zu messender maximaler Strom}$$

$$R_N \text{ Nebenwiderstand für das Strommessgerät}$$

$$R_V \text{ Vorwiderstand für das Spannungsmessgerät}$$

$$n = \frac{U_1}{U_M}$$

$$R_V = R_M(n - 1)$$

$$n = \frac{I_1}{I_M} \quad R_N = \frac{R_M}{n - 1}$$

#### Spannungsquelle

$$R_i \text{ Innenwiderstand der Spannungsquelle} \quad U_K = U_q - IR_i$$

$$R_a \text{ Widerstand eines Verbrauchers} \quad U_K = IR_a$$

$$U_q \text{ Quellspannung}$$

$$U_k \text{ Klemmspannung}$$

$$I_K \text{ Kurzschlussstrom} \quad I_K = \frac{U_q}{R_i} \quad R_i = -\frac{dU}{dI}$$

#### Kombination von zwei Spannungsquellen, Reihenschaltung

$$U_q \text{ Quellspannung der Kombination} \quad U_q = U_1 + U_2$$

$$U_1, U_2 \text{ Quellspannungen der einzelnen Quellen} \quad R_i = R_1 + R_2$$

$$R_1, R_2 \text{ Innenwiderstände der einzelnen Quellen} \quad I_k = \frac{U_1 + U_2}{R_1 + R_2} = \frac{U_q}{R_i}$$

**Parallelschaltung von zwei Spannungsquellen**
 $I_K$  Kurzschlussstrom  
 $R_i$  Innenwiderstand der Kombination

$$U_q = \frac{U_1 R_2 + U_2 R_1}{R_1 + R_2}$$

$$I_K = \frac{U_1 R_2 + U_2 R_1}{R_1 \cdot R_2}$$

$$R_i = \frac{U_q}{I_K} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

**2.3 Energie, Leistung, Wirkungsgrad**

Fließt durch einen Widerstand ein Strom, so wird am Widerstand Energie und Leistung umgesetzt.

 $U$  Spannung am Widerstand in V  
 $I$  Strom durch den Widerstand in A  
 $t$  Zeit, in der der Strom fließt in s  
 $W$  elektrische Energie, die am Widerstand umgewandelt wird, in Ws  
 $P$  elektrische Leistung, die am Widerstand verbraucht wird, in W

$$W = U \cdot I \cdot t$$

$$P = \frac{W}{t} = U \cdot I$$

$$P = \frac{U^2}{R}$$

$$P = R \cdot I^2$$

**Leistungsanpassung**

Ein Verbraucher nimmt maximale Leistung auf, wenn der Innenwiderstand der Spannungsquelle und der Verbraucherwiderstand gleich sind.

$$R_a = R_i$$

**Wirkungsgrad**
 $W_N$  Nutzenergie in Ws  
 $W_{Zu}$  zugeführte Energie in Ws  
 $P_N$  Nutzleistung in W  
 $P_{Zu}$  zugeführte Leistung in W  
 $P_V$  Verlustleistung in W  
 $\eta$  Wirkungsgrad, oft in Prozent angegeben

$$\eta = \frac{W_N}{W_{Zu}} = \frac{P_N}{P_{Zu}} \leq 100\%$$

$$P_V = P_{Zu} - P_N$$

**3 Das Elektrische Feld**
**3.1 Grundgrößen**

Elektrische Feldkonstante, dieser Wert gilt im Vakuum

 $\epsilon_0$  elektrische Feldkonstante in As/Vm

$$\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}}$$

Coulombsches Gesetz, Kräfte zwischen zwei Ladungen

 $q_1$  Ladung 1 in As  
 $q_2$  Ladung 2 in As  
 $r_{12}$  Abstand zwischen den Ladungen  
 $F_{12}$  Betrag der Kraft zwischen den Ladungen in N

$$F_{12} = \frac{1}{4 \pi \epsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2}$$

**Elektrische Feldstärke**
 $q$  Probeladung in As  
 $\vec{F}$  Kraft auf die Probeladung qN  
 $\vec{E}$  elektrische Feldstärke in V/m

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

Potenzial im Punkt B, definiert als Linienintegral von einem Punkt mit Feldstärke  $E = 0$ , also im  $\infty$

 $\vec{E}$  elektrische Feldstärke in V/m  
 $s$  Weg der Integration  
 $B$  Endpunkt der Integration  
 $\varphi$  Potenzial in V

$$\varphi_B = - \int_{\infty}^B \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

# Elektrotechnik

## Das Elektrische Feld

### Potenzial einer Punktladung, Elektrisches Feld einer Punktladung

$Q$  Punktladung in As  
 $r$  Abstand von der Punktladung in m

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2}$$

### Spannung, Potenzial-Differenz zwischen zwei Punkten

$\varphi$  Potenzial in V  
 $\vec{E}$  elektrische Feldstärke in V/m  
 $U$  Spannung in V

$$U_{AB} = \varphi_B - \varphi_A$$

$$U_{AB} = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

### Elektrischer Fluss, elektrische Flussdichte

$\epsilon_0$  elektrische Feldkonstante in As/Vm  
 $r$  Abstand von der Ladung in m  
 $E$  Betrag der Feldstärke in V/m  
 $\psi$  elektrischer Fluss in As  
 $D$  elektrische Flussdichte in As/m<sup>2</sup>

$$\Psi = 4\pi\epsilon_0 r^2 E$$

$$\psi = \oint \vec{D} d\vec{A} = \sum_{i=1}^n Q_i$$

$$D = \epsilon_0 E$$

### Elektrische Flussdichte in einem Dielektrikum

$\epsilon_0$  elektrische Feldkonstante in As/Vm  
 $\epsilon_r$  Permittivitätszahl (Materialkonstante) des Dielektrikums  
 $E$  Betrag der Feldstärke in V/m  
 $D$  elektrische Flussdichte in As/m<sup>2</sup>

$$D = \epsilon_0 \epsilon_r E$$

## 3.2 Kondensatoren

### 3.2.1 Kapazität

#### Kapazität eines Kondensators

$Q$  im Kondensator gespeicherte Ladung in As  
 $U$  Spannung am Kondensator in V  
 $C$  Kapazität in F (Farad)

$$C = \frac{Q}{U}$$

#### Energie im Kondensator

$Q$  im Kondensator gespeicherte Ladung in As  
 $U$  Spannung am Kondensator in V  
 $C$  Kapazität in F (Farad)  
 $W$  Energie in Js

$$W = \frac{1}{2} QU = \frac{1}{2} CU^2$$

#### Spezielle Kondensatoren

$\epsilon_0$  elektrische Feldkonstante in As/Vm  
 $\epsilon_r$  Permittivitätszahl des Materials im Kondensator  
 $C$  Kapazität in F (Farad)

Plattenkondensator  
 $A$  Fläche einer Platte in m<sup>2</sup>  
 $d$  Abstand der Platten in m

$$C_{\text{Pl}} = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{d}$$

Blockkondensator  
 $n$  Anzahl der Platten  
 $A$  Fläche einer Platte in m<sup>2</sup>  
 $d$  Abstand der Platten in m

$$C_{\text{Block}} = (n-1) \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{d}$$

Kugulkondensator  
 $r_1$  Innenradius  
 $r_2$  Außenradius

$$C_{\text{K}} = 4\pi\epsilon_0 \epsilon_r \frac{r_1 r_2}{r_2 - r_1}$$

Zylinderkondensator, Beispiel Koaxialkabel  
 $L$  Länge in m  
 $r_1$  Innenradius  
 $r_2$  Außenradius

$$C_{\text{Z}} = 2\pi\epsilon_0 \epsilon_r \frac{L}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}$$

**3.2.2 Schaltungen mit Kondensatoren**

**Reihenschaltung**

$C_{ges}$  Gesamtkapazität der Schaltung  
 $C_i$  einzelne Kapazitäten

$$\frac{1}{C_{ges}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}$$

**Parallelschaltung**

$C_{ges}$  Gesamtkapazität der Schaltung  
 $C_i$  einzelne Kapazitäten

$$C_{ges} = \sum_{i=1}^n C_i$$

**Laden eines Kondensators über einen Vorwiderstand**

$R$  Vorwiderstand in  $\Omega$   
 $C$  Kapazität in F  
 $t$  Ladezeit in s  
 $U$  angelegte Spannung in V  
 $u_C$  Spannung am Kondensator in V  
 $i$  Ladestrom in A  
 $\tau$  Zeitkonstante in s

$$u_C = U \left( 1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right) = U \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$$

$$i = \frac{U}{R} \cdot e^{-\frac{t}{RC}} = \frac{U}{R} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\tau = RC$$

**Entladen eines Kondensators**

$R$  Parallelwiderstand in  $\Omega$   
 $C$  Kapazität in F  
 $t$  Entladezeit in s  
 $U$  Ausgangsspannung am Kondensator in V  
 $u_C$  momentane Spannung am Kondensator in V  
 $i$  Entladestrom in A, entgegengesetztes Vorzeichen zum Ladestrom  
 $\tau$  Zeitkonstante in s

$$u_C = U e^{-\frac{t}{RC}} = U e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$i = \frac{U}{R} \cdot e^{-\frac{t}{RC}} = \frac{U}{R} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

**4 Das Magnetische Feld**

**4.1 Grundgrößen**

**Magnetische Feldkonstante, dieser Wert gilt im Vakuum**

$\mu_0$  magnetische Feldkonstante in Vs/Am

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Vs}{Am}$$

**Durchflutung. Ist gleich der Summe der von einer Feldlinie eingeschlossenen Ströme**

$I$  Stromstärke in A  
 $\Theta$  Durchflutung in A

$$\Theta = \sum_{i=1}^n I_i$$

**Durchflutungsgesetz**

$s$  Weg im Feld in m  
 $I$  Stromstärke in A  
 $H$  magnetische Feldstärke in A/m

$$\oint \vec{H} ds = \sum_{i=1}^n I_i$$

**Feld um einen stromführenden Leiter**

$I$  Stromstärke in A  
 $r$  Abstand vom Leiter in m  
 $H$  magnetische Feldstärke in A/m

$$H = \frac{I}{2\pi r}$$

**Feld im Inneren einer Ringspule**

$I$  Stromstärke in A  
 $N$  Anzahl der Windungen  
 $r$  mittlerer Radius in m  
 $H$  magnetische Feldstärke in A/m

$$H = \frac{IN}{2\pi r}$$

# Elektrotechnik

## Das Magnetische Feld

**Feld im Inneren einer langen Zylinderspule**

$I$  Stromstärke in A  
 $N$  Anzahl der Windungen  
 $l$  Länge der Spule

$$H = \frac{NI}{l}$$

**Feld im Inneren einer kurzen Zylinderspule**

$I$  Stromstärke in A  
 $N$  Anzahl der Windungen  
 $l$  Länge der Spule  
 $d$  Durchmesser der Spulenwicklung  
 $H_{\text{Mitte}}$  Feld in der Mitte der Spule in A/m  
 $H_{\text{Rand}}$  Feld am Rand der Spule in A/m

$$H_{\text{Mitte}} = \frac{NI}{\sqrt{l^2 + d^2}}$$

$$H_{\text{Rand}} = \frac{NI}{2\sqrt{l^2 + d^2}}$$

**Feld eines Kreisstromes in einem Punkt P**

$I$  Stromstärke in A  
 $R$  Radius des Kreisstromes in m  
 $l$  Abstand vom Zentrum des Kreisstromes in m

P liegt im Zentrum  
 P liegt auf der auf der Mittelachse

$$H = \frac{I}{2R}$$

$$H = \frac{IR^2}{2(\sqrt{R^2 + l^2})^3}$$

**Biot-Savartsches Gesetz, dient zur Berechnung eines Magnetfeldes in einem Punkt P bei beliebig geformtem Leiter**

$I$  Stromstärke in A  
 $ds$  Leiterelement der Länge  $ds$  in m  
 $r$  Abstand des Punktes P vom Leiterelement  $ds$   
 $\alpha$  Winkel zwischen  $ds$  und Richtung zu P  
 $dH$   $ds$

$$dH = \frac{I \cdot ds}{4\pi r^2} \sin \alpha$$

**Magnetischer Fluss, Gesamtheit der Feldlinien, die von einer Leiterschleife eingeschlossen sind**

$\int u dt$  Spannungsstoß in Vs  
 $\Phi$  magnetischer Fluss in Vs oder Wb (Weber)

$$\phi = \int u dt$$

**Magnetische Flussdichte**

$\Phi$  magnetischer Fluss in Vs  
 $A_n$  vom Fluss durchsetzte Fläche in  $m^2$   
 $B$  magnetische Flussdichte in Vs/ $m^2$  oder in T (Tesla)

$$B = \frac{\phi}{A_n}$$

**Flussdichte und Feldstärke in Materie**

$\mu_0$  magnetische Feldkonstante in Vs/Am  
 $\mu_r$  relative Permeabilität  
 $H$  magnetische Feldstärke in A/m  
 $B$  magnetische Flussdichte in Vs/ $m^2$  oder in T (Tesla)

$$B = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot H$$

## 4.2 Kräfte im Magnetfeld

### 4.2.1 Kräfte auf Ladungen

**Lorentzkraft, Kraft auf eine bewegte Ladung im Magnetfeld**

$q$  Ladung in As  
 $v$  Geschwindigkeit in m/s  
 $B$  magnetische Flussdichte in T  
 $\varphi$  Winkel zwischen dem Vektor der Geschwindigkeit und dem Vektor der Flussdichte  
 $F_L$  Lorentzkraft in N

$$\vec{F}_L = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$$

$$F_L = qvB \cdot \sin \varphi$$

**Kreisbahn eines Elektrons im Magnetfeld**

|       |  |                        |
|-------|--|------------------------|
| $m$   | Masse des Elektrons in kg                    | $r = \frac{mv}{e_0 B}$ |
| $v$   | Geschwindigkeit in m/s                       |                        |
| $e_0$ | Ladung des Elektrons (Elementarladung) in As |                        |
| $B$   | magnetische Flussdichte in T                 |                        |
| $r$   | Radius der Kreisbahn in m                    |                        |

**Hall Effekt, Folge der Lorentzkraft**

|       |  |                                |
|-------|--|--------------------------------|
| $R_H$ | Hall-Koeffizient in $m^3/As$ , Materialkonstante | $U_H = R_H \cdot \frac{IB}{b}$ |
| $I$   | Strom durch die Hallsonde in A                   |                                |
| $B$   | magnetische Flussdichte in T                     |                                |
| $b$   | Breite der Hallsonde (in Richtung von B) in m    |                                |

**4.2.2 Kräfte auf Leiter**

**Kraft auf einen stromführenden Leiter**

|           |   |  |
|-----------|---|--|
| $l$       | Länge des Leiters im Magnetfeld   | $\vec{F} = l \cdot \vec{i} \times \vec{B}$ |
| $I$       | Stromstärke in A  |  |
| $B$       | magnetische Flussdichte in T  | $F = l I B \sin \varphi$                   |
| $\varphi$ | Winkel zwischen der Richtung des Stromes und dem Vektor der Flussdichte |  |
| $F$       | Kraft auf den Leiter in N   |  |

**Kräfte zwischen zwei parallelen Leitern**

|            |   |   |
|------------|---|---|
| $I_1, I_2$ | Stromstärken in den Leitern in A  | $F_{12} = \frac{\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi d}$ |
| $d$        | Abstand zwischen den Leitern in m   |   |
| $\mu_0$    | magnetische Feldkonstante in Vs/Am in Vs/Am   |   |
| $F_{12}$   | Kraft zwischen den Leitern 1 und 2 in N<br>Fließen die beiden Ströme entgegengesetzt, so stoßen sich die Leiter ab. |   |

**4.3 Materie im Magnetfeld**

**4.3.1 Definitionen**

**Relative Permeabilität**

|         |                                       |   |
|---------|---------------------------------------|---|
| $B_M$   | Flussdichte in der Materie in T       | $\mu_r = \frac{B_M}{B_0} = \frac{B_M}{\mu_0 H_0}$ |
| $B_0$   | Flussdichte im Vakuum in T            |   |
| $\mu_0$ | magnetische Feldkonstante in Vs/Am    | $B_M = \mu_r \mu_0 H_0$                           |
| $\mu_r$ | relative Permeabilität, dimensionslos |   |
| $H_0$   | Magnetfeld im Vakuum in A/m           |   |

**Magnetische Suszeptibilität**

|          |                                       |                        |
|----------|---------------------------------------|------------------------|
| $\mu_r$  | relative Permeabilität, dimensionslos | $\chi_M = (\mu_r - 1)$ |
| $\chi_M$ | Suszeptibilität, dimensionslos        |                        |

**Magnetische Polarisation**

|     |                               |                      |
|-----|-------------------------------|----------------------|
| $J$ | magnetische Polarisation in T | $J = B_M - B_0$      |
|     |                               | $J = (\mu_r - 1)B_0$ |
|     |                               | $J = \mu_0 M$        |

**Magnetisierung**

|          |                                       |                      |
|----------|---------------------------------------|----------------------|
| $\mu_r$  | relative Permeabilität, dimensionslos | $M = \chi_M H_0$     |
| $\chi_M$ | Suszeptibilität, dimensionslos        |                      |
| $H_0$    | Magnetfeld im Vakuum in A/m           | $M = (\mu_r - 1)H_0$ |
| $M$      | Magnetisierung in A/m                 |                      |

## Elektrotechnik

### Das Magnetische Feld

#### 4.3.2 Stoffmagnetismus

|                         |   |   |
|-------------------------|---|---|
|                         | $\mu_r$ relative Permeabilität, dimensionslos   |   |
|                         | $\chi_M$ Suszeptibilität, dimensionslos   |   |
| <b>Diamagnetismus</b>   | Magnetische Eigenschaft, die bei allen Stoffen vorhanden ist, aber bei den meisten Stoffen durch andere magnetische Eigenschaften überdeckt wird  | $\mu_r < 1$<br>$\chi_M < 0$<br>$-10^{-4} < \chi_M < -10^{-9}$             |
| <b>Paramagnetismus</b>  | Die Temperaturabhängigkeit der Suszeptibilität ist durch das Curie-Gesetz gegeben.  | $\mu_r > 1$<br>$\chi_M > 0$<br>$10^{-6} < \chi_M < 10^{-2}$               |
|                         | Curie-Gesetz  | $C$ Curie-Konstante in K<br>$T$ Temperatur in K<br>$\chi_M = \frac{C}{T}$ |
| <b>Ferromagnetismus</b> | Wegen des großen Wertes von $\mu_r$ in der Elektrotechnik oft verwendete Stoffe. Die Magnetisierungskurve ist eine Hysterese $\mu_r$ ist nicht konstant, sondern vom Magnetfeld $H$ und der Vorgeschichte des Materials abhängig. | $\mu_r \gg 1$<br>$\chi_M \gg 0$<br>$\mu_r > 500$                          |

|  |  |   |
|--|--|---|
|  | $B$ Flussdichte in T   |   |
|  | $H$ Magnetfeld in A/m  |   |
| Relative Permeabilität   | $\mu_r$ relative Permeabilität   | $\mu_r = \frac{1}{\mu_0} \frac{B}{H}$                   |
| Differentielle Permeabilität   | $\mu_d$ differentielle Permeabilität   | $\mu_d = \frac{1}{\mu_0} \frac{dB}{dH}$                 |
| Ummagnetisierungsverluste, entstehen bei jedem Durchlaufen der Hysterese, bei Wechselfeldern also in jeder Periode | $w$ Verlustenergiedichte in $Ws/m^3$<br>$H$ Magnetfeld in A/m<br>$B$ Flussdichte in T<br>$A$ Fläche der Hysteresekurve | $w = \oint H dB$<br>$w \triangleq A_{\text{Hysterese}}$ |
| Temperaturabhängigkeit, bis zur Curie-Temperatur ist der Stoff ferromagnetisch, oberhalb wird er paramagnetisch    | $C$ Curie-Konstante in K<br>$T$ Temperatur in K<br>$T_C$ Curie-Temperatur  | $\chi_M = \frac{C}{T - T_C}$                            |

#### 4.4 Magnetische Kreise

##### Magnetische Spannung

|          |                                  |   |
|----------|----------------------------------|---|
| $I$      | Stromstärke in A                 |   |
| $N$      | Anzahl der stromführenden Leiter | $V = \oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = NI$ |
| $H$      | Magnetfeld in A/m                | $V = \Theta$                            |
| $l$      | Weg im Magnetfeld in m           |   |
| $\Theta$ | Durchflutung in A                |   |
| $V$      | Magnetische Spannung in A        |   |

**Magnetischer Widerstand**

$l$  Weg im Magnetfeld in m  
 $A$  Querschnittfläche des Materials in  $m^2$   
 $R_m$  magnetischer Widerstand in A/Vs

$$R_m = \frac{l}{\mu_0 \mu_r A}$$

**Unverzweigte Kreise**

$N$  Anzahl der Leiter  
 $I$  Stromstärke in A  
 $\Theta$  magnetischer Fluss in Vs  
 $V$  magnetische Spannung in A

$$\sum V = \Theta = NI$$

**Eisenkern mit Luftspalt**

$N$  Anzahl der Leiter  
 $I$  Stromstärke in A  
 $B_E$  Flussdichte im Eisenkern in T  
 $l_L$  Breite des Luftspaltes in m  
 $l_E$  mittlere Länge des Eisenkerns in m  
 $H_E$  Magnetfeld im Eisenkern in A/m

$$H_E l_E = NI - \frac{B_E l_L}{\mu_0}$$

**Verzweigte Kreise, es gelten analog zum elektrischen Kreis Knoten und Maschenregeln**

$\Phi$  magnetischer Fluss in Wb  
 $\Theta$  Durchflutung in A  
 $H$  Magnetfeld in A/m  
 $l$  Strecke im Magnetfeld in m

$$\sum_{i=1}^n \phi_i = 0$$

$$\Theta = \sum_{i=1}^n H_i l_i$$

**5 Induktion**

**5.1 Induktionsgesetz**

**Allgemeine Gleichung**

$N$  Anzahl der Windungen  
 $B$  Flussdichte in T  
 $A_n$  Normalkomponente der vom Magnetfeld durchsetzten Fläche  
 $u_{ind}$  induzierte Spannung in V

$$u_{ind} = -N \frac{d\phi}{dt}$$

$$u_{ind} = -N \left( A_n \frac{dB}{dt} + B \frac{dA_n}{dt} \right)$$

**Bei Rotation einer Leiterschleife im konstanten Magnetfeld, Generatorprinzip**

$B$  Flussdichte in T  
 $A$  Fläche der Leiterschleife in  $m^2$   
 $\omega$  Kreisfrequenz in 1/s  
 $f$  Frequenz in Hz  
 $u_{ind}$  induzierte Spannung in V

$$u_{ind} = B \cdot A \cdot \omega \cdot \sin \omega t$$

$$\omega = 2\pi \cdot f$$

**Bei Änderung des Magnetfeldes und konstanter Fläche, Transformatorprinzip**

$N$  Anzahl der Windungen  
 $B$  Flussdichte in T  
 $A$  vom Magnetfeld durchsetzte Fläche

$$u_{ind} = -NA \frac{dB}{dt}$$

**5.2 Induktivität von Spulen**

**Induktivität einer Spule**

Luftspule  $\mu_d$  differentielle Permeabilität  
 $N$  Anzahl der Wicklungen  
 $A$  Querschnittsfläche der Spule in  $m^2$   
 Spule mit Eisenkern  $l$  Länge der Spule in m  
 $L$  Induktivität in H (Henry)

$$L = \mu_0 N^2 \frac{A}{l}$$

$$L = \mu_0 \mu_d N^2 \frac{A}{l}$$

# Elektrotechnik

## Induktion

### Reihenschaltung von Spulen

$n$  Anzahl der einzelnen Spulen  
 $L_i$  Induktivität der einzelnen Spule in H  
 $L_{\text{ges}}$  Gesamtinduktivität in H

$$L_{\text{ges}} = \sum_{i=1}^n L_i$$

### Parallelschaltung

$$\frac{1}{L_{\text{ges}}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{L_i}$$

### Energie in einer Spule

$L$  Induktivität der Spule in H  
 $I$  Stromstärke in A  
 $W$  Energie in Js

$$W = \frac{1}{2} L I^2$$

## 5.3 Ein- und Ausschaltvorgänge

### Einschaltvorgang

$U$  angelegte Spannung in V  
 $R$  Ohmscher Widerstand des Kreises in  $\Omega$   
 $t$  Zeit in s  
 $L$  Induktivität der Spule in H  
 $\tau$  Zeitkonstante in s  
 $i$  Stromstärke in A

$$i = \frac{U}{R} \left( 1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right)$$

$$i = \frac{U}{R} \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$$

$$\tau = \frac{L}{R}$$

### Kurzschließen der Spule

$$i = \frac{U}{R} e^{-\frac{R}{L}t}$$

# 1 Dioden

## 1.1 Begriffe

Charakteristische Kennlinie einer Diode

Durchlassspannung  $U_F$   
Durchlassstrom  $I_F$

F = forward direction,  
Vorwärtsrichtung

Schleusenspannung  $U_{(T0)}$

Sperrspannung  $U_R$   
Sperrstrom  $I_R$

R = reverse direction,  
Rückwärtsrichtung

Durchbruchspannung  $U_{R(BR)}$

### Grenzwerte

|  |                    |       |
|--|--------------------|-------|
| Stossspitzen-sperrspannung (reverse surge maximal voltage) | $U_{RSM}$          | in V  |
| PeriodischeSpitzen-sperrspannung (reverse repetiv maximal) | $U_{RRM}$          | in V  |
| Dauergrenzstrom (forward average value)                    | $I_{FAV}$          | in A  |
| Durchlassstrom-Effektivwert (forward root mean square)     | $I_{FRMS}$         | in A  |
| Stossstrom-Grenzwert (forward surge maximal current)       | $I_{FSM}$          | in A  |
| Maximale (totale) Verlustleistung                          | $P_{tot}$          | in W  |
| Maximale Sperrschichttemperatur                            | $\vartheta_{Jmax}$ | in °C |

### Kennwerte

#### Zulässige Verlustleistung

$$P_V = \frac{\vartheta_J - \vartheta_U}{R_{thJG} + R_{thGK} + R_{thK}} \text{ in W}$$

#### Wärmewiderstand $R_{thJU}$

$$R_{thJU} = \frac{\vartheta_J - \vartheta_U}{P_V} = R_{thJG} + R_{thGK} + R_{thK} \text{ in K/W}$$

|                                       |            |        |
|---------------------------------------|------------|--------|
| Wärmewiderstand Sperrschicht-Umgebung | $R_{thJU}$ | in K/W |
| Wärmewiderstand Sperrschicht-Gehäuse  | $R_{thJG}$ | in K/W |
| Wärmewiderstand Gehäuse-Kühlkörper    | $R_{thGK}$ | in K/W |
| Wärmewiderstand des Kühlkörpers       | $R_{thK}$  | in K/W |

#### Totale Verlustleistung

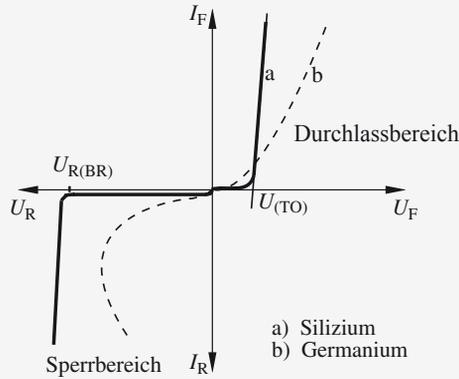
$$P_{tot} \geq P_V = U_{(T0)} \cdot I_{FAV} + r_F \cdot (F \cdot I_{FAV})^2 \text{ in W}$$

#### Wechselstrom-widerstand $r_F$

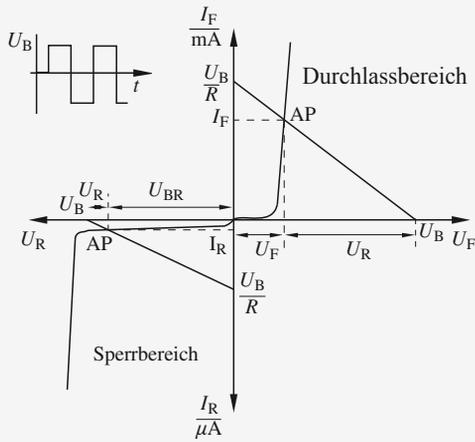
(dynamischer Durchlass-widerstand)

$$\text{Formfaktor } F = \frac{I_{FRMS}}{I_{FAV}}$$

$$r_F = \frac{\Delta U_F}{\Delta I_F} \text{ in } \Omega$$



Diodenschalter



$$U_B = I_F \cdot R + U_F \quad (\text{Schalter geschlossen})$$

$$U_B = I_R \cdot R + U_R \quad (\text{Schalter offen})$$

Versorgungsspannung  $U_B$  in V

Spannung  $U_R$  am Widerstand  $R$  in V

Schaltleistung

$$P_S = I_F^2 \cdot R_L \leq I_{FAVM}^2 \cdot R_L \quad \text{in W}$$

$$\text{Lastwiderstand } R_L \quad \text{in } \Omega$$

1.2 Gleichrichter

Es gilt  $U_D \ll U_{S1}$

Schwelspannung  $U_D$  in V

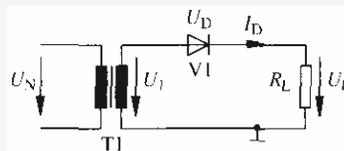
Spitzenspannung  $U_{S1}$  in V

Effektivwert  $U_{RMS}$  in V

Laststrom  $I_L$  in A

Einweggleichrichter

M1



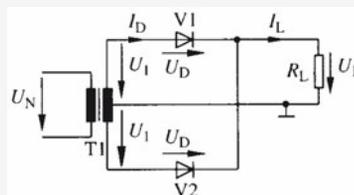
$$\text{periodische Spitzensperrspannung } U_{RRM} = \sqrt{2} \cdot U_{RMS}$$

$$\text{periodischer Spitzendurchlassstrom } I_{FRM} = \sqrt{2} \cdot I_D$$

$$\text{Durchlassstrom } I_{FAVM} = I_L$$

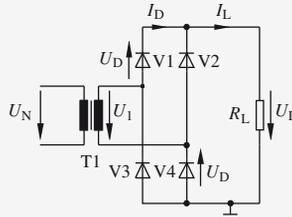
Mittelpunktschaltung

M2



**Brückengleichrichter  
B2**

periodische Spitzensperrspannung  $U_{RRM} = \sqrt{2} \cdot U_{RMS}$   
 periodischer Spitzendurchlassstrom  $I_{FRM} = \sqrt{2} \cdot I_D$   
 Durchlassstrom  $I_{FAVM} = 0,5 \cdot I_L$



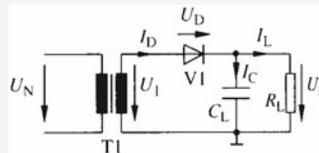
periodische Spitzensperrspannung  $U_{RRM} = \sqrt{2} \cdot U_{RMS}$   
 periodischer Spitzendurchlassstrom  $I_{FRM} = \sqrt{2} \cdot I_D$   
 Durchlassstrom  $I_{FAVM} = 0,5 \cdot I_L$

**1.3 Glättung, Siebung**

**Ausgangsspannung  
U<sub>AVL</sub>**

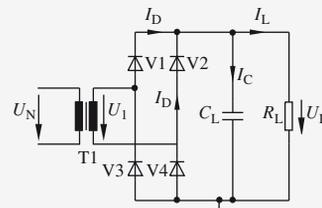
$U_{AVL} = U_{AV} + U_{BrSS}$   
 Gleichspannungsanteil  $U_{AV}$  in V  
 überlagerte Wechselspannung  $U_{BrSS}$  in V  
 Netzfrequenz  $f_N$  in Hz  
 Frequenz der Brummspannung  $f_{Br}$  in Hz

**Einweggleichrichter  
M1**

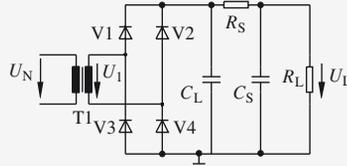


maximale Sperrspannung  $U_{RRM} = 2 \cdot \sqrt{2} \cdot U_{RMS}$   
 periodischer Spitzenstrom  $I_{FRM} \leq \frac{U_{AVL}}{\sqrt{R_i \cdot R_L}}$   
 Einschaltspitzenstrom  $I_{FRME} \leq \frac{U_{S1}}{R_i}$   
 Brummspannung (Spitze-Spitze)  $U_{BrSS} = 14 \cdot 10^{-3} \text{ s} \cdot \frac{I_L}{C_L}$   
 Ladecondensator  $C_L$  in F

**Brückengleichrichter  
B2**



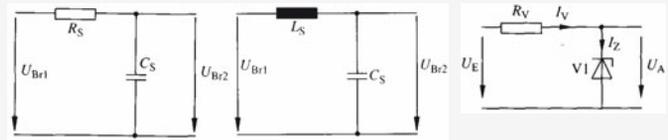
- maximale Sperrspannung  $U_{RRM} = \sqrt{2} \cdot U_{RMS}$
- periodischer Spitzenstrom  $I_{FRM} \leq \frac{U_{AVL}}{\sqrt{R_i \cdot R_L}}$
- Einschaltspitzenstrom  $I_{FRME} \leq \frac{U_{S1}}{R_i}$
- Brummspannung (Spitze-Spitze)  $U_{BrSS} = 5 \cdot 10^{-3} s \cdot \frac{I_L}{C_L}$
- Ladekondensator  $C_L$  in F



Glättungsfaktor,  
Siebfaktor g

$$g = \frac{U_{Br1}}{U_{Br2}}$$

Glättung der Brumm-  
spannung  $U_{Br}$



RC-Siebglied

$$g = \sqrt{\omega_{Br}^2 \cdot R_S^2 \cdot C_S^2 + 1}$$

$$g \approx \omega_{Br} \cdot R_S \cdot C_S$$

$$\omega_{Br} = 2 \cdot \pi \cdot f_{Br}$$

$$f_{Br} = 2 \cdot f_N$$

LC-Siebglied

$$g = \sqrt{\omega_{Br}^4 \cdot L_S^2 \cdot C_S^2 + 1}$$

$$g \approx \omega_{Br}^2 \cdot L_S \cdot C_S$$

$$\omega_{Br} = 2 \cdot \pi \cdot f_{Br}$$

$$f_{Br} = f_N$$

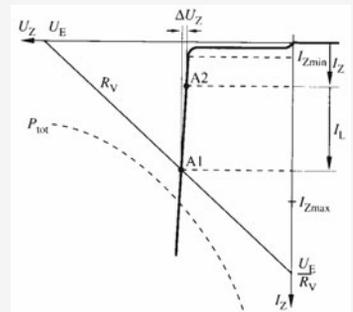
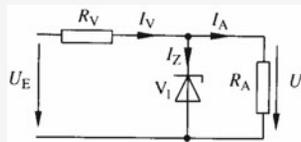
Siebung mit Z-Diode

$$g = 1 + \frac{R_V}{r_Z}$$

- differenzieller Sperrwiderstand  $r_Z$  in  $\Omega$
- Siebwiderstand  $R_S$  in  $\Omega$
- Siebkondensator  $C_S$  in F
- Siebspule  $L_S$  in H

1.4 Spannungs-  
stabilisierung

Z-Diode



$$U_A = U_Z$$

$$U_E \approx 2 \dots 4 \cdot U_A \text{ und } U_{E \min} \approx 1,2 \dots 2 \cdot U_A \text{ (Spannungsschwankung)}$$

$$\text{für } R_A = \infty \Omega \text{ gilt } I_A = 0A \rightarrow I_V = I_Z$$

$$I_{Z \min} \approx 0,1 \cdot I_{Z \max} \text{ und } I_{A \max} \approx 0,9 \cdot I_{Z \max} \text{ (Lastschwankung)}$$

$$\text{für } 0 \leq R_A \leq \infty \Omega \rightarrow I_A > 0A \rightarrow I_V = I_Z + I_A$$

**Vorwiderstand  $R_V$**

$$R_{V \min} \approx \frac{U_{E \max} - U_Z}{I_{Z \max} + I_{A \min}}$$

$$R_{V \max} \approx \frac{U_{E \min} - U_Z}{I_{Z \min} + I_{A \max}}$$

**Spannungsänderung  $\Delta U_Z$**

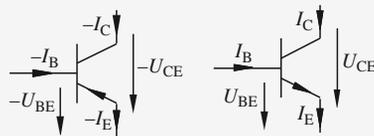
$$\Delta U_Z = r_Z \cdot \Delta I_Z$$

**Stabilisierungsfaktor  $S$**

$$S = \frac{\frac{\Delta U_E}{U_E}}{\frac{\Delta U_A}{U_A}} = \left(1 + \frac{R_V}{r_Z}\right) \cdot \frac{U_A}{U_E}$$

|                   |       |
|-------------------|-------|
| Z-Dioden-Spannung | $U_Z$ |
| Ausgangsspannung  | $U_A$ |
| Eingangsspannung  | $U_E$ |
| Laststrom         | $I_A$ |
| Z-Dioden-Strom    | $I_Z$ |
| Versorgungsstrom  | $I_V$ |
| Lastwiderstand    | $R_A$ |
| Vorwiderstand     | $R_V$ |

## 2 Transistor (Bipolar)



Spannungs- und Strompfeile am pnp- und npn-Transistor

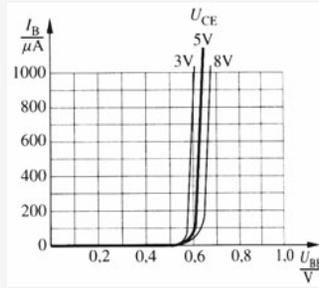
|                            |          |      |
|----------------------------|----------|------|
| Kollektor-Emitter-Spannung | $U_{CE}$ | in V |
| Kollektor-Basis-Spannung   | $U_{CB}$ | in V |
| Basis-Emitter-Spannung     | $U_{BE}$ | in V |
| Basisstrom                 | $I_B$    | in V |
| Kollektorstrom             | $I_C$    | in V |

**Elektronik**

Transistor (Bipolar)

**Eingangskennlinie**

$I_B = f(U_{BE})$



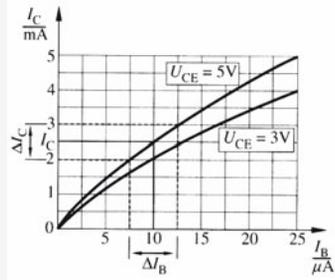
DC-Eingangswiderstand  $R_{BE} = \frac{U_{BEA}}{I_{BA}}$  (Gleichstromwiderstand)

AC-Eingangswiderstand  $r_{BE} = \frac{\Delta U_{BE}}{\Delta I_B}$  (differenzieller Widerstand)

Basisstrom  $I_B$  in A  
 Basis-Emitter-Spannung  $U_{BE}$  in V

**Stromsteuerkennlinie**

$I_C = f(I_B)$



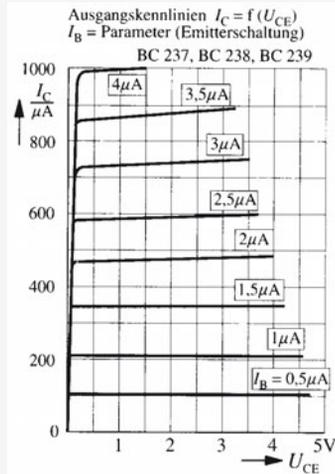
Gleichstromverstärkung  $B = \frac{I_C}{I_B}$

Kleinsignalverstärkung  $\beta = \frac{\Delta I_C}{\Delta I_B}$

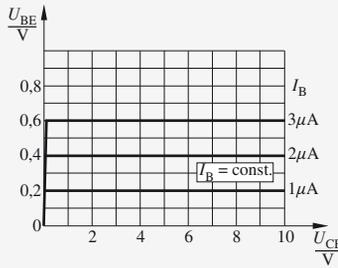
**Ausgangskennlinien**

$I_C = f(U_{CE})$

$I_B = \text{Parameter}$

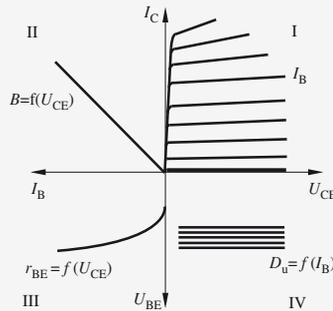


**Spannungsrückwirkung**



$$D_U = \frac{\Delta U_{BE}}{\Delta U_{CE}}$$

**Vier-Quadranten-Kennlinienfeld**



**2.1 Grenz- und Kennwerte**

**Grenzwerte**

- zu hohe Kollektor-Emitter-Spannung  $U_{CE} > U_{CEmax}$
- zu großer Kollektorstrom  $I_C > I_{Cmax}$
- zu große Verlustleistung  $P_V > P_{tot}$
- zu hohe Umgebungstemperatur  $\vartheta_U > \vartheta_{Umax}$
- zu große Basis-Emitter-Spannung  $U_{BE} > U_{BEmax}$
- zu großer Basisstrom  $I_B > I_{Bmax}$

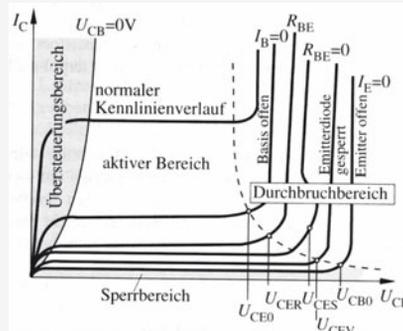
**Gesamtverlustleistung**

$$P_V = U_{CE} \cdot I_C + U_{BE} \cdot I_B \leq P_{tot}$$

$$P_V \approx U_{CE} \cdot I_C \leq P_{tot} \text{ (vereinfacht)}$$

- zulässige Sperrschichttemperatur  $\vartheta_J$
- bei Germanium-Transistoren  $\vartheta_J \approx 90 \text{ }^\circ\text{C}$
- bei Silizium-Transistoren  $\vartheta_J \approx 150 \text{ }^\circ\text{C bis } 200 \text{ }^\circ\text{C}$

**Durchbruchspannungen Restströme**



$$U_{CE0} < U_{CER} < U_{CES} < U_{CEV}$$

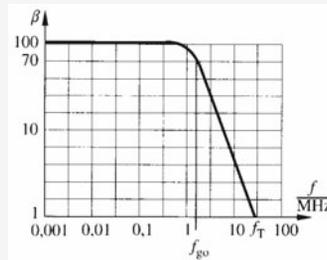
# Elektronik

## Transistor (Bipolar)

### Kenndaten

Sättigungsspannung  $U_{CEsat}$  in V  
 Restströme  $I_{CE0}$  in A

### Frequenzabhängigkeit der Verstärkung



Grenzfrequenz  $f_g$  Verstärkung  $\beta$  um 3 dB gesunken  
 Transitfrequenz  $f_T$  Verstärkung  $\beta$  auf  $\beta = 1$  gesunken

## 2.2 Ersatzschaltbild mit h-Parameter

### Transistor als Vierpol



$$\begin{aligned} u_1 &= h_{11} \cdot i_1 + h_{12} \cdot u_2 & u_{BE} &= h_{11} \cdot i_B + h_{12} \cdot u_{CE} \\ i_2 &= h_{21} \cdot i_1 + h_{22} \cdot u_2 & i_C &= h_{21} \cdot i_B + h_{22} \cdot u_{CE} \end{aligned}$$

allgemein

auf Transistoren angewendet

(Die in den Datenblätter angegebenen h-Parameter gelten immer nur für einen bestimmten Arbeitspunkt, eine bestimmte Temperatur und eine bestimmte Frequenz.)

### Bedeutung der h-Parameter

$$h_{11} = r_{BE} = \frac{\Delta U_{BE}}{\Delta I_B} = \frac{u_{BE}}{i_B} \quad \text{Kurzschluss-Eingangswiderstand in } \Omega$$

für  $U_{CE} = \text{const}$  und  $u_{CE} = 0$

$$h_{12} = D_U = \frac{\Delta U_{BE}}{\Delta U_{CE}} = \frac{u_{BE}}{u_{CE}} \quad \text{Leerlauf-Spannungsrückwirkung (dimensionslos)}$$

für  $I_B = \text{const}$  und  $i_B = 0$

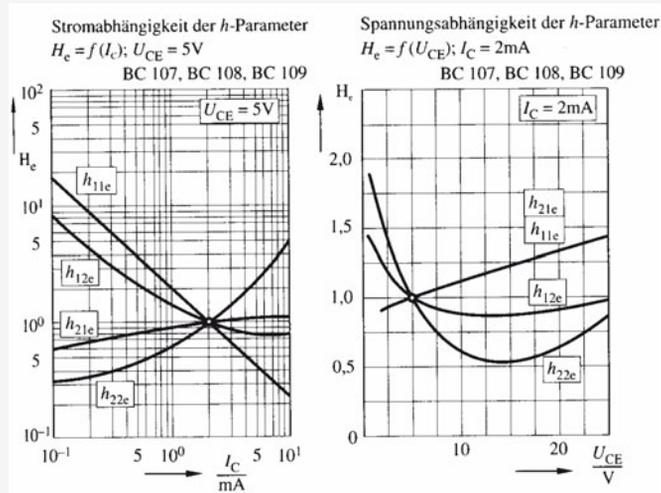
$$h_{21} = \beta = \frac{\Delta I_C}{\Delta I_B} = \frac{i_C}{i_B} \quad \text{Kurzschluss-Stromverstärkung (dimensionslos)}$$

für  $U_{CE} = \text{const}$  und  $u_{CE} = 0$

$$h_{22} = \frac{1}{r_{CE}} = \frac{\Delta I_C}{\Delta U_{CE}} = \frac{i_C}{u_{CE}} \quad \text{Leerlauf-Ausgangsleitwert in } 1/\Omega = S$$

für  $I_B = \text{const}$  und  $i_B = 0$

Umrechnung für andere  
Arbeitspunkte



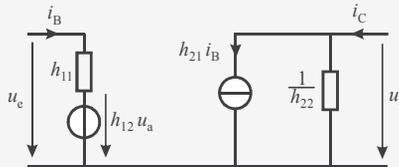
Umgerechnete  $h$ -Parameter

$$h_{neu} = h_{alt} \cdot H_{ei}$$

$$h_{neu} = h_{alt} \cdot H_{eu}$$

$$h_{neu} = h_{alt} \cdot H_{ei} \cdot H_{eu}$$

Wechselstrom-  
Ersatzschaltbild



Emitterschaltung

$$h_{11e} = h_{11} \quad h_{12e} = h_{12} \quad h_{21e} = h_{21} \quad h_{22e} = h_{22}$$

Basisschaltung

$$h_{11b} = \frac{h_{11e}}{\sum h_e} \quad h_{12b} = -\frac{h_{12e} - \Delta h_e}{\sum h_e} \quad h_{21b} = -\frac{h_{21e} + \Delta h_e}{\sum h_e} \quad h_{22b} = \frac{h_{22e}}{\sum h_e}$$

$$\Delta h_e = h_{11e} \cdot h_{22e} - h_{12e} \cdot h_{21e}$$

$$\sum h_e = 1 - h_{12e} + h_{21e} + \Delta h_e$$

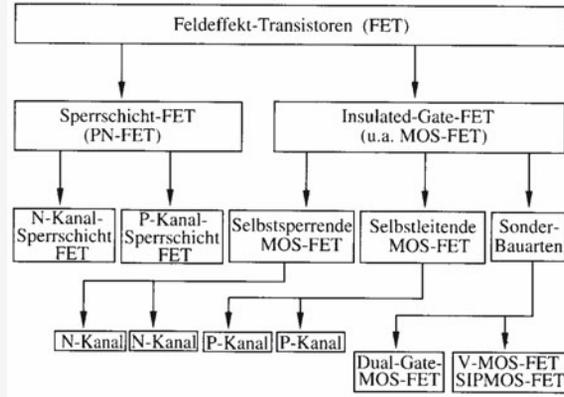
Kollektorschaltung

$$h_{11c} = h_{11e} \quad h_{12c} = -h_{12e} + 1 \quad h_{21c} = -h_{21e} - 1 \quad h_{22c} = h_{22e}$$

**Elektronik**

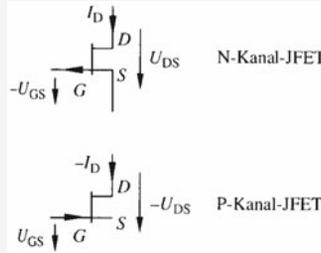
Feldeffekttransistoren (unipolare Transistoren)

**3 Feldeffekttransistoren (unipolare Transistoren)**



**3.1. Sperrschicht-FET (selbstleitend)**

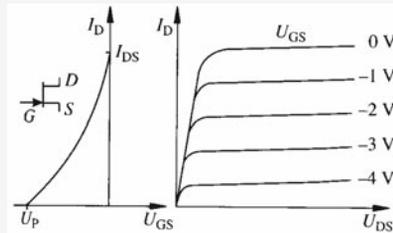
**PN-FET, JFET**



Gate G (Tor)  
 Drain D (Senke)  
 Source S (Quelle)

Gate-Source-Spannung  $U_{GS}$  in V (Steuerspannung)  
 maximale Sättigungsspannung  $U_{DSS}$  in V  
 Drain-Source-Spannung  $U_{DS}$  in V  
 Drainstrom  $I_D$  in A (Arbeitsstrom)  
 maximaler Sättigungsstrom  $I_{DS}$  in A

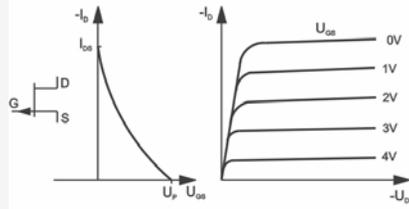
**N-Kanal-JFET**



Steuer- und Ausgangskennlinie

Abschnürspannung  $U_P$  ( $I_D = 0V$ )

**P-Kanal-JFET**



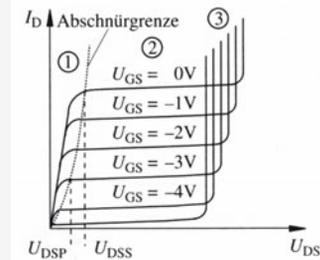
Steuer- und Ausgangskennlinie

Ab schnürspannung  $U_P$  ( $I_D = 0V$ )

**Verwendung**

im ohmschen Bereich als spannungsgesteuerter Widerstand:

$$U_{DS} \leq U_{DSP} = U_{DSS} + U_{GS}$$



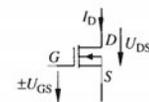
**Kenn- und Grenzwerte**

Elektrische Überlastung tritt auf, wenn

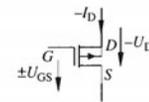
- Drain-Source-Spannung  $U_{DS} > U_{DSmax}$  in V
- Drain-Gate-Spannung  $U_{DG} > U_{DGmax}$  in V
- Drain-Strom  $I_D > I_{Dmax} = I_{DSS}$  in A
- Gate-Strom  $I_G > I_{Gmax}$  in A
- Verlustleistung  $P_V > P_{tot}$  in W
- Sperrschichttemperatur  $\vartheta_J > \vartheta_{Jmax}$  in °C

$$P_V = U_{DS} \cdot I_D \leq P_{tot}$$

**3.2. Insulated-Gate-FET (MOS-FET)**

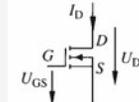


N-Kanal-MOSFET

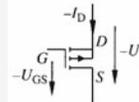


P-Kanal-MOSFET

Normally-On-Typ



N-Kanal-MOSFET

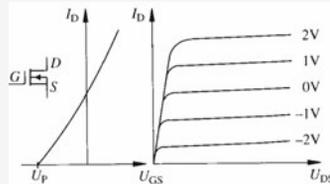


P-Kanal-MOSFET

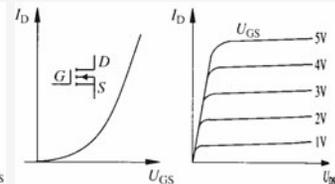
**Selbstleitender IG-FET**

**Selbstsperrender IG-FET**

**N-Kanal-Typ**



Steuer- und Ausgangskennlinie

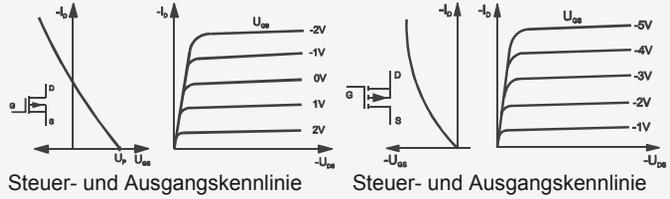


Steuer- und Ausgangskennlinie

# Elektronik

## Feldeffekttransistoren (unipolare Transistoren)

### P-Kanal-Typ



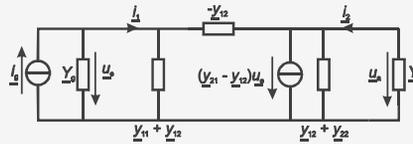
### Kenn- und Grenzwerte

Elektrische Überlastung tritt auf, wenn

- Drain-Source-Spannung  $U_{DS} > U_{DSmax}$  in V
- Drain-Gate-Spannung  $U_{DG} > U_{DGmax}$  in V
- Drain-Strom  $I_D > I_{Dmax} = I_{DSS}$  in A
- Gate-Strom  $I_G > I_{Gmax}$  in A
- Verlustleistung  $P_V > P_{tot}$  in W
- Sperrschichttemperatur  $\vartheta_J > \vartheta_{Jmax}$  in °C

$$P_V = U_{DS} \cdot I_D \leq P_{tot}$$

### 3.3. Ersatzschaltbild mit y-Parameter



Vierpolgleichungen

$$\begin{aligned} I_1 &= y_{11} \cdot U_e + y_{12} \cdot U_a \\ I_2 &= y_{21} \cdot U_e + y_{22} \cdot U_a \end{aligned}$$

### Vorwärtssteilheit

AC-Ersatzschaltbild

Steilheit der Kennlinie um den Arbeitspunkt

### Ausgangsleitwert

$$y_{21} = \frac{\Delta I_D}{\Delta U_{GS}} \quad \text{bei } U_{DS} = \text{const.}$$

Steilheit der Ausgangskennlinie um den Arbeitspunkt

$$y_{22} = \frac{\Delta I_D}{\Delta U_{DS}} = \frac{1}{r_{DS}} \quad \text{für } U_{GS} = \text{const.}$$

### Betriebsgrößen des Vierpoles

differenzieller Ausgangswiderstand  $r_{DS}$  in  $\Omega$

Spannungsverstärkung  $V_u = \frac{U_a}{U_e} = -\frac{y_{21}}{y_{22} + Y_L}$

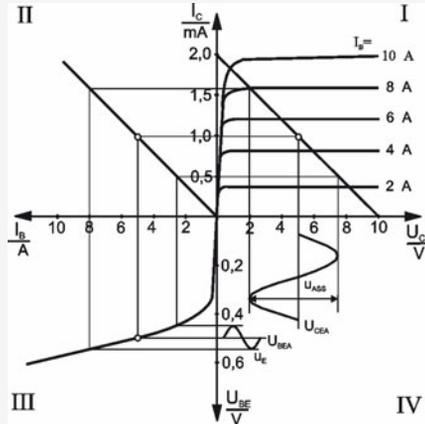
Stromverstärkung  $V_i = \frac{I_2}{I_1} = \frac{y_{21} \cdot Y_L}{y_{11} \cdot (y_{22} + Y_L) - y_{12} \cdot y_{21}}$

Eingangsleitwert  $y_i = y_{11} + \frac{y_{12} \cdot y_{21}}{y_{22} + Y_L} = y_{11} + y_{12} \cdot V_u$

Ausgangsleitwert  $y_o = \frac{I_2}{U_1} = y_{22} - \frac{y_{12} \cdot y_{21}}{y_{11} + Y_g}$

## 4 Bipolar-Transistor als Verstärker

### Verstärkerwirkung



Bipolarer Transistor im Vier-Quadranten-Kennfeld

Wechselspannung (Signal, AC) wird einer **Gleichspannung (DC)** überlagert:

Kollektorwiderstand  $R_C$  ( $\rightarrow$  Arbeitsgerade)

Verlauf von  $U_{CE} = U_B$  nach  $I_C = \frac{U_B}{R_C}$

$U_{CEA} = \frac{U_B}{2}$  (Arbeitspunkt AP)

Damit ergeben sich:  $I_{CA}$ ,  $I_{BA}$ ,  $U_{BEA}$  als Gleichstromwerte.

Amplituden des Signals laufen um diese Werte an der Arbeitsgeraden entlang.

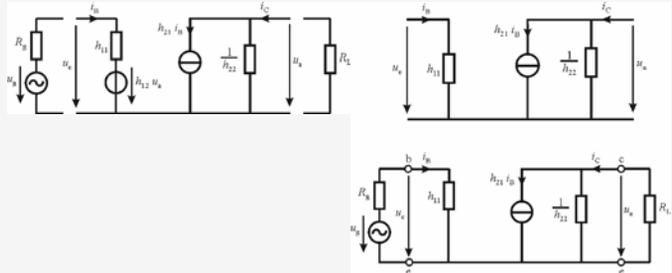
|                                  |               |             |
|----------------------------------|---------------|-------------|
| Versorgungsspannung              | $U_B, V_{CC}$ | in V        |
| Kollektorwiderstand              | $R_C$         | in $\Omega$ |
| Kollektor-Emitter-Spannung       | $U_{CE}$      | in V        |
| Kollektor-Emitter-Spannung im AP | $U_{CEA}$     | in V        |
| Kollektorstrom                   | $I_C$         | in A        |
| Kollektorstrom im AP             | $I_{CA}$      | in A        |
| Basisstrom                       | $I_B$         | in A        |
| Basisstrom im AP                 | $I_{BA}$      | in A        |
| Basis-Emitter-Spannung           | $U_{BE}$      | in V        |
| Basis-Emitter-Spannung im AP     | $U_{BEA}$     | in V        |
| Eingangsspannung                 | $U_e$         | in V        |
| Ausgangsspannung                 | $U_a$         | in V        |

# Elektronik

## Bipolar-Transistor als Verstärker

### 4.1 Grundschaltungen des bipolaren Transistors

Betriebsgrößen laut Vierpol-Ersatzschaltbild



mit Spannungsrückwirkung

ohne Spannungsrückwirkung

Stromverstärkung  $V_i = \frac{i_C}{i_B} = \frac{h_{21}}{1 + h_{22} \cdot R_L} < \beta$

Spannungsverstärkung  $V_u = \frac{u_a}{u_e} = \frac{h_{21} \cdot R_L}{\Delta h \cdot R_L + h_{11}}$

mit  $\Delta h = h_{11} \cdot h_{22} - h_{12} \cdot h_{21}$

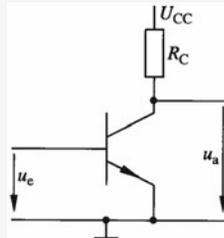
Leistungsverstärkung  $V_p = \frac{h_{21}^2 \cdot R_L}{(1 + h_{22} \cdot R_L) \cdot (h_{11} + \Delta h \cdot R_L)} = V_u \cdot V_i$

Eingangswiderstand  $r_e = \frac{\Delta h \cdot R_L + h_{11}}{1 + h_{22} \cdot R_L}$

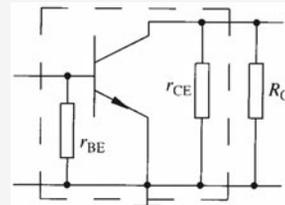
Ausgangswiderstand  $r_a = \frac{u_a}{i_C} = \frac{h_{11} + R_g}{\Delta h + h_{22} \cdot R_g}$

- Wechselstromeingangswiderstand  $r_e$  in  $\Omega$
- Wechselstromausgangswiderstand  $r_a$  in  $\Omega$
- Spannungsverstärkung  $V_u$  (ohne Einheit)
- Stromverstärkung  $V_i$  (ohne Einheit)
- Leistungsverstärkung  $V_p$  (ohne Einheit)
- Phasendrehung des Signals  $\varphi$  in Grad
- Grenzfrequenz der Schaltung  $f_g$  in Hz

### Emitterschaltung



Emitter-Grundschaltung



AC-Ersatzschaltbild

Wechselstromeingangswiderstand  $r_{eE} = r_{BE} = h_{11e}$

Wechselstromausgangswiderstand  $r_{aE} = r_{CE} \parallel R_C = \frac{r_{CE} \cdot R_C}{r_{CE} + R_C}$

Spannungsverstärkung  $V_{uE} = \frac{\beta}{r_{BE}} \cdot r_{CE} \parallel R_C = \frac{\beta \cdot R_C \cdot r_{CE}}{r_{BE} \cdot (R_C + r_{CE})}$

### Kollektorschaltung

Stromverstärkung

$$V_{IE} = \beta \cdot \frac{r_{CE}}{R_C + r_{CE}}$$

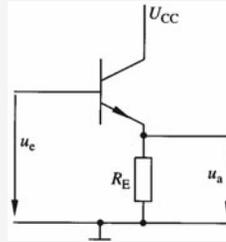
Leistungsverstärkung

$$V_{PE} = \beta^2 \cdot \frac{r_{CE}^2 \cdot R_C}{(R_C + r_{CE})^2 \cdot r_{BE}}$$

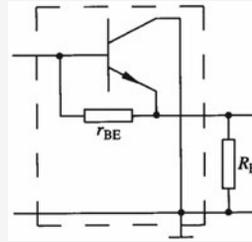
maximale Leistungsverstärkung  $V_{Pmax}$  bei Leistungsanpassung, also  $R_C = r_{CE}$

Phasendrehung des Signals

$$\varphi = 180^\circ$$



Kollektor-Grundschialtung



AC-Ersatzschaltbild

Wechselstromeingangswiderstand

$$r_{eC} = r_{eE} + \beta \cdot R_E$$

Wechselstromausgangswiderstand

$$r_{aC} = R_E \parallel \frac{r_{BE} + R_g}{\beta}$$

Spannungsverstärkung

$$V_{UC} \approx 1$$

Stromverstärkung

$$V_{IC} = (\beta + 1) \cdot \frac{r_{CE}}{(R_E + r_{CE})}$$

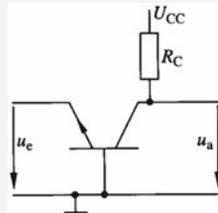
Leistungsverstärkung

$$V_{PC} \approx V_{IE}$$

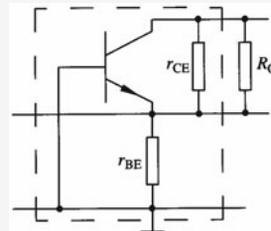
Phasendrehung des Signals

$$\varphi = 0^\circ$$

### Basisschialtung



Basis-Grundschialtung



AC-Ersatzschaltbild

Wechselstromeingangswiderstand

$$r_{eB} = \frac{r_{eE}}{\beta}$$

Wechselstromausgangswiderstand

$$r_{aB} = R_C \parallel r_{CE} \cdot (1 + \beta \cdot \frac{R_g}{r_{BE}})$$

Spannungsverstärkung

$$V_B = V_{UE} - 1$$

Stromverstärkung

$$V_{IB} \approx 1$$

Leistungsverstärkung

$$V_{PB} \approx V_{UB}$$

Obere Grenzfrequenz

$$f_\alpha \approx \beta \cdot f_g$$

Phasendrehung des Signals

$$\varphi = 0^\circ$$

**Elektronik**

Bipolar-Transistor als Verstärker

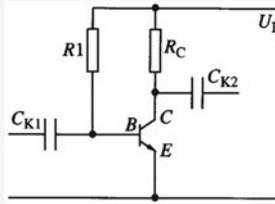
**4.2 Arbeitspunkteinstellung, -stabilisierung**

**Arbeitspunkt AP**

$$R_C = \frac{U_B - U_{CEA}}{I_{CA}} \text{ und } I_{BA} = \frac{I_{CA}}{B}$$

Arbeitspunkt AP (festgelegt durch  $U_{CEA}$  und  $I_{CA}$ )  
 Gleichspannungsverstärkung  $B$   
 Kollektor-Emitter-Spannung im AP  $U_{CEA}$   
 Kollektorstrom im AP  $I_{CA}$   
 Basisstrom im AP  $I_{BA}$   
 Erforderlicher Kollektorwiderstand  $R_C$   
 Betriebsspannung  $U_B$

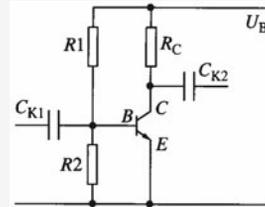
**Einstellung**



Basisvorwiderstand

$$R_1 = \frac{U_B - U_{BEA}}{I_{BA}}$$

Basisvorwiderstand  $R_1$   
 Basis-Emitter-Spannung im AP  $U_{BEA}$



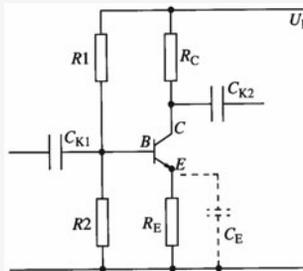
Basisspannungsteiler

$$I_q = (2 \dots 10) \cdot I_{BA} \text{ (Richtwert)}$$

$$R_1 = \frac{U_B - U_{BEA}}{I_q + I_{BA}} \quad R_2 = \frac{U_{BEA}}{I_q}$$

Teilerwiderstände  $R_1, R_2$   
 Querstrom  $I_q$   
 Basis-Emitter-Spannung im AP  $U_{BEA}$

**Stabilisierung durch Gegenkopplung**



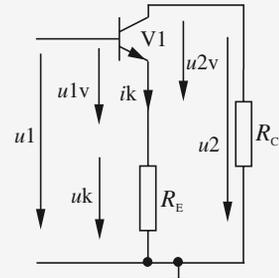
Strom-Spannungs-Kopplung

$$U_{RE} \approx (0,1 \dots 0,2) \cdot U_B \text{ (Richtwert)}$$

$$R_1 = \frac{U_B - (U_{BEA} + U_{RE})}{I_q + I_{BA}}$$

Emitterwiderstand

Spannung am Emitterwiderstand  $U_{RE}$

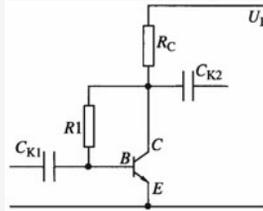


Regelkreis

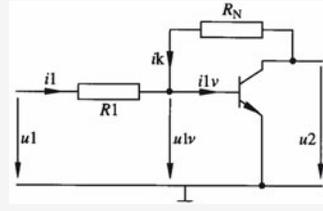
(Richtwert)

$$R_2 = \frac{U_{BEA} + U_{RE}}{I_q}$$

$R_E$



Spannungs-Strom-Kopplung



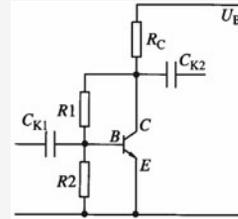
Regelkreis

$\frac{R_C}{R_1} \gg 1$  gute Stabilisierung

$$R_C = \frac{U_B - U_{CEA}}{I_{CA} + I_{BA}} \quad R_1 = \frac{U_{CEA} - U_{BEA}}{I_{BA}}$$

$$R_C = \frac{U_B - U_{CEA}}{I_{CA} + I_{BA} + I_q}$$

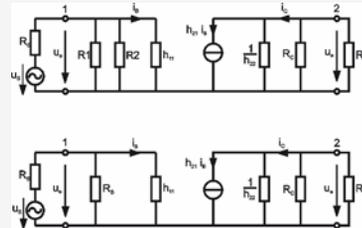
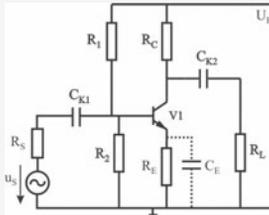
$$R_1 = \frac{U_{CEA} - U_{BEA}}{I_{BA} + I_q} \quad R_2 = \frac{U_{BEA}}{I_q}$$



mit Basisspannteiler

### 4.3 Dimensionierung von Schaltungen

#### Emitterschaltung mit CE



AC-Ersatzschaltbild mit CE

$$R_{ein} = R_1 \parallel R_2 \parallel h_{11} = R_B \parallel r_{BE}$$

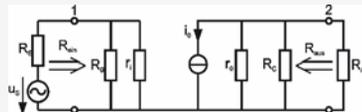
$$R_{aus} = R_C \parallel \frac{1}{h_{22}} = R_C \parallel r_{CE}$$

Ausgangswiderstand  $R_{aus}$   
Eingangswiderstand  $R_{ein}$

mit  $R_L = R_C \parallel R_A$

$$R_g = R_1 \parallel R_2 \parallel R_S$$

$$u_g = u_S \cdot \frac{R_1 \parallel R_2}{R_S + R_1 \parallel R_2}$$



AC-Ersatzschaltung (vollständig)

**Elektronik**

Bipolar-Transistor als Verstärker

gilt  $V_u = \frac{\beta}{r_{BE}} \cdot (r_{CE} // R_L)$

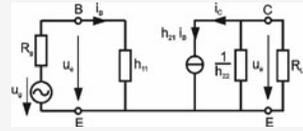
$V_i = \beta \cdot \frac{r_{CE}}{R_L + r_{CE}}$

$V_P = V_U^2 \cdot \frac{R_B \cdot r_{eE}}{R_{aus} \cdot (R_B + r_{eE})}$

$C_{K1} = C_{K2} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f_u \cdot (R_{aus} + R_{ein})}$

$C_E = \frac{R_g + r_{BE} + \beta \cdot R_E}{2 \cdot \pi \cdot f_u \cdot R_E \cdot (R_g + r_{BE})}$

|                              |                  |
|------------------------------|------------------|
| Spannungsverstärkung         | $V_u$            |
| Stromverstärkung             | $V_i$            |
| Leistungsverstärkung         | $V_P$            |
| Innenwiderstand Signalquelle | $R_S$            |
| Innenwiderstand Ersatzquelle | $R_g$            |
| Signalspannung               | $u_S$            |
| Signalspannung Ersatzquelle  | $u_g$            |
| Lastwiderstand               | $R_L$            |
| Ersatzwiderstand             | $R_B$            |
| Koppelkondensatoren          | $C_{K1}, C_{K2}$ |
| Emitterkondensator           | $C_E$            |



AC-Ersatzschaltung

ohne  $C_E$

$V_u' = \frac{h_{21e} \cdot R_L}{[h_{11e} + (h_{21e} + 1) \cdot R_E]}$

$V_u' < V_u$

$V_u' \approx -\frac{R_L}{R_E}$  wenn  $R_E \gg \frac{r_{BE}}{\beta}$

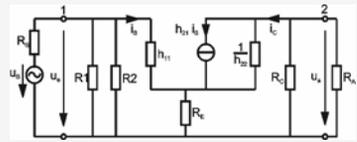
$R_{ein}' = R_B // [h_{11e} + (h_{21e} + 1) \cdot R_E]$

$R_{aus}' \approx r_{CE} \cdot \left[ 1 + \frac{h_{21e} \cdot R_E}{(h_{11e} + R_E + R_S)} \right]$

$R_{ein}' > R_{ein}$

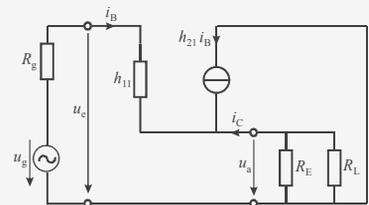
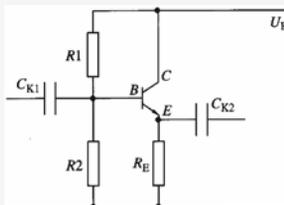
$R_{aus}' > R_{aus}$

|                      |            |
|----------------------|------------|
| Spannungsverstärkung | $V_u'$     |
| Eingangswiderstand   | $R_{ein}'$ |
| Ausgangswiderstand   | $R_{aus}'$ |



AC-Ersatzschaltung ohne  $C_E$

**Kollektorschaltung**



$$R_g = R_1 // R_2 // R_S \rightarrow u_g = u_S \cdot \frac{R_1 // R_2}{R_S + R_1 // R_2}$$

$$\text{für } r_{CE} \gg R_E // R_L \text{ gilt } R_{\text{ein}} \approx \left[ r_{BE} + \beta \cdot \frac{R_E \cdot R_L}{(R_E + R_L)} \right]$$

$$R_{\text{aus}} = R_E // \frac{r_{BE} + R_g}{\beta}$$

$$V_u \approx \frac{1}{1 + \left( \frac{r_{BE}}{\beta} \right) \cdot \frac{1}{R_E // R_L // r_{BE}}} < 1$$

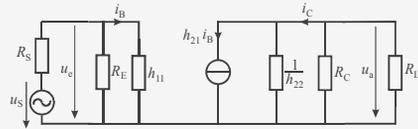
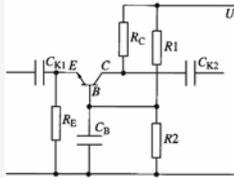
$$V_i = \beta + 1 \approx \frac{\beta}{1 + \frac{R_E // R_L}{r_{CE}}} \approx \beta$$

$$V_P \approx V_i \approx \beta$$

$$R_{\text{ein}} \gg R_{\text{aus}} \quad (\text{Impedanzwandler})$$

|                       |                  |
|-----------------------|------------------|
| Signalquelle          | $u_S$            |
| Innenwiderstand       | $R_S$            |
| AC-Eingangswiderstand | $R_{\text{ein}}$ |
| AC-Ausgangswiderstand | $R_{\text{aus}}$ |
| Spannungsverstärkung  | $V_u$            |
| Stromverstärkung      | $V_i$            |
| Leistungsverstärkung  | $V_P$            |

Basisschaltung



$$R_{\text{ein}} = \frac{u_1}{i_1} = \frac{R_E \cdot r_{BE}}{r_{BE} + (\beta + 1) \cdot R_E}$$

$$R_{\text{aus}} \approx \frac{r_{BE} + (\beta + 1) \cdot R_S}{r_{CE} \cdot R_S} // R_C \approx R_C$$

$$\text{für } r_{CE} \gg R_C \text{ gilt } V_u \approx \frac{\beta \cdot R_C}{r_{BE}}$$

$$V_i = \frac{\beta}{\beta + 1} \approx 1$$

$$V_P \approx V_u \approx \frac{\beta \cdot R_C}{r_{BE}}$$

$$f_{go} = \beta \cdot f_{go\text{Emitter}}$$

|                       |                  |
|-----------------------|------------------|
| Signalquelle          | $u_S$            |
| Innenwiderstand       | $R_S$            |
| AC-Eingangswiderstand | $R_{\text{ein}}$ |
| AC-Ausgangswiderstand | $R_{\text{aus}}$ |

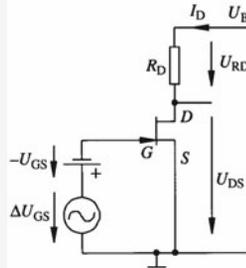
# Elektronik

## FET-Transistor als Verstärker

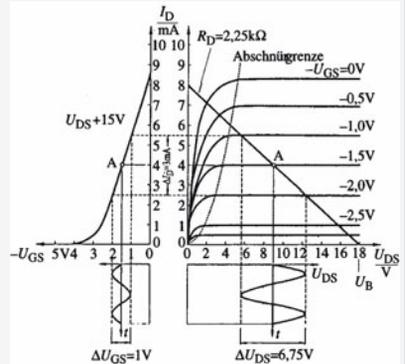
|                      |          |
|----------------------|----------|
| obere Grenzfrequenz  | $f_{go}$ |
| Spannungsverstärkung | $V_u$    |
| Stromverstärkung     | $V_i$    |
| Leistungsverstärkung | $V_p$    |

## 5 FET-Transistor als Verstärker

### Verstärkerwirkung



Principalschaltung eines Verstärkers mit J-FET



Verstärkungsvorgang beim J-FET

Wechselspannung (Signal, AC) wird einer **Gleichspannung (DC)** überlagert:

Drainwiderstand  $R_D$  ( $\rightarrow$  Arbeitsgerade)

Verlauf von  $U_{DS} = U_B$  nach  $I_D = \frac{U_B}{R_D}$

$U_{DSA} = \frac{U_B}{2}$  (Arbeitspunkt AP)

Damit ergeben sich:  $I_{DA}$ ,  $U_{GS}$  als Gleichstromwerte.

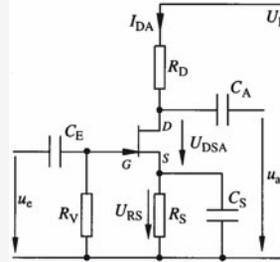
Amplituden des Signals laufen um diese Werte an der Arbeitsgeraden entlang.

|                             |               |             |
|-----------------------------|---------------|-------------|
| Versorgungsspannung         | $U_B, V_{CC}$ | in V        |
| Drainwiderstand             | $R_D$         | in $\Omega$ |
| Darin-Source-Spannung       | $U_{DS}$      | in V        |
| Darin-Source-Spannung im AP | $U_{DSA}$     | in V        |
| Drainstrom                  | $I_D$         | in A        |
| Drainstrom im AP            | $I_{DA}$      | in A        |
| Gate-Source-Spannung        | $U_{GS}$      | in V        |
| Gate-Source-Spannung im AP  | $U_{GSA}$     | in V        |
| Eingangsspannung            | $U_e$         | in V        |
| Ausgangsspannung            | $U_a$         | in V        |

5.1 Arbeitspunkt-einstellung und -stabilisierung

Automatische Gate-Source-Spannung (J-FET und Normally-On-FET)

$$U_{RS} = -U_{GS} = I_{DA} \cdot R_S$$



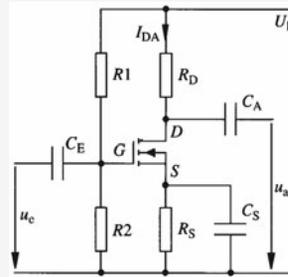
Vorspannung (Normally-Off-FET)

Für  $I_G \approx 0A$  gilt:

$$I_D = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot U_B - U_{GS}$$

$$R_S = \frac{U_{GSA+} - U_{GSA-}}{I_{DA+} - I_{DA-}}$$

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{U_B}{I_{SDA} \cdot R_S + U_{GSA}} - 1$$

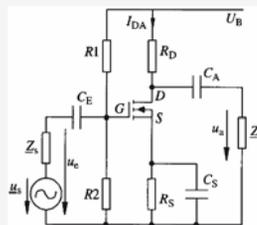


Sourcewiderstand  
Vorwiderstand  
Teilerwiderstände  
maximale, minimale Eingangsspannung  
maximaler, minimaler Ruhestrom

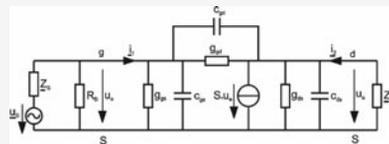
$R_S$   
 $R_V$   
 $R_1, R_2$   
 $U_{GSA+}, U_{GSA-}$   
 $I_{DA+}, I_{DA-}$

5.2 Dimensionierung von Schaltungen

Sourceschaltung



mit Spannungsteiler



Ersatzschaltbild für HF

mit  $R_B = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$  und  $Z_L = \frac{Z_A \cdot R_D}{Z_A + R_D}$  gilt

Spannungsverstärkung  $V_u = -\frac{S + g_{gs}}{S + g_{ds} + g_{gs} + G_L}$  (für HF)

Spannungsverstärkung  $V_u = -\frac{S}{g_{ds} + G_L} \approx -S \cdot R_L$  (für NF)

**Elektronik**  
FET-Transistor als Verstärker

Stromverstärkung  $V_i = \frac{S \cdot G_L}{g_{gs} \cdot (g_{ds} + G_L)}$  (für HF)

Stromverstärkung  $V_i \approx \frac{S}{g_{gs}}$  (für NF)

Eingangsleitwert  $y_i = g_{gs} + g_{gd} + j\omega C_{iss} - V_u \cdot (g_{gd} + j\omega C_{iss})$  (für HF)

Eingangsleitwert  $y_i \approx g_{gs}$  (für NF)

Ausgangsleitwert  $y_a = g_{ds} + j\omega C_{oss} + \frac{j\omega C_{riss} \cdot (S - j\omega C_{riss})}{g_{gs} + j\omega C_{iss} + Y_g}$  (für HF)

Ausgangsleitwert  $y_a \approx g_{ds}$  (für NF)

obere Grenzfrequenz  $f_o = \frac{g_{gs} + G_g + g_{gd} \cdot (1 - V_u)}{2\pi \cdot [C_{gs} + C_{gd} \cdot (1 - V_u)]}$

Koppelkondensatoren  $C_E = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f_u \cdot (R_B + Z_S)}$

$C_A = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f_u \cdot (R_D + Z_A)}$

Wesentlicher Merkmal im NF-Betrieb:

AC-Eingangswiderstand  $R_{ein} \approx \frac{R_V \cdot r_{gs}}{R_V + r_{gs}}$  bzw.  $R_{ein} \approx \frac{R_B \cdot r_{gs}}{R_B + r_{gs}}$

AC-Ausgangswiderstand  $R_{aus} \approx \frac{R_D \cdot r_{ds}}{R_D + r_{ds}}$

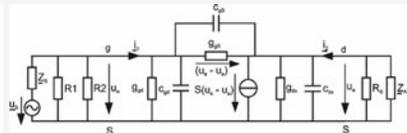
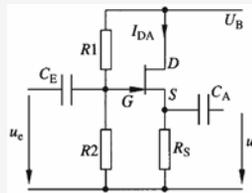
Rückwirkungsleitwert  $g_{gd}$

Kanalwiderstand  $r_{ds} = 1/g_{ds}$

Steilheit  $S$

Koppelkondensatoren  $C_E$  und  $C_A$

**Drainschaltung**



Ersatzschaltbild für HF

mit  $R_B = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$  und  $Z_L = \frac{Z_A \cdot R_D}{Z_A + R_D}$  gilt

Spannungsverstärkung  $V_u = -\frac{S + g_{gs} + j\omega(C_{iss} - C_{riss})}{S + g_{ds} + g_{gs} + j\omega(C_{iss} + C_{oss} - 2C_{riss}) + Y_L}$  (HF)

Spannungsverstärkung  $V_u = \frac{S + g_{gs}}{S + g_{ds} + g_{gs} + G_L}$  (für NF)

Stromverstärkung  $V_i = \frac{S \cdot G_L}{g_{gs} \cdot (g_{ds} + G_L)}$  (für HF)

Stromverstärkung  $V_i \approx \frac{S}{g_{gs}}$  (für NF)

Eingangsleitwert  $y_i = g_{gs} + g_{gd} + j\omega C_{iss} - V_u \cdot (g_{gd} + j\omega C_{iss})$  (für HF)

Eingangsleitwert  $y_i = g_{gs} + g_{gd} - \frac{g_{gs}(S + g_{gs})}{S + g_{gs} + g_{ds} + G_L} \approx \frac{g_{gs} \cdot G_L}{S + G_L}$  (für NF)

Ausgangsleitwert  $y_a = S + g_{ds} + \frac{g_{gs}(G_g - S)}{g_{gs} + G_g}$  (für NF)

Wesentlicher Merkmal im NF-Betrieb:

AC-Eingangswiderstand

$R_{ein} \approx \frac{R_V \cdot (1 + S \cdot R_S) \cdot r_{gs}}{R_V + (1 + S \cdot R_S) \cdot r_{gs}}$  bzw.  $R_{ein} \approx R_V$

$R_{ein} \approx \frac{R_B \cdot (1 + S \cdot R_S) \cdot r_{gs}}{R_B + (1 + S \cdot R_S) \cdot r_{gs}}$  bzw.  $R_{ein} \approx R_B$

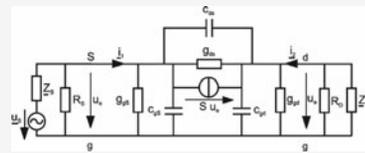
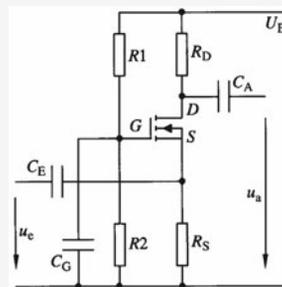
AC-Ausgangswiderstand

$R_{aus} \approx \frac{R_S \cdot \frac{1}{S}}{R_S + \frac{1}{S}}$  bzw.  $R_{aus} \approx \frac{1}{S}$

→ Sourcefolger

- Rückwirkungsleitwert  $g_{gd}$
- Kanalwiderstand  $r_{ds} = 1/g_{ds}$
- Steilheit  $S$
- Generatorleitwert  $G_g$
- Koppelkondensatoren  $C_E$  und  $C_A$

**Gateschaltung**



Ersatzschaltbild für HF

mit  $R_B = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$  und  $Z_L = \frac{Z_A \cdot R_D}{Z_A + R_D}$  gilt

Spannungsverstärkung  $V_u = -\frac{S + g_{gs} + j\omega C_{ds}}{g_{ds} + g_{gd} + j\omega(C_{gd} + C_{ds}) + Y_L}$  (für HF)

Spannungsverstärkung  $V_u = \frac{S + g_{ds}}{g_{ds} + g_{gd} + G_L}$  (für NF)

**6 Mehrstufige Verstärker**

**Kapazitive Kopplung**

Stromverstärkung  $V_i \approx 1$

Eingangsleitwert  $y_i = S + g_{gs} + \frac{g_{ds}(G_L - S + g_{gd})}{g_{ds} + g_{gd} + G_L}$  (für NF)

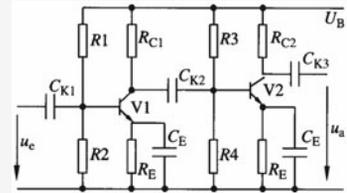
Ausgangsleitwert  $y_a = g_{gd} + \frac{g_{ds}(g_{ds} + G_g)}{S + g_{ds} + g_{gs} + G_g}$  (für NF)

sehr großer Eingangs- und kleiner Ausgangsleitwert bei HF  
→ sehr hohe Grenzfrequenz

$$C_K = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f_{gu} \cdot (R_{aus} + R_{ein})}$$

$$f_{gu}' = f_{gu} \cdot (\sqrt{2})^{n-1}$$

$$B' < B$$

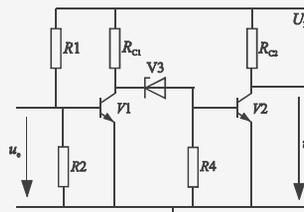
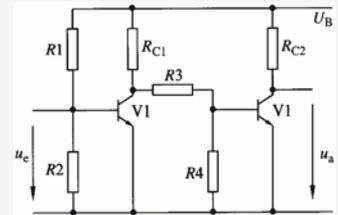


- Koppelkondensator  $C_K$
- Ausgangswiderstand erste Stufe  $R_{aus}$
- Eingangswiderstand zweite Stufe  $R_{ein}$
- Untere Grenzfrequenz  $f_{gu}$
- Untere Grenzfrequenz des mehrstufigen Verstärkers  $f_{gu}'$
- Bandbreite  $B$
- Bandbreite des mehrstufigen Verstärkers  $B'$

**Direkte Kopplung (Potenzialanpassung)**

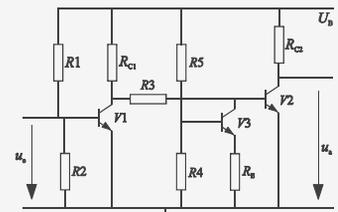
$$\frac{U_{BE2}}{U_{CE1}} \approx \frac{R_4}{R_3 + R_4}$$

$$V_{uges} \approx V_{u1} \cdot \frac{R_4 // r_{BE2}}{R_3 + R_4 // r_{BE2}}$$



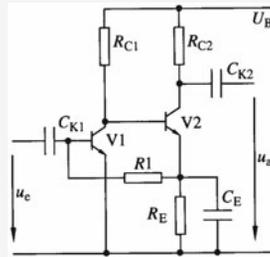
**Verbesserte Schaltung**

- Basis-Emitter-Spannung  $U_{BE}$
- Kollektor-Emitter-Spannung  $U_{CE}$
- Teilerwiderstände  $R_3, R_4$
- Basis-Emitter-Widerstand  $r_{BE}$

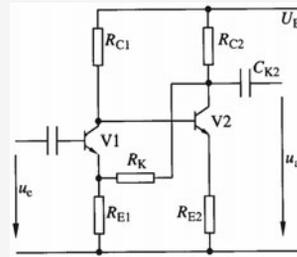


**Anpassung durch Konstantstromquelle**

Direktkopplung  
(mit Gegenkopplung)



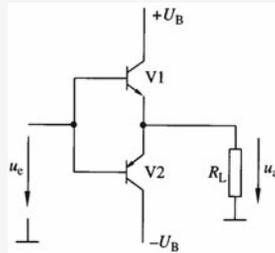
Strom-Strom-Gegenkopplung



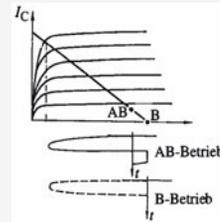
Spannungs-Spannungs-  
Gegenkopplung

7 Endstufen

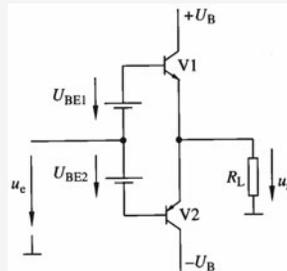
Lage der Arbeitspunkte



Serien-Gegentakt-Verstärker  
(Prinzipschaltung B-Betrieb)



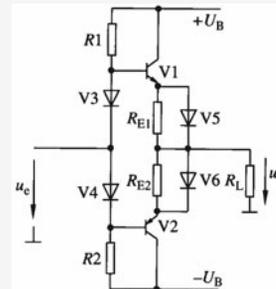
Lage der Arbeitspunkte bei  
B- bzw. AB-Betrieb



Gegentakt-Verstärker  
(Prinzipschaltung AB-Betrieb)

Vorteile:

- kleiner Ruhestrom
- kleine Verlustleistung
- großer Wirkungsgrad  
( $\eta \approx 70\%$ )
- Großer Aussteuerbereich  
( $\approx \pm U_B$ )



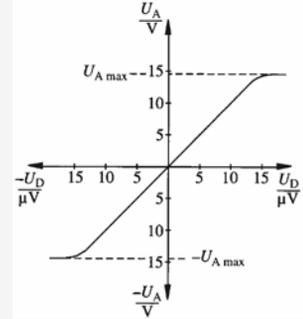
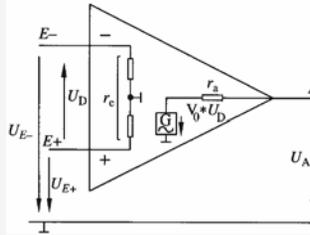
Spannungsteiler mit Dioden

Nachteile:

- Komplementär-Transistoren  
notwendig

8 Operationsverstärker

Grundlagen



Ersatzschaltbild

Übertragungskennlinie

$$U_D = U_{E+} - U_{E-}$$

$$U_A = V_o \cdot U_D \quad V_o|_{dB} = 20 \cdot \lg V_o$$

$$U_{Gl} = \frac{u_{S1} + u_{S2}}{2} \quad V_{GL}|_{dB} = 20 \cdot \lg V_{GL}$$

$$G = \frac{V_o}{V_{Gl}}$$

$$f_T = V_u \cdot f_g$$

$$\text{slew-rate} \quad \left| \frac{\Delta U_A}{\Delta t} \right|_{\max} = 2 \cdot \pi \cdot f_m \cdot U_{Amax}$$

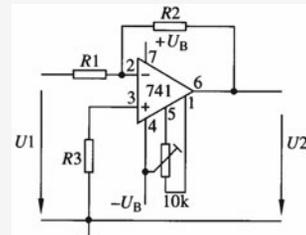
|                               |                       |
|-------------------------------|-----------------------|
| Leerlaufspannungsverstärkung  | $V_o$                 |
| Eingangsspannung              | $U_E$                 |
| Ausgangsspannung              | $U_A$                 |
| maximale Ausgangsspannung     | $U_{Amax}$            |
| Transitfrequenz               | $f_T$                 |
| maximal übertragbare Frequenz | $f_m$                 |
| Grenzfrequenz                 | $f_g$                 |
| Gleichtaktspannung            | $U_{Gl}$              |
| Differenzspannung             | $U_D$                 |
| Gleichtaktunterdrückung       | $G$ (auch $C_{MRR}$ ) |
| Gleichtaktverstärkung         | $V_{GL}$              |

Verstärkerbetrieb (frequenzunabhängige Gegenkopplung)

$$V_u = \frac{V_o}{1 + V_o \cdot \frac{R_1}{R_2}} = \frac{R_2}{R_1}$$

$$V_u = \frac{R_2}{R_1} = \frac{f_T}{f_g} = \frac{U_2}{U_1}$$

$$r_e' = R_1 + \frac{R_2}{1 + V_o}$$



Invertierender OP

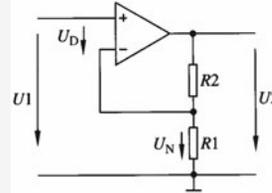
$$r_a' = \frac{r_a}{V_o} + r_a \cdot \frac{V_u}{V_o}$$

$$R_3 = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

$$V_u = 1 + \frac{R_2}{R_1} = \frac{U_2}{U_1}$$

$$r_a' = r_a \cdot \frac{V_u}{V_o}$$

$$r_e' = r_e \cdot \frac{V_o}{V_u}$$

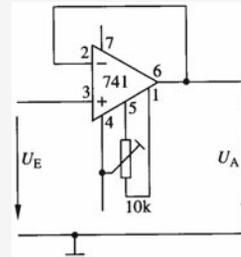


Nichtinvertierender OP

$$V_u = 1$$

$$r_a' = \frac{r_a}{V_o} \rightarrow r_a' \ll r_a$$

$$r_e' = r_e \cdot V_o \rightarrow r_e' \gg r_e$$



Impedanzwandler

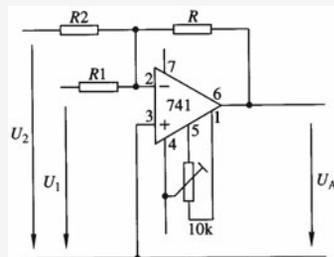
|                                  |        |
|----------------------------------|--------|
| Spannungsverstärkung             | $V_u$  |
| Gegenkopplungswiderstand         | $R_2$  |
| Widerstand                       | $R_1$  |
| Kompensationswiderstand          | $R_3$  |
| Eingangsspannung                 | $U_1$  |
| Ausgangsspannung                 | $U_2$  |
| Eingangswiderstand               | $r_e$  |
| Ausgangswiderstand               | $r_a$  |
| Eingangswiderstand der Schaltung | $r_e'$ |
| Ausgangswiderstand der Schaltung | $r_a'$ |
| Transitfrequenz                  | $f_T$  |
| Grenzfrequenz                    | $f_g$  |

Addierer

$$-U_A = \frac{R}{R_1} \cdot U_1 + \frac{R}{R_2} \cdot U_2$$

$$-U_A = \frac{R}{R_1} \cdot U_1 + \frac{R}{R_2} \cdot U_2 +$$

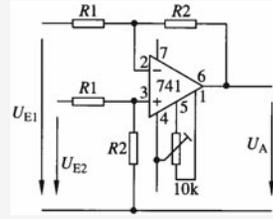
$$+ \dots + \frac{R}{R_n} \cdot U_n$$



**Elektronik**  
Operationsverstärker

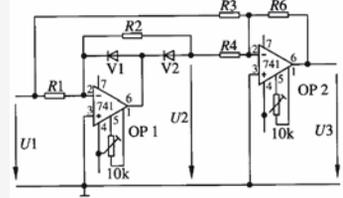
**Subtrahierer**

$$U_A = \frac{R_2}{R_1} \cdot (U_{E2} - U_{E1})$$



**Gleichrichter  
(Zweipulsschaltung)**

Für  $R_1 = R_2 = R_3 = 2 R_4 = R_6 = R$   
 $\rightarrow U_{S3} = U_{S1}$   
 Für  $R_6 \neq R$   
 $\rightarrow U_{S3} = \frac{R_6}{R} \cdot U_{S1}$



Gegenkopplungswiderstand  $R_6$   
 Eingangsspitzenspannung  $U_{S1}$   
 Ausgangsspitzenspannung  $U_{S3}$

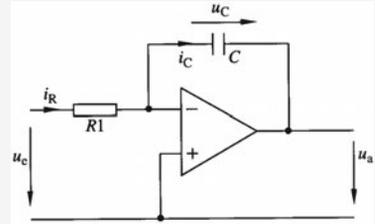
**Integrierer**

Gleichspannung

$$u_a = -u_e \cdot \frac{t}{R_1 \cdot C} + U_{A0}$$

Wechselspannung

$$u_a = \frac{1}{R_1 \cdot C} \cdot \int -u_e(t) \cdot dt + U_{A0}$$

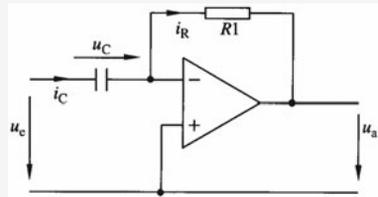


Prinzipschaltung

Eingangsspannung  $u_e$   
 Ausgangsspannung  $u_a$   
 Integrationszeit  $t$   
 Anfangsspannung  $U_{A0}$

**Differenzierer**

$$u_a = -R_1 \cdot C \cdot \frac{du_e}{dt}$$

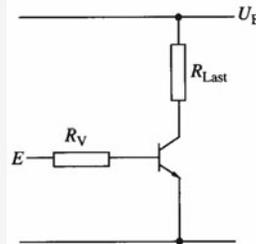


Prinzipschaltung

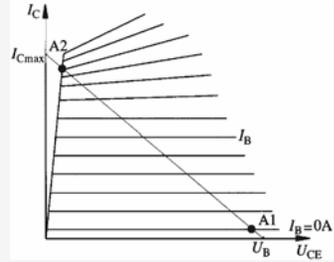
## 9 Elektronische Schalter, Kippstufen

### 9.1 Transistor als Schalter

#### Grundlagen



Transistorschalter



Ausgangskennlinienfeld

$$R_C = R_L = \frac{U_{RC}}{I_{CA}} = \frac{U_B - U_{CEsat}}{I_{CA}} \approx \frac{U_B}{I_{CA}}$$

$$R_V = \frac{U_E - U_{BE}}{I_{BA}} = \frac{U_E - U_{BE}}{I_{BA}'}$$

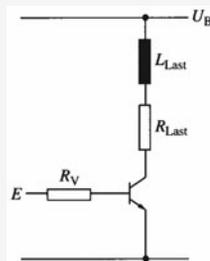
$$I_{BA} = \frac{I_{CA}}{B} \quad I_{BA}' = \ddot{u} \cdot I_{BA}$$

$$P_V = U_{CEsat} \cdot I_{CA} + U_{BE} \cdot I_{BA}' \approx U_{CEsat} \cdot I_{CA} \quad (\text{im leitenden Zustand})$$

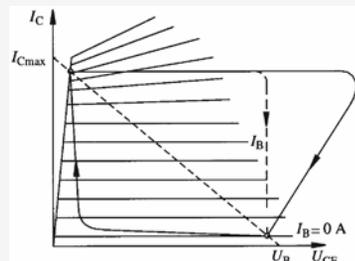
$$P_m = P_V \cdot v = U_{CEsat} \cdot I_{CA} \cdot \frac{t_i}{T}$$

|                                |            |                     |             |
|--------------------------------|------------|---------------------|-------------|
| Lastwiderstand                 | $R_L$      | Sättigungsspannung  | $U_{CEsat}$ |
| Kollektorwiderstand            | $R_C$      | Vorwiderstand,      |             |
| Versorgungsspannung            | $U_B$      | Basisvorwiderstand  | $R_V$       |
| Kollektorstrom im Arbeitspunkt | $I_{CA}$   | Eingangsspannung    | $U_E$       |
| Basisstrom im Arbeitspunkt     | $I_{BA}$   | Basismitterspannung | $U_{BE}$    |
| Übersteuerungsfaktor           | $\ddot{u}$ | Stromverstärkung    | $B$         |
| Basisstrom im AP (übersteuert) | $I_{BA}'$  | Tastverhältnis      | $v$         |
| Verlustleistung                | $P_V$      | Impulsdauer         | $t_i$       |
| mittlere Verlustleistung       | $P_m$      | Pausendauer         | $t_p$       |
|                                |            | Periodendauer       | $T$         |

#### mit induktiv-ohmscher Last



Transistorschalter

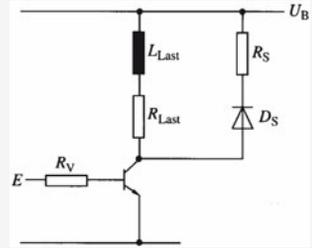


Verlauf Wechsel des AP

**Elektronik**

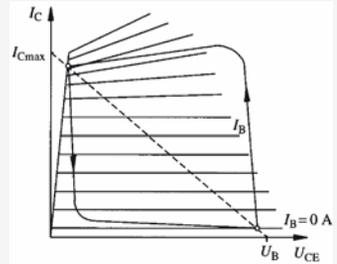
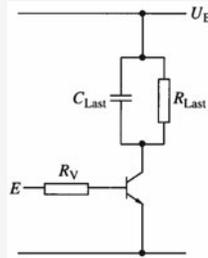
Elektronische Schalter, Kippstufen

Ohmscher Lastanteil  $R_L$   
 Induktiver Lastanteil  $L$   
 Kapazitiver Lastanteil  $C_L$



Schalter mit Freilaufdiode

mit kapazitiver Last



Verlauf Wechsel des AP

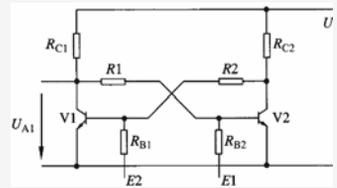
**9.2 Kippaltungen mit Transistoren**

Bistabile Kippstufe

$$R_{C1} = R_{C2} = \frac{U_B - U_{CEsat}}{I_C} \approx \frac{U_B}{I_C}$$

$$R_1 = R_2 = \frac{U_B - U_{BE}}{\ddot{u} \cdot I_B} - R_{C1}$$

$$R_1 = R_2 = \frac{1}{\ddot{u}} \cdot B \cdot R_C$$



Bistabile KS (auch Flip-Flop)

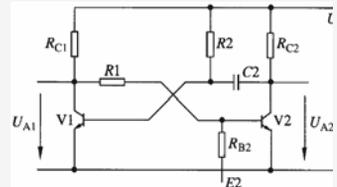
|                      |                  |                                |            |
|----------------------|------------------|--------------------------------|------------|
| Kollektorwiderstand  | $R_{C1}, R_{C2}$ | Kollektorstrom im Arbeitspunkt | $I_C$      |
| Vorwiderstand        | $R_1, R_2$       | Basisstrom im Arbeitspunkt     | $I_B$      |
| Versorgungsspannung  | $U_B$            | Übersteuerungsfaktor           | $\ddot{u}$ |
| Sättigungsspannung   | $U_{CEsat}$      | Eingänge                       | $E1$       |
| Basisemitterspannung | $U_{BE}$         | Stromverstärkung               | $B$        |

Monostabile KS

$$t_i = \ln 2 \cdot R_2 \cdot C_2$$

$$t_{rec} = 5 \cdot R_{C2} \cdot C_2$$

$$T = t_i + t_{rec} = \frac{1}{f}$$



Monostabile KS (Prinzip)

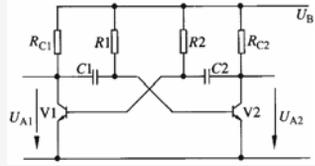
|            |           |                 |       |          |     |
|------------|-----------|-----------------|-------|----------|-----|
| Schaltzeit | $t_i$     | Ladekondensator | $C_2$ | Frequenz | $f$ |
| Erholzeit  | $t_{rec}$ | Periodendauer   | $T$   |          |     |

**Astabile KS**

$$R_{C1} = \frac{U_B - U_{CEsat}}{I_{C1}}$$

$$R_{C2} = \frac{U_B - U_{CEsat}}{I_{C2}}$$

$$R_2 = \frac{U_B - U_{BE}}{\ddot{u} \cdot I_{B1}} = \frac{B \cdot (U_B - U_{BE})}{\ddot{u} \cdot I_{C1}}$$



Astabile KS (Prinzip)

$$R_1 \approx \frac{B}{\ddot{u}} \cdot R_{C2}$$

$$t_i = \ln 2 \cdot R_1 \cdot C_1$$

$$t_i = v \cdot T = \frac{v}{f}$$

$$t_p = T - t_i = \frac{1}{f} - t_i$$

$$t_p = \ln 2 \cdot R_2 \cdot C_2$$

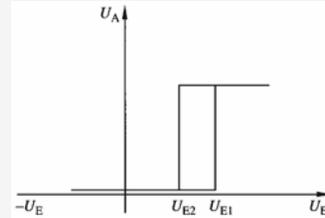
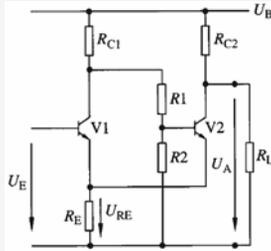
Impulsdauer  $t_i$

Pausendauer  $t_p$

Ladekondensatoren  $C_1, C_2$

Vorwiderstand  $R_1, R_2$

**Schmitt-Trigger**



Schwellenwertschalter

Übertragungskennlinie

Ruhelage 1: V1 gesperrt, V2 leitend

$$U_{E1} = I_{C2} \cdot R_E + U_{BE1}$$

$$I_{C2} = \frac{U_B - U_{CEsat}}{R_{C2} + R_E}$$

$$U_H = U_{E1} - U_{E2}$$

$$U_{A1} = I_{C2} \cdot R_E + U_{CEsat}$$

Ruhelage 2: V1 leitend, V2 gesperrt

$$U_{E2} = I_{C1} \cdot R_E + U_{BE1}$$

$$I_{C1} = \frac{U_B - U_{CEsat}}{R_{C1} + R_E}$$

$$U_A = U_B \text{ (Leerlauf)}$$

$$U_A = U_B \cdot \frac{R_L}{R_L + R_{C2}}$$

(bei Lastbetrieb)

Einschaltswelle  $U_{E1}$

Ausschaltswelle  $U_{E2}$

Kollektorstrom  $I_{C1}, I_{C2}$

Emitterwiderstand  $R_E$

Kollektorwiderstand  $R_{C1}, R_{C2}$

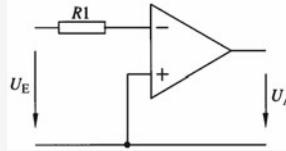
Spannungsteilerwiderstand  $R_1, R_2$

Hysteresespannung  $U_H$

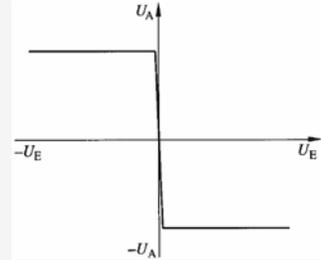
Lastwiderstand  $R_L$

### 9.3 Kippschaltungen mit Operationsverstärker

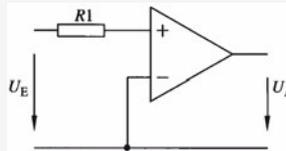
#### Schalter



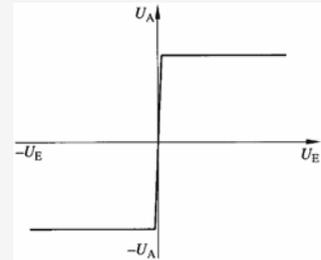
Invertierender Komparator



Übertragungskennlinie

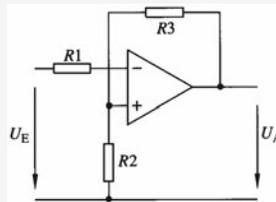


Nichtinvertierender Komparator

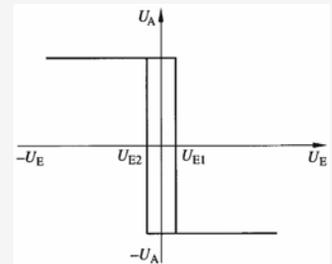


Übertragungskennlinie

#### Trigger



Komparator mit Hysterese

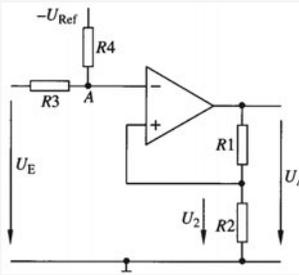


Übertragungskennlinie

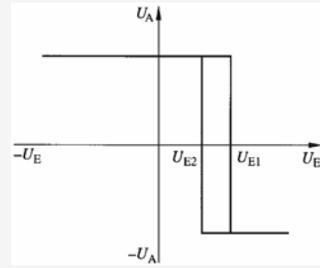
$$|U_{E1}| = |U_{E2}| = |U_A| \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_3} \quad \text{mit } U_A \approx U_B$$

$$U_H = 2 \cdot U_A \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_3}$$

|                           |       |                     |                  |
|---------------------------|-------|---------------------|------------------|
| Mitkopplungswiderstand    | $R_2$ | Eingangsspannung    | $U_E$            |
| Spannungsteilerwiderstand | $R_3$ | Ausgangsspannung    | $U_A$            |
| Vorwiderstand             | $R_1$ | Versorgungsspannung | $U_B$            |
| Hysteresespannung         | $U_H$ | Schaltswellen       | $U_{E1}, U_{E2}$ |



Komparator mit Hysterese und einstellbarer Schaltschwelle



Übertragungskennlinie

$$|U_{E1}| = |U_{E2}| = |U_A| \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_1} + U_{Ref}$$

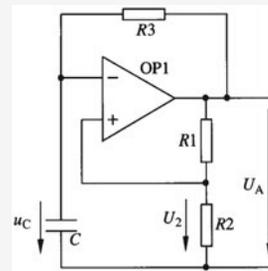
Mitkopplungswiderstand  $R_2$   
Spannungsteilerwiderstand  $R_1$

Vorwiderstand  $R_3$   
Referenzspannung  $U_{Ref}$

**Astable KS  
(Rechteckspannungsgenerator)**

$$t_i = R_3 \cdot C \cdot \ln\left(1 + 2 \cdot \frac{R_2}{R_1}\right)$$

$$T = 2 \cdot R_3 \cdot C \cdot \ln\left(1 + 2 \cdot \frac{R_2}{R_1}\right)$$

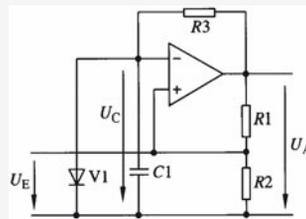


Astable Kippstufe mit OP

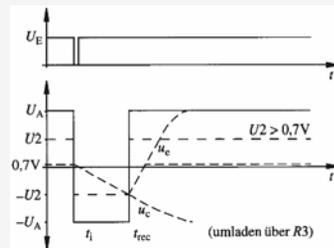
Impulsdauer  $t_i$   
Ladewiderstand  $R_3$   
Ladekondensator  $C$

Periodendauer  $T$   
Ausgangsspannung  $U_A$   
Mitkopplungsspannung  $U_2$

**Monostabile KS  
(Timer)**



Monostabile Kippstufe mit OP



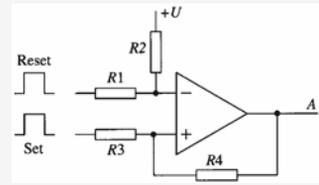
Linendiagramm

$$t_i \approx R_3 \cdot C_1 \cdot \ln\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)$$

für  $U_A \gg 0,7V$

Richtung der Diode ist für Polarität der Ein- und Ausgangsspannung maßgebend.

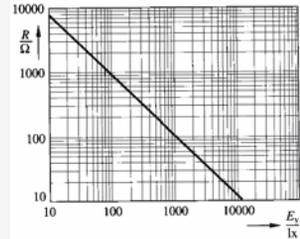
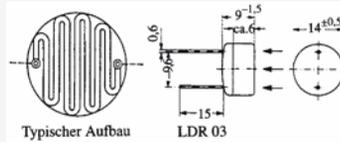
Bistabile KS



Bistabile Kippstufe mit OP

10 Optoelektronik

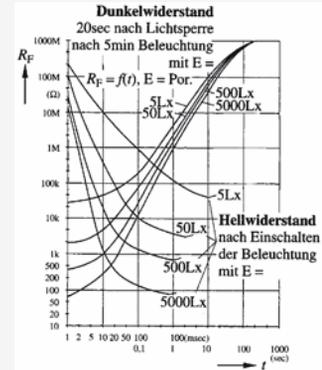
Fotowiderstand  
(LDR-light dependent resistor)



Typ. Aufbau und Bauform

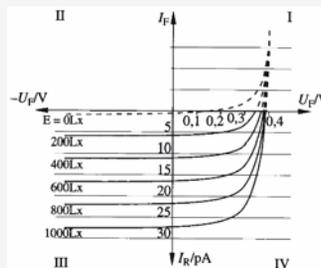
Kennlinie eines LDR

Dunkelwiderstand  $R_o > 10 \text{ M}\Omega$   
(Widerstandswert nach 1 Min. völliger Abdunkelung)  
Hellwiderstand  $R_H < 50 \text{ k}\Omega$   
(Widerstandswert bei 100 Lx bzw. 1000 Lx)

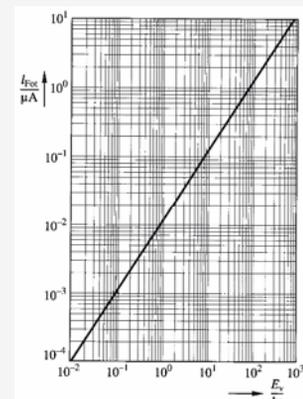


Einstellträchtigkeit eines LDR

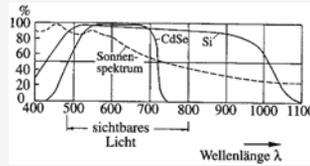
Fotodiode, Fotoelement



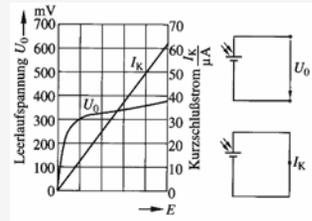
Vier-Quadranten-Kennlinie einer Fotodiode



Betrieb im III. Quadrant: Fotodiode in Sperrichtung



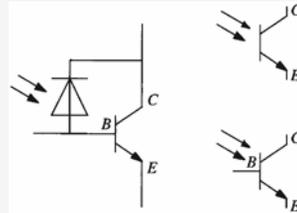
Sonnenlicht und Empfindlichkeit von Solarelementen



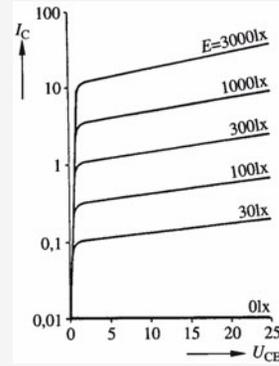
Kennlinien eines Fotoelements    Meßschaltungen

Betrieb im IV. Quadrant: Fotoelement (Kennlinie)

**Fototransistoren**

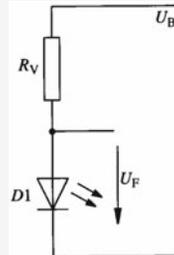


Ersatzschaltbild und Schaltzeichen

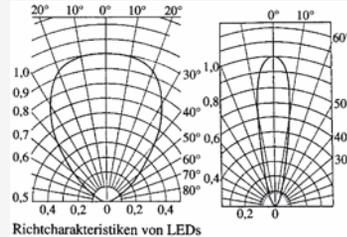


Kennlinienfeld

**Leuchtdioden (LED)**

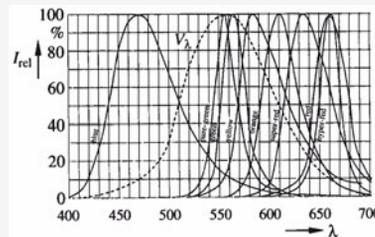


LED mit Vorwiderstand



Richtcharakteristiken von LEDs

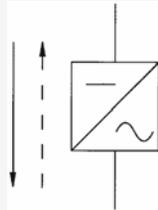
Richtcharakteristiken



Spektralkennlinien einiger LEDs (werkstoffabhängig)

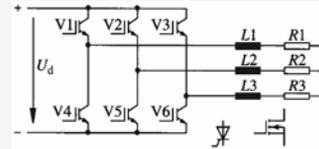
**11 Leistungs-  
elektronik**

**Grundlagen**

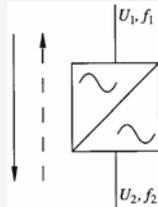


Blockschaltbild eines Wechselrichters

Wechselrichter formen eine Gleichspannung in eine beliebige Wechselspannung, auch Drehstrom, um.

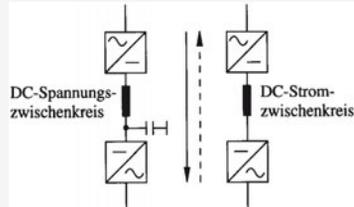


Wechselrichter mit IGBT als Schaltelemente

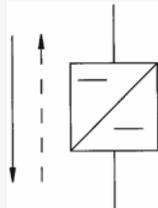


Blockschaltbild Wechselstromumrichter

Wechselstromumrichter formen eine Wechselspannung in eine andere beliebige Wechselspannung (andere Frequenz, aber auch anderer Spannungswert möglich) um.



Wechselstromumrichter mit Zwischenkreis



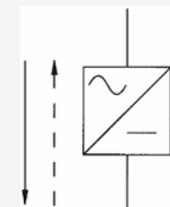
Blockschaltbild eines Gleichstromumrichters

Gleichstromumrichter formen eine Gleichspannung in eine beliebige Gleichspannung um.

Dioden werden für den ungesteuerten Betrieb verwendet, Thyristoren für den gesteuerten Betrieb.



Gleichstromumrichter mit Zwischenkreis



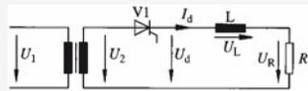
Blockschaltbild eines Gleichrichters

Gleichrichter formen eine beliebige Einphasen- oder Dreiphasenwechselspannung (Drehstrom) in eine Gleichspannung um.

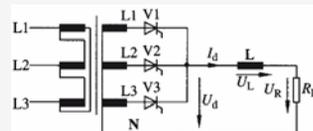
**Stromrichter**

| Schaltungsart  | Bezeichnung   |
|--|---|
| Einwegschaltung                                      | Mittelpunktschaltung M  |
| Zweiwegschaltung                                     | Brückenschaltung B  |
|  | Verdopplerschaltung D   |
|  | Vervielfacherschaltung V  |
|  | Wechselwegschaltung W   |
|  | Polygonschaltung P  |
| Ergänzende Kennzeichen                               |   |
| Steuerbarkeit  |   |
| Kurzzeichen  | Bedeutung   |
| U  | ungesteuert   |
| C  | vollgesteuert (controlled)  |
| H  | halbgesteuert   |
| HA (HK)  | halbgesteuert mit anodenseitiger (kathodenseitiger)   |
| HZ   | Zusammenfassung der Ventile Zweigpaar gesteuert   |
| Haupt- und Hilfszweige                               |   |
| Kurzzeichen  | Bedeutung   |
| A (K)  | anodenseitige (kathodenseitige) Zusammenfassung der   |
| Q  | Hauptzweige   |
| R  | Löschzweig  |
| F  | Rücklaufzweig   |
| FC   | Freilaufzweig   |
| n  | Freilaufzweig gesteuert Vervielfachungsfaktor   |
| <b>Beispiel:</b>                                     | B2HAF ⇒ B → Kennbuchstabe<br>2 → Kennzahl (Pulszahl)<br>HA → Steuerbarkeit<br>F → Hilfszweige |
| <b>Benennung und Kennzeichnung von Stromrichtern</b> |   |

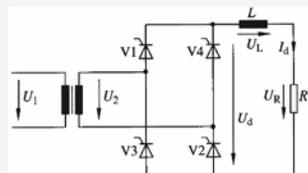
**Schaltungsarten**



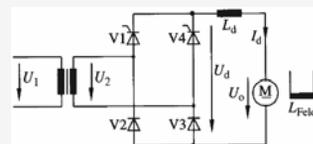
Einweggleichrichter M1



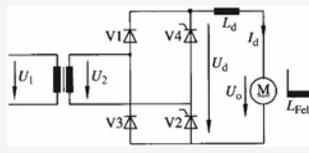
Dreipulsmittelpunktschaltung M3



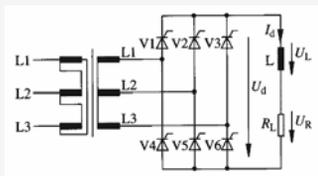
Brückengleichrichter B2



Halbgesteuerter Stromrichter

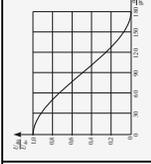
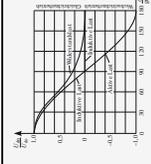
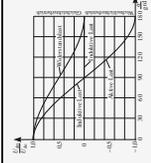
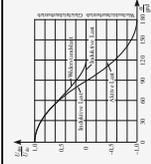


Halbgesteuerter Stromrichter

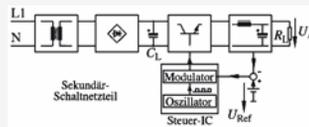


Sechspulsbrückenschaltung B6

| Stromrichterschaltung  | Eimpuls-Mittelpunktschaltung |                    |                                   | Dreipuls-Mittelpunktschaltung |                 | Zweipuls-Brückenschaltung |                | Sechspuls-Brückenschaltung |  |
|--|------------------------------|--------------------|-----------------------------------|-------------------------------|-----------------|---------------------------|----------------|----------------------------|--|
|  | Kennzeichen                  | M1                 | Bild XV-9                         | M3                            | Bild XV-17      | B2C                       | B2HK           | B2HZ                       | B6C  |
| Prinzipischieltung nach  |                              | Bild XV-9          |                                   | Bild XV-17                    |                 | Bild XV-13                | Bild XV-23     | Bild XV-24                 | Bild XV-21                                       |
| Gleichspannung/ungesteuerte Stromrichterschaltung mit $\alpha = 0^\circ$ |                              |                    |                                   |                               |                 |                           |                |                            |  |
| arithm. Mittelwert   | $U_d/U_2$                    | 0,45               | $1,17 (U_2 = U_{20})$             |                               | 0,9             |                           |                |                            | $2,34 (U_2 = U_{20})$<br>$1,35 (U_2 = U_{2max})$ |
| Effektivwert   | $U_{eff}/U_2$                | 0,707              | 1,189                             |                               |                 |                           |                |                            |  |
| Welligkeit w   | $U_{20}/U_d$                 | 1,21               | 0,183                             |                               |                 |                           |                |                            | 0,042  |
| Verhältnisspannung/Ventilstrom   |                              |                    |                                   |                               |                 |                           |                |                            |  |
| Spitzenwert  | $U_{f, max}/U_2$             | $\sqrt{2} = 1,414$ | $\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = 2,449$ |                               |                 |                           |                |                            | $\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = 2,449$                |
|  | $I_{cs}/I_d$                 | 1,0                | 0,333                             |                               |                 |                           |                |                            | 0,333  |
|  | $I_{max}/I_d$                | 1,571              | 0,5777 ( $U_d$ )                  | 0,588 ( $R_L$ )               | 0,707 ( $U_d$ ) | 0,785 ( $R_L$ )           | 0,58 ( $R_L$ ) |                            | 0,577 ( $U_d$ )                                  |
| Transformator  |                              |                    |                                   |                               |                 |                           |                |                            |  |
| venüßiger Leiterstrom  | $I_d/I_d$                    | 1,571              | 0,5777 ( $U_d$ )                  | 0,588 ( $R_L$ )               | 1,000 ( $U_d$ ) | 1,111 ( $R_L$ )           | 1,11 ( $R_L$ ) | 0,820 ( $R_L$ )            | 0,820 ( $R_L$ )                                  |
| netzseitiger Leiterstrom   | $I_1/I_d$                    | 1,211/6            | 0,472/6 ( $U_d$ )                 | 0,478/6 ( $R_L$ )             | 1,0/6 ( $U_d$ ) | 1,11 ( $R_L$ )            | 1,11 ( $R_L$ ) | 0,82/6 ( $R_L$ )           | 0,82/6 ( $R_L$ )                                 |
| primärseitige Scheinleistung   | $S_1/U_2 \cdot I_d$          | 2,619              | 1,209 ( $U_d$ )                   | 1,209 ( $R_L$ )               | 1,111 ( $U_d$ ) | 1,23 ( $R_L$ )            | 1,05 ( $U_d$ ) | 1,06 ( $R_L$ )             | 1,05 ( $U_d$ )                                   |
| Typenleistung  | $S_2/U_{20} \cdot I_d$       | 3,090              | 1,460 Dz, Yz                      | 1,345 Dy                      | 1,111 ( $U_d$ ) | 1,23 ( $R_L$ )            | 1,05 ( $U_d$ ) | 1,05 ( $R_L$ )             | 1,05 ( $R_L$ )                                   |
| gesteuerte Gleichspannung mit $\alpha \neq 0^\circ$                      |                              |                    |                                   |                               |                 |                           |                |                            |  |
| Steuerecklinie   | $U_d/U_{20}$                 |                    |                                   |                               |                 |                           |                |                            |  |



**Schaltnetzteile**

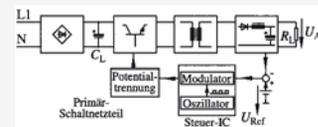


Sekundär-Schaltnetzteil

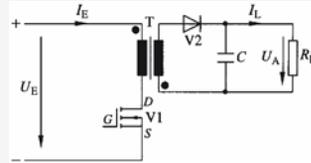
$$U_A = \frac{v}{1-v} \cdot U_E$$

$$U_A = \frac{t_1}{T} \cdot \frac{U_E}{\dot{u}}$$

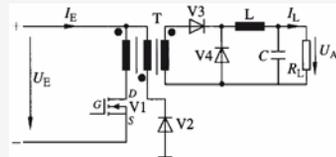
|                          |           |
|--------------------------|-----------|
| Ausgangsspannung         | $U_A$     |
| Eingangsspannung         | $U_E$     |
| Tastverhältnis           | $n$       |
| Periodendauer            | $T$       |
| Transformatorübersetzung | $\dot{u}$ |
| Einschaltdauer           | $t_1$     |
| Sperphase                | $t_2$     |



Primär-Schaltnetzteil

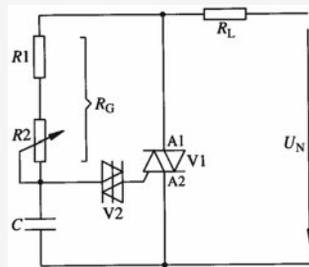


Sperrwandler

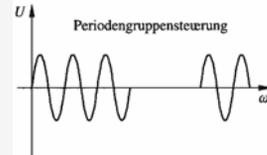
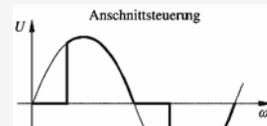


Durchflusswandler

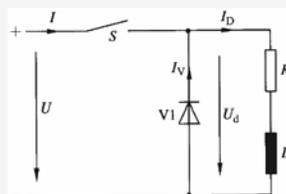
**Elektronische Steller**



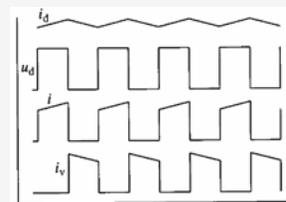
Grundprinzip Phasenanschnittsteuerung



Liniendiagramme der Ausgangsspannung



Prinzipschaltung eines Gleichstromstellers



Liniendiagramm zum Gleichstromsteller

### 1 Grundlagen der zeichnerischen Darstellung

#### 1.1 Normen für technische Zeichnungen

##### Normenauswahl

|                   |   |
|-------------------|---|
| DIN EN ISO 128    | Linien  |
| DIN EN ISO 3098   | Normschrift   |
| DIN EN ISO 5455   | Blattgröße, Maßstäbe                                    |
| DIN EN ISO 5457   | Faltungen von Technischen Zeichnungen                   |
| DIN 6771          | Schriftfelder und Stücklisten                           |
| DIN 6774          | Ausführungsrichtlinien                                  |
| DIN-ISO 5455      | Maßstäbe  |
| DIN 6789          | Zeichnungssystematik                                    |
| DIN ISO 286       | Allgemeine Toleranzen                                   |
| DIN ISO 1302      | Oberflächenangaben                                      |
| DIN ISO 5456      | Dreidimensionale Projektion                             |
| DIN ISO 128       | Ansichten, Schnittdarstellung                           |
| DIN 406           | Arten und Regeln der Maßeintragung                      |
| DIN ISO 6410      | Darstellung von Gewinde                                 |
| DIN 461           | grafische Darstellungen                                 |
| DIN EN 61082      | Schaltungsunterlagen, grafische Symbole für Schaltpläne |
| DIN EN 61082 T.1  | Schaltungsunterlagen, Begriffe, Einteilung              |
| DIN EN 61082 T.2  | Regeln für Stromlaufpläne, Funktions- und Schaltpläne   |
| DIN EN 61082 T.3  | Verbindungspläne und -listen, Geräteverdrahtungspläne   |
| DIN 40719 T.2     | Kennzeichnung von Betriebsmitteln                       |
| DIN IEC 60971     | Stromrichterbenennungen und -kennzeichen                |
| DIN VDE 0281/0293 | Leitungen   |
| DIN EN 60617      | Schaltzeichen für Schaltungsunterlagen                  |
|                   | Elektrische Maschinen                                   |
| DIN EN 60617-6    | Messgeräte, Zähler, Anzeigen, Messgrößenumformer        |
| DIN EN 60617-11   | Anschlussbezeichnungen und Drehsinn                     |
| DIN VDE 0530      | Schaltpläne, Installationspläne                         |
| DIN 40717         | Veränderbarkeit, Einstellbarkeit,                       |
| DIN 40712         | Widerstände   |
|                   | Schaltglieder, Antriebe, Auslöser                       |
| DIN 40713         | Transformatoren, Drosselspulen, Wandler                 |
| DIN 40714         | Ausführung von Anschlussplänen                          |
| DIN 40719 T.9     | Ausführung von Anordnungsplänen                         |
| DIN 40719 T.10    | Zeitablaufdiagramme,                                    |
| DIN 40719 T.11    | Schaltfolgediagramme                                    |
| DIN 66001         | Informationsverarbeitung                                |
| IEC 617 - 12      | Computertechnik   |
| DIN 46199         | Anschlussbezeichnungen                                  |

# Technische Kommunikation/Technisches Zeichnen

## Grundlagen der zeichnerischen Darstellung

### Linien nach DIN EN ISO 128

| Linien | Benennung                            | Linienbreite in mm |      |      |      |     |     |   |  | Verwendung |
|--------|--------------------------------------|--------------------|------|------|------|-----|-----|---|--|------------|
|        |                                      | 0,25               | 0,35 | 0,5  | 0,7  | 1,0 | 1,4 | 2 |  |            |
|        | Volllinie (breit)                    | 0,25               | 0,35 | 0,5  | 0,7  | 1,0 | 1,4 | 2 | sichtbare Kanten u. Umrisse                |            |
|        | Volllinie (schmal)                   | 0,13               | 0,18 | 0,25 | 0,35 | 0,5 | 0,7 | 1 | Maß- u. Maßhilfslinien<br>Schraffuren      |            |
|        | Freihand- oder<br>Zickzacklinie (sm) |                    |      |      |      |     |     |   | Benennungen von<br>abgebrochenen Ansichten |            |
|        | Strichlinie<br>(breit)               | 0,25               | 0,35 | 0,5  | 0,7  | 1,0 | 1,4 | 2 | verdeckte Kanten                           |            |
|        | Strichpunktlinie<br>(schmal)         | 0,13               | 0,18 | 0,25 | 0,35 | 0,5 | 0,7 | 1 | Mittel-, Symmetrielinien                   |            |
|        | Strichpunktlinie<br>(breit)          | 0,25               | 0,35 | 0,5  | 0,7  | 1,0 | 1,4 | 2 | Kennzeichnung von<br>Behandlungsarten      |            |
|        | Strich-Zweipunkt-<br>linie (schmal)  | 0,13               | 0,18 | 0,25 | 0,35 | 0,5 | 0,7 | 1 | Umrisse von angrenzenden<br>Teilen         |            |

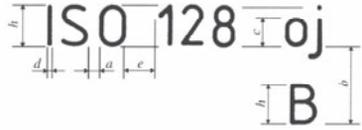
### Normschrift nach DIN 6776 ISO 3098

ABCDEFGHIJKLMNOPQRSTUVWXYZ  
 abcdefghijklmnopqrstuvwxyz  
 1234567890IVX[(!?;'-=+x:√%&)]φ

| Kenngröße | Form A (d = h/14) |      |      |     |     |    |     | Form B (d = h/10) |      |     |     |    |     |    |
|-----------|-------------------|------|------|-----|-----|----|-----|-------------------|------|-----|-----|----|-----|----|
|           | 2,5               | 3,5  | 5    | 7   | 10  | 14 | 20  | 2,5               | 3,5  | 5   | 7   | 10 | 14  | 20 |
| a         | 0,35              | 0,5  | 0,7  | 1   | 1,4 | 2  | 2,8 | 0,5               | 0,7  | 1   | 1,4 | 2  | 2,8 | 4  |
| b         | 3,5               | 5    | 7    | 10  | 14  | 20 | 28  | 3,5               | 5    | 7   | 10  | 14 | 20  | 28 |
| e         | 2,5               | 3,5  | 5    | 7   | 10  | 14 | 20  | 2,5               | 3,5  | 5   | 7   | 10 | 14  | 20 |
| d         | 0,18              | 0,25 | 0,35 | 0,5 | 0,7 | 1  | 1,4 | 0,25              | 0,35 | 0,5 | 0,7 | 1  | 1,4 | 2  |
| e         | 1,05              | 1,5  | 2,1  | 3   | 4,2 | 6  | 8,4 | 1,5               | 2,1  | 3   | 4,2 | 6  | 8,4 | 12 |

Bedeutung der Kenngrößen:

- h Höhe der Großbuchstaben
- a Abstand zwischen zwei Buchstaben bei einem Wort
- b Zeilenabstand
- e Höhe der Kleinbuchstaben
- d Schriftstärke
- e Abstand zwischen zwei Wörtern



Die Schrift darf vertikale oder unter einem Winkel von 15° nach rechts geneigt sein.

α β γ δ ε ζ η θ ι κ λ μ

Alpha Beta Gamma Delta Epsilon Zeta Eta Theta Iota Kappa Lambda Mu

ν ξ ο π ρ σ ς τ υ φ χ ψ ω

Nu Xi Omicron Pi Rho Sigma Tau Upsilon Phi Chi Psi Omega

Α Β Γ Δ Ε Ζ Η Θ Ι Κ Λ Μ

Alpha Beta Gamma Delta Epsilon Zeta Eta Theta Iota Kappa Lambda Mu

Ν Ξ Ο Π Ρ Σ Τ Υ Φ Χ Ψ Ω

Nu Xi Omicron Pi Rho Sigma Tau Upsilon Phi Chi Psi Omega

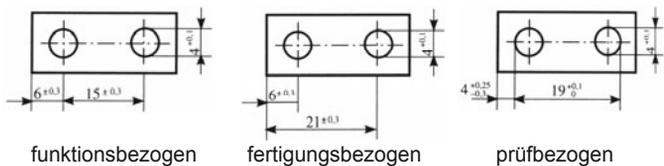
### Maßstäbe nach DIN ISO 5455

| Maßstäbe         | DIN ISO 5455        |          |           | 12/79 |  |  |
|------------------|---------------------|----------|-----------|-------|--|--|
|                  | Empfohlene Maßstäbe |          |           |       |  |  |
| Verkleinerungen  | 1 : 2               | 1 : 5    | 1 : 10    |       |  |  |
|                  | 1 : 20              | 1 : 50   | 1 : 100   |       |  |  |
|                  | 1 : 200             | 1 : 500  | 1 : 1000  |       |  |  |
|                  | 1 : 2000            | 1 : 5000 | 1 : 10000 |       |  |  |
| Vergrößerungen   | 50 : 1              | 20 : 1   | 10 : 1    |       |  |  |
|                  | 5 : 1               | 2 : 1    |           |       |  |  |
| Natürliche Größe |                     |          |           | 1 : 1 |  |  |

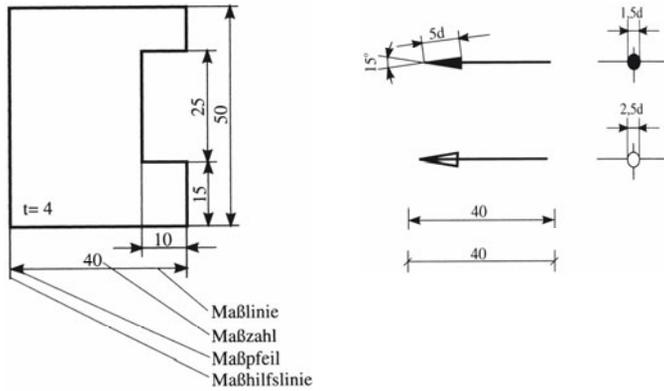
Der in der Zeichnung verwendete Maßstab ist im Schriftfeld der Zeichnung einzutragen.

## 1.2 Darstellung und Bemaßung von Körpern

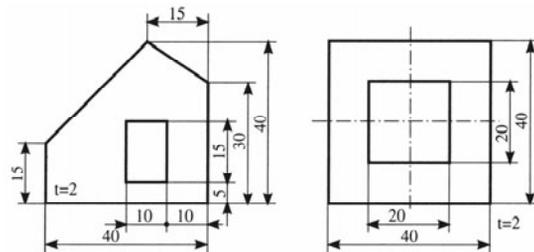
### Bemaßungsarten nach DIN 406



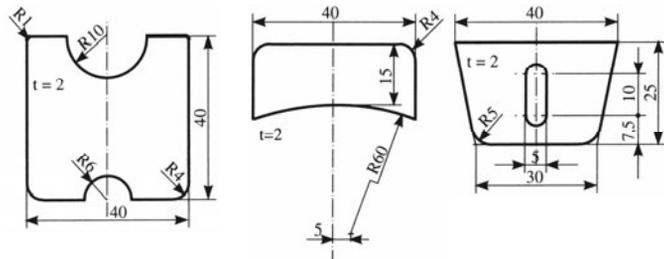
### Blechbemaßung, Maßlinienbegrenzung



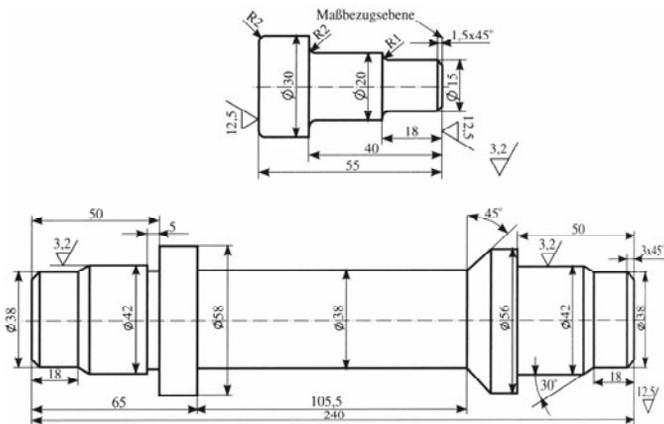
### Blech mit Durchbrüchen



### Blech mit Radien



### Bemaßung eines Stufenbolzens

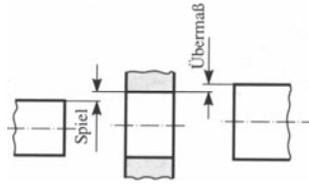


# Technische Kommunikation/Technisches Zeichnen

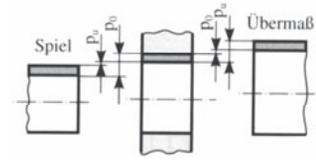
## Grundlagen der zeichnerischen Darstellung

### 1.3 ISO-Toleranzsystem

#### Paarungen

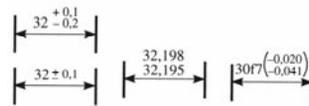


Spiel oder Übermaß

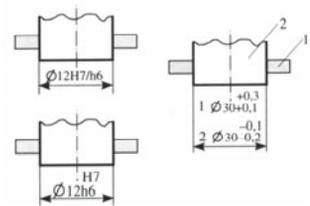


Grenzpaarungen

#### Maßeintragungen

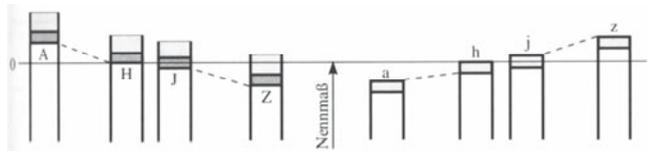


Maßeintragung nach DIN



Freimaßtoleranzen nach DIN

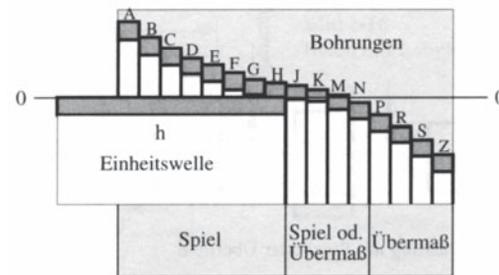
#### Toleranzfelder



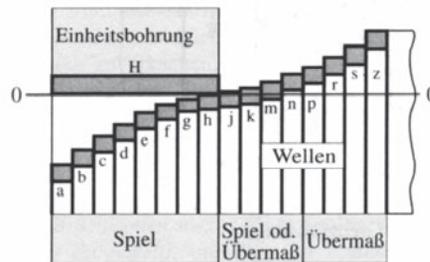
Bohrungen

Wellen

#### Passsystem



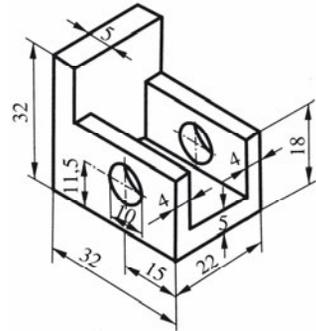
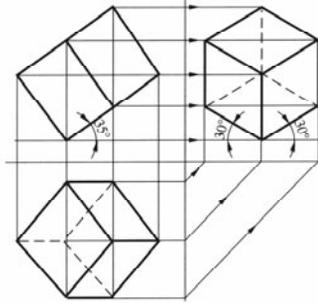
Einheitswelle



Einheitsbohrung

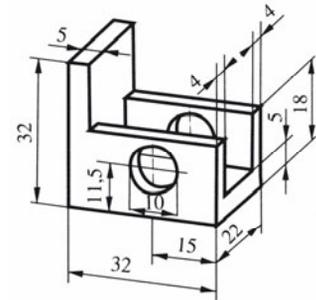
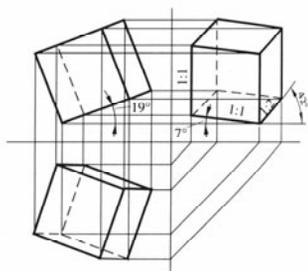
1.4 Projektion

Isometrische Darstellung



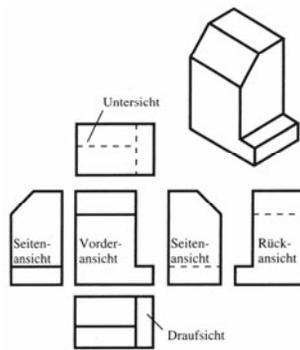
Beispiel

Dimetrische Darstellung

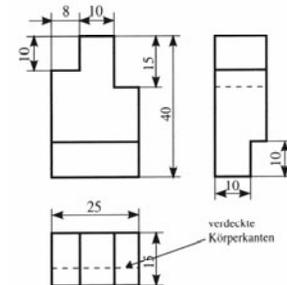
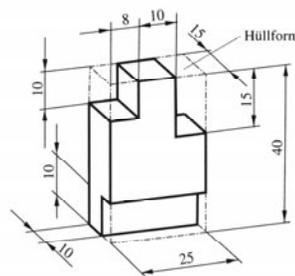
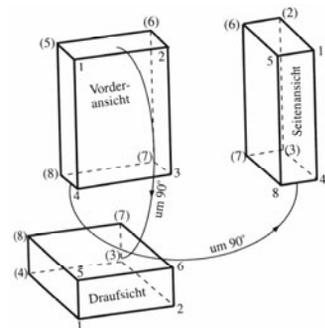


Beispiel

Normalprojektion

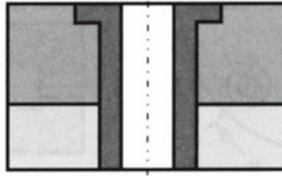


Normalprojektion

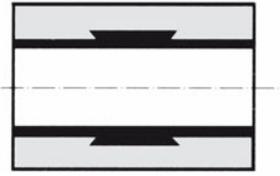
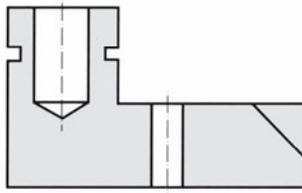


Vollständiges bemaßtes Beispiel mit verdeckten Kanten

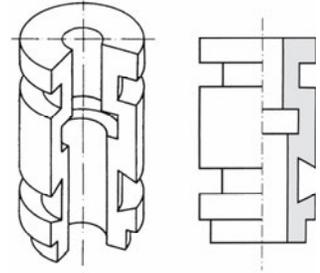
## 1.5 Schnitte



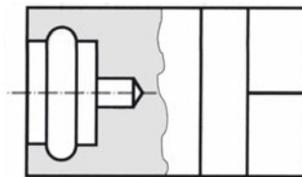
Schraffuren

Schmale, voll geschwärzte  
Schnittflächen

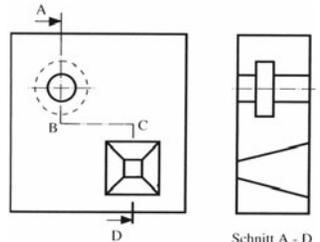
Vollschnitt



Halbschnitt



Teilschnitt (Ausbruch)

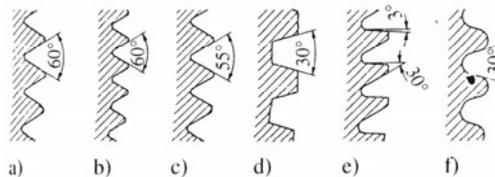


Schnitt in mehreren Ebenen

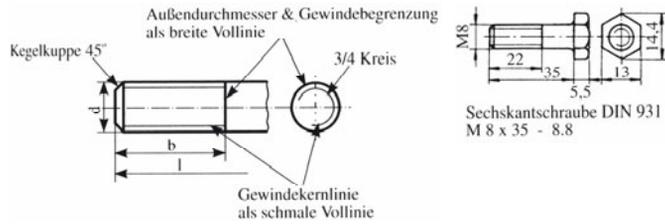
Schnitt A - D

1.6 Gewinde und  
Schrauben

## Gewinde Schrauben

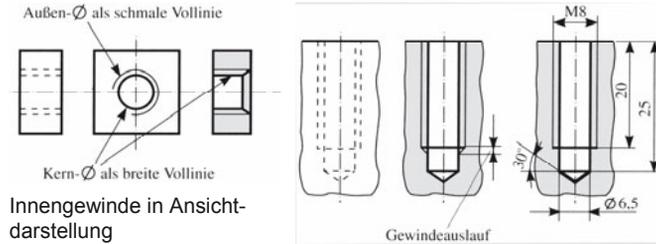


Grundformen der gebräuchlichsten Gewinde: a) metrisches  
Regelgewinde, b) metrisches Feingewinde, c) Whitworth-  
Rohrgewinde, d) Trapezgewinde, e) Sägewinde,  
f) Rundgewinde



Vereinfachte Außengewindedarstellung nach DIN ISO 6410

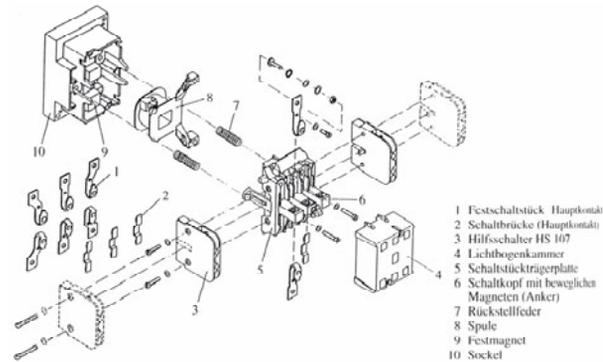
Schraubendarstellung, hier nach DIN 931



Innengewinde in Ansicht-darstellung

Gewindedarstellung in Kernlöchern

### Serviceplan Ersatzteilbeschaffung



Explosionszeichnung als Serviceplan zur Ersatzteilbeschaffung

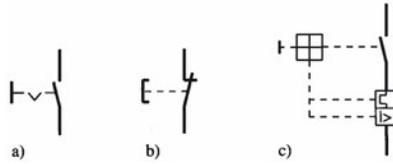
### 1.7 Normteile und Konstruktions- elemente

#### Schutzmaßnahmen nach DIN 57100 / IEC 364-4-41 / VDE 0100 Teil 410

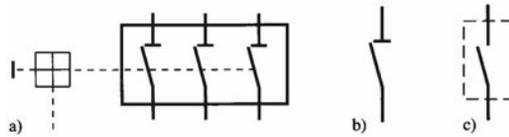
| Kenn-<br>ziffer | Schutzumfang IP xx                    |  |
|-----------------|---------------------------------------|--|
|                 | Berührungs- und Fremdkörperschutz     | Wasserschutz                                 |
| 0               | kein Schutz gegeben                   | kein Schutz gegeben                          |
| 1               | Schutz gegen Fremdkörper $d > 50$ mm  | Schutz gegen senkrecht fallendes Tropfwasser |
| 2               | Schutz gegen Fremdkörper $d > 12$ mm  | Schutz gegen schrägfallendes Tropfwasser     |
| 3               | Schutz gegen Fremdkörper $d > 2,5$ mm | Schutz gegen Sprühwasser                     |
| 4               | Schutz gegen Fremdkörper $d > 1$ mm   | Schutz gegen Spritzwasser                    |
| 5               | Schutz gegen Staubablagerung          | Schutz gegen Strahlwasser                    |
| 6               | Schutz gegen Staubeintritt            | Schutz bei Überflutung                       |
| 7               | -                                     | Schutz beim Eintauchen                       |
| 8               | -                                     | Schutz beim Untertauchen                     |

Schutzarten nach IEC 529

### Schaltzeichen



- Schaltglieder mit verschiedenen Antrieben:
- a) Schließer als Rastschalter mit Handantrieb,
  - b) Öffner als Tastschalter, Betätigung durch Drücken,
  - c) einpoliger Schlossschalter mit elektrothermischer und -magnetischer Auslösung



- Schaltgeräte (VDE 0660):
- a) dreipoliger Leistungstrenner,
  - b) Trennschalter, Lastschalter, Leistungsschalter

| Benennung   | DIN 40900/IEC 617 | Antriebe   | Steuergeräte  |
|---|-------------------|--|---|
| Schließer   |                   | Handantrieb, allgemein                               | Druckschalter (nicht rastend)   |
| Öffner  |                   | Betätigung durch Drücken                             | Tastschalter mit Schließer und Öffner, handbetätigt durch Drücken                               |
| Wechsler mit Unterbrechung                                    |                   | Betätigung durch Ziehen                              | Tastschalter mit Raststellung und 1 Schließer, handbetätigt durch Drücken                       |
| Voreitender Schließer eines Kontaktsatzes                     |                   | Betätigung durch Drehen                              | Tastschalter mit Raststellung und 1 Öffner, handbetätigt durch Schlägen (z.B. Filodruckknaster) |
| Nachleitender Öffner eines Kontaktsatzes                      |                   | Betätigung durch Schlüssel                           | Grenz-/Endschalter  |
| Schließer, schließt verzögert bei Betätigung                  |                   | Betätigung durch Rolle, Fühler                       | Schließer   |
| Öffner, schließt verzögert bei Rückfall                       |                   | Kraftantrieb allgemein                               | Öffner  |
| Antriebe elektromechanisch, elektromagnetisch                 |                   | Schaltchloß mit mechanischer Freigabe                | Näherungsschalter induktiv, Schließer-verhalten   |
| Elektromechanischer Antrieb, allgemein, Relaispule, allgemein |                   | Betätigung durch Motor                               | Druckwächter, öffnend   |
| Antrieb mit besonderen Eigenschaften, allgemein               |                   | Notschalter  | Schwimmerschalter, schließend   |
| Elektromechanischer Antrieb mit Ansprechverzögerung           |                   | Betätigung durch elektromagnetischen Überstromschutz |   |
| Elektromechanischer Antrieb mit Rückfallverzögerung           |                   |  |   |

|   |  |  |  |
|---|--|--|--|
| Elektromechanischer Antrieb mit Ansprech- und Rückfallverzögerung |  | Betätigung durch thermischen Überstromschutz | Schaltgeräte   |
| Elektromechanischer Antrieb eines Thermostats                     |  | Betätigung durch elektromagnetischen Antrieb | Schütz (Schließer)   |
|   |  | Betätigung durch Flüssigkeitspegel           | 3poliges Schütz mit drei elektromechanischen Überstromauslösern  |
|   |  |  | 3poliger Trennschalter   |
|   |  |  | 3poliger Leistungsschalter   |
|   |  |  | 3poliger Schalter mit Schaltchloß mit drei elektrothermischen Überstromauslösern, drei elektromagnetischen Überstromauslösern, Motorschutzschalter |

Schaltglieder, Antriebe und Schaltgeräte nach DIN 40900 / IEC 617

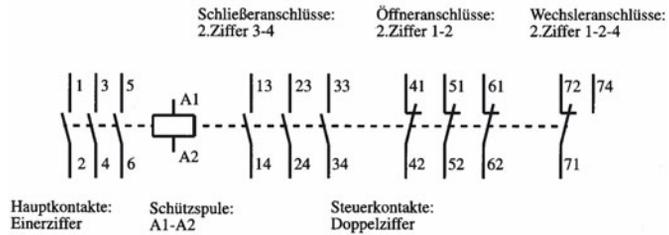
**Kontakte, Kontaktbenennungen**

DIN EN 50005

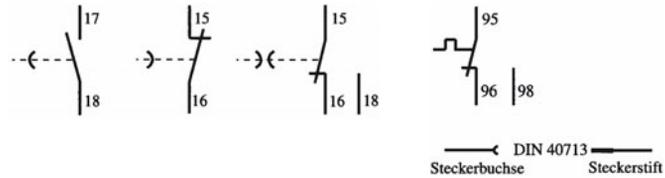
DIN EN 50011/50012

DIN 40713

DIN 40717

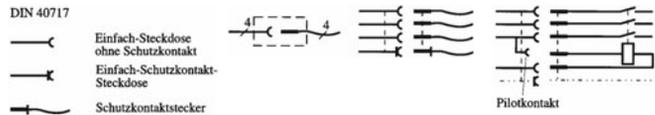


Anschlusskennzeichnung von Schützen und Hilfsschützen



Kennzeichnung von zeitverzögerten Steuerkontakten

Kennzeichnung von thermischen Überstromauslösern



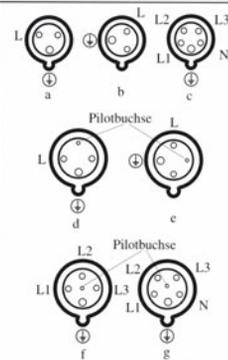
Einfache Steckverbindungen

Dreipoliger Steckverbinder mit Schutzkontakt

Steckverbinder mit Pilotkontakt

| Pos. und Bild | I in A | Stromart | Netzspannung in V   | C              |
|---------------|--------|----------|---------------------|----------------|
| a             | 16     | E        | 220 bis 240         | 6 <sup>b</sup> |
| b             | 32     |          | 380 bis 415         | 9 <sup>b</sup> |
| c             |        | D        | 220/380 bis 240/415 | 6 <sup>b</sup> |
| d             |        | E        | 220 bis 240         | 6 <sup>b</sup> |
| e             | 63     |          | 380 bis 415         | 9 <sup>b</sup> |
| f             |        | D        | 3 × 380 bis 415     | 6 <sup>b</sup> |
| g             | 125    |          | 220/380 bis 240/415 | 6 <sup>b</sup> |

C Code für die Lage der Schutzleiterbuchse als Uhrzeigerstellung („Uhrzeit“):  
 E Einphasen-Wechselstrom;  
 D Drehstrom



Beispiele von Steckdosen für die genormten Netzspannungen nach DIN IEC 38

# Technische Kommunikation/Technisches Zeichnen

## Grundlagen der zeichnerischen Darstellung

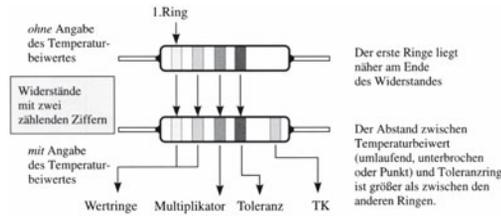
### Kennzeichnung von

- Widerständen
- Kondensatoren

### Farbcode nach DIN 41429

### DIN 41426

### DIN 323



| Kennfarbe | Wertziffer | Multiplikator                         | Toleranz     | Temperaturbeiwert $\alpha_T$ $10^{-6} K^{-1}$ | Bemerkungen   |
|-----------|------------|---------------------------------------|--------------|---|---|
| keine     | -          | -                                     | $\pm 20$     | -   | Die Farben gold und silber sind leitend und deshalb nicht immer verwendbar. Ausweichmöglichkeiten: statt gold: für $10^1$ weiß für $\pm 5\%$ grün für $10^2$ grau für $\pm 10\%$ weiß |
| silber    | -          | $\times 10^{-2} \Omega = 0,01 \Omega$ | $\pm 10$     | -   |   |
| gold      | -          | $\times 10^{-1} \Omega = 0,1 \Omega$  | $\pm 5$      | -   |   |
| schwarz   | 0          | $\times 10^0 \Omega = 1,0 \Omega$     | -            | $\pm 200$                                     |   |
| braun     | 1          | $\times 10^1 \Omega = 10 \Omega$      | $\pm 1$      | $\pm 100$                                     |   |
| rot       | 2          | $\times 10^2 \Omega = 100 \Omega$     | $\pm 2$      | $\pm 50$                                      |   |
| orange    | 3          | $\times 10^3 \Omega = 1 k\Omega$      | -            | $\pm 15$                                      |   |
| gelb      | 4          | $\times 10^4 \Omega = 10 k\Omega$     | $\pm 0,5\%$  | $\pm 25$                                      |   |
| grün      | 5          | $\times 10^5 \Omega = 100 k\Omega$    | $\pm 0,25\%$ | -   |   |
| blau      | 6          | $\times 10^6 \Omega = 1 M\Omega$      | $\pm 0,1\%$  | -   |   |
| violett   | 7          | $\times 10^7 \Omega = 10 M\Omega$     | -            | -   |   |
| grau      | 8          | $\times 10^8 \Omega = 100 M\Omega$    | -            | -   |   |
| weiß      | 9          | $\times 10^9 \Omega = 1000 M\Omega$   | -            | -   |   |

### Kennzeichnung von Widerständen durch Farbcode (Auszug)

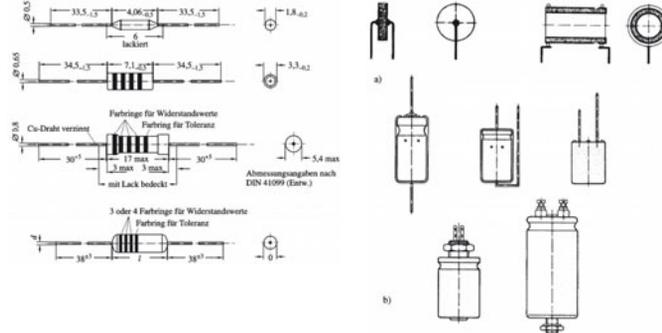
| E-Reihen (Auszug) |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      | Nach DIN 41426 |      |      |      |      |      |      |      |      |      |     |     |     |     |
|-------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|----------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|-----|-----|-----|-----|
| E6                | 1,0  |      | 1,5  |      | 2,2  |      | 3,3  |      | 4,7  |      | 6,8            |      |      |      |      |      |      |      |      |      |     |     |     |     |
| E12               | 1,0  | 1,2  | 1,5  | 1,8  | 2,2  | 2,7  | 3,3  | 3,9  | 4,7  | 5,6  | 6,8            | 8,2  |      |      |      |      |      |      |      |      |     |     |     |     |
| E24               | 1,0  | 1,1  | 1,2  | 1,3  | 1,5  | 1,6  | 1,8  | 2,0  | 2,2  | 2,4  | 2,7            | 3,0  | 3,3  | 3,6  | 3,9  | 4,3  | 4,7  | 5,1  | 5,6  | 6,2  | 6,8 | 7,5 | 8,2 | 9,1 |
| E48               | 1,00 | 1,21 | 1,47 | 1,78 | 2,15 | 2,61 | 3,16 | 3,83 | 4,64 | 5,62 | 6,81           | 8,25 |      |      |      |      |      |      |      |      |     |     |     |     |
|                   | 1,05 | 1,27 | 1,54 | 1,87 | 2,26 | 2,74 | 3,32 | 4,02 | 4,87 | 5,90 | 7,15           | 8,66 |      |      |      |      |      |      |      |      |     |     |     |     |
|                   | 1,10 | 1,33 | 1,62 | 1,96 | 2,37 | 2,87 | 3,48 | 4,22 | 5,11 | 6,19 | 7,50           | 9,09 |      |      |      |      |      |      |      |      |     |     |     |     |
|                   | 1,15 | 1,40 | 1,69 | 2,05 | 2,49 | 3,01 | 3,65 | 4,42 | 5,36 | 6,49 | 7,87           | 9,53 |      |      |      |      |      |      |      |      |     |     |     |     |
| DIN-Reihe         |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      | Nach DIN 323   |      |      |      |      |      |      |      |      |      |     |     |     |     |
| R5                | 1,00 |      | 1,60 |      | 2,50 |      | 4,00 |      | 6,30 |      |                |      |      |      |      |      |      |      |      |      |     |     |     |     |
| R10               | 1,00 | 1,25 | 1,60 | 2,00 | 2,50 | 3,15 | 4,00 | 5,00 | 6,30 | 8,00 |                |      |      |      |      |      |      |      |      |      |     |     |     |     |
| R20               | 1,00 | 1,12 | 1,25 | 1,40 | 1,60 | 1,80 | 2,00 | 2,24 | 2,50 | 2,80 | 3,15           | 3,55 | 4,00 | 4,50 | 5,00 | 5,60 | 6,30 | 7,10 | 8,00 | 9,00 |     |     |     |     |
| R40               | 1,00 | 1,12 | 1,25 | 1,40 | 1,60 | 1,80 | 2,00 | 2,24 | 2,50 | 2,80 | 3,15           | 3,55 | 4,00 | 4,50 | 5,00 | 5,60 | 6,30 | 7,10 | 8,00 | 9,00 |     |     |     |     |
|                   | 1,06 | 1,18 | 1,32 | 1,50 | 1,70 | 1,90 | 2,12 | 2,36 | 2,65 | 3,00 | 3,35           | 3,75 | 4,25 | 4,75 | 5,30 | 6,00 | 6,70 | 7,50 | 8,50 | 9,50 |     |     |     |     |

### E-Reihen und DIN-Reihen (Auszüge)

Es sind folgende E-Reihen nach Toleranzen genormt:

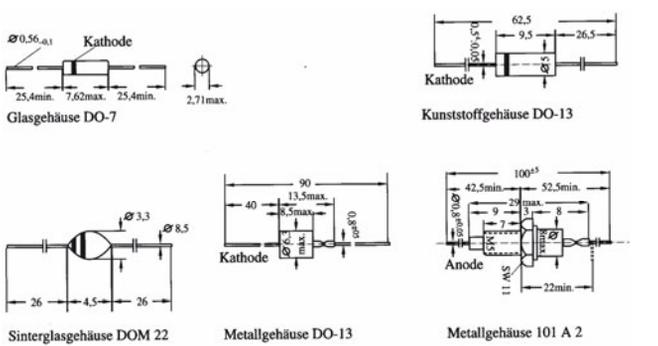
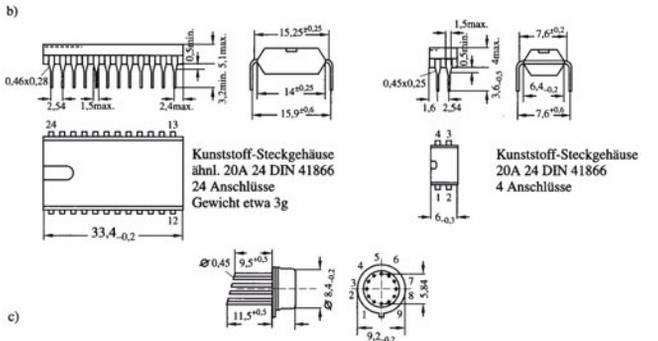
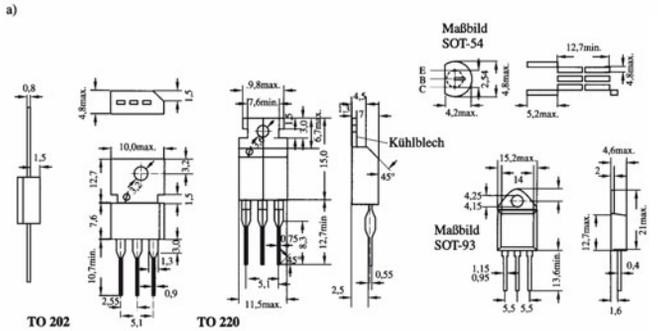
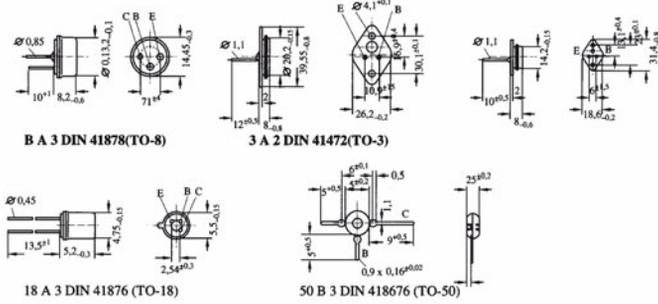
- E6 =  $\pm 20\%$ ; E12 =  $\pm 10\%$ ; E24 =  $\pm 5\%$ ; E48 =  $\pm 2\%$ ; E96 =  $\pm 1\%$ ; E192 =  $\pm 0,5\%$

### Bauformen



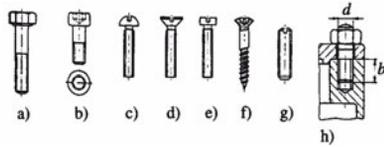
Bauformen von Widerständen (teilweise genormt)

Auswahl an Kondensator-Bauformen (teilweise genormt)



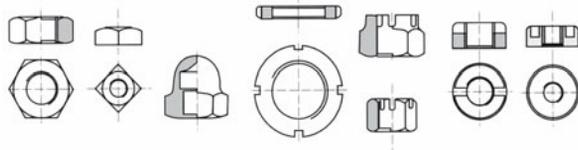
d) Bauformen von Dioden, Transistoren und ICs (teilweise genormt)

### 1.8 Wichtige Normteile des Maschinenbaues



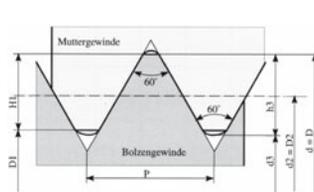
Schraubenarten:

- a) Sechskantschraube, b) Innensechskantschraube, c) Halbrundschrabe, d) Senkschraube, e) Zylinderschraube, f) Linsensholzschrabe mit Kreuzschlitz, g) Gewindestift mit Kegelkuppe, h) Stiftschraube

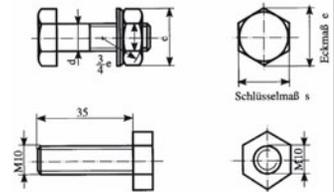


Muttern:

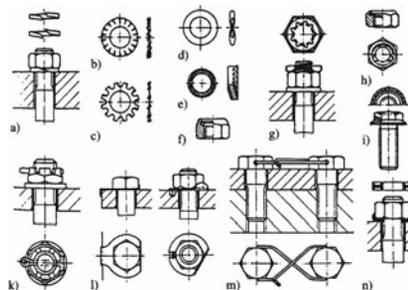
- a) Sechskantmutter, b) Vierkantmutter, c) Hutmutter, d) Nutmutter, e) Kronenmutter, f) Schlitzmutter, g) Zweilochmutter



Maßbild des Metrischen ISO-Gewindes DIN 13



Ausführliche und vereinfachte Darstellung einer Sechskantschraube

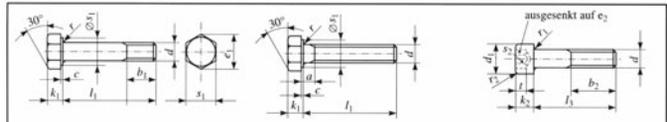


Schraubensicherungen:

- a) Federring, b) Flächenscheibe, c) Zahnscheibe, d) Federscheibe, e) Schnoor-Sicherung, f) selbstsichernde Sechskantmutter, g) Sicherungsmutter, h) Spring-Stopp Sechskantmutter, i) TENSIOLOCK Sicherungsschraube, k) Kronenmutter mit Splint, l) Sicherungsbleche, m) Drahtsicherung, n) Kunststoffsicherungsring

| Gewinde-Nenn-<br>durchmesser<br>$d = D$<br>Reihe 1 | Reihe 2 | Steig-<br>ung<br>$P$ | Flanken-<br>durch-<br>messer<br>$d_2 = D_2$ | Kerndurchmesser |              | Gewindetiefe |              | Scheibe nach DIN 125                       |                     |                      | Schlüssel-<br>weite<br>$s$ | Spitzkamt<br>$\epsilon$ |
|--|---------|----------------------|---|-----------------|--------------|--------------|--------------|--|---------------------|----------------------|----------------------------|-------------------------|
|  |         |                      |   | Bolzen $d_3$    | Mutter $D_1$ | Bolzen $h_1$ | Mutter $H_1$ | Kern-<br>Loch-<br>bohr $\varnothing$<br>mm | Loch- $\varnothing$ | Außen- $\varnothing$ |                            |                         |
| M1   | M1,1    | 0,25                 | 0,838                                       | 0,693           | 0,729        | 0,153        | 0,135        | 0,75                                       | -                   | -                    | -                          | 2,9                     |
| M1,2   | M1,2    | 0,25                 | 0,938                                       | 0,793           | 0,829        | 0,153        | 0,135        | 0,85                                       | -                   | -                    | -                          | 3,5                     |
| M1,4   | M1,4    | 0,3                  | 1,205                                       | 1,032           | 1,075        | 0,184        | 0,162        | 1,1  | -                   | -                    | -                          | 3,5                     |
| M1,6   | M1,6    | 0,35                 | 1,373                                       | 1,171           | 1,221        | 0,215        | 0,189        | 1,25                                       | 1,7                 | 4                    | 0,024                      | 3,2                     |
| M2   | M1,8    | 0,35                 | 1,573                                       | 1,371           | 1,421        | 0,215        | 0,189        | 1,45                                       | -                   | -                    | -                          | 4                       |
| M2,2   | M2,2    | 0,4                  | 1,740                                       | 1,509           | 1,567        | 0,245        | 0,217        | 1,6  | 2,2                 | 5                    | 0,037                      | 4                       |
| M2,5   | M2,5    | 0,45                 | 1,908                                       | 1,648           | 1,713        | 0,276        | 0,244        | 1,75                                       | -                   | -                    | -                          | 4,5                     |
| M3   | M3      | 0,5                  | 2,675                                       | 2,387           | 2,459        | 0,307        | 0,271        | 2,5  | 2,7                 | 6,5                  | 0,108                      | 5                       |
| M3,5   | M3,5    | 0,6                  | 3,110                                       | 2,764           | 2,850        | 0,368        | 0,325        | 2,9  | 3,2                 | 7                    | 0,12                       | 5,5                     |
| M4   | M4      | 0,7                  | 3,545                                       | 3,141           | 3,242        | 0,429        | 0,379        | 3,3  | 3,7                 | 8                    | 0,156                      | 6                       |
| M4,5   | M4,5    | 0,75                 | 4,013                                       | 3,580           | 3,688        | 0,460        | 0,406        | 3,7  | 4,3                 | 9                    | 0,308                      | 7                       |
| M5   | M5      | 0,8                  | 4,480                                       | 4,019           | 4,134        | 0,491        | 0,433        | 4,2  | 5,3                 | 10                   | 0,443                      | 8                       |
| M6   | M6      | 1                    | 5,350                                       | 4,773           | 4,917        | 0,613        | 0,541        | 5  | 6,4                 | 12,5                 | 1,1                        | 10                      |
| M8   | M8      | 1,25                 | 7,188                                       | 6,466           | 6,647        | 0,767        | 0,677        | 6,8  | 8,4                 | 17                   | 1,6                        | 11,5                    |
| M10  | M10     | 1,5                  | 9,026                                       | 8,160           | 8,376        | 0,920        | 0,812        | 8,5  | 10,5                | 21                   | 2,14                       | 13                      |
| M12  | M12     | 1,75                 | 10,863                                      | 9,853           | 10,106       | 1,074        | 0,947        | 10,2                                       | 12,5                | 24                   | 2,408                      | 15                      |
| M14  | M14     | 2                    | 12,701                                      | 11,546          | 11,835       | 1,227        | 1,083        | 12   | 15                  | 28                   | 2,5                        | 17                      |
| M16  | M16     | 2                    | 14,701                                      | 13,346          | 13,855       | 1,227        | 1,083        | 14   | 17                  | 30                   | 2,5                        | 19,6                    |
| M18  | M18     | 2,5                  | 16,376                                      | 14,533          | 15,244       | 1,354        | 1,162        | 15   | 19                  | 33                   | 3                          | 21,9                    |
| M20  | M20     | 2,5                  | 18,376                                      | 16,533          | 17,294       | 1,534        | 1,353        | 17,5                                       | 21                  | 37                   | 3                          | 25,4                    |
| M22  | M22     | 2,5                  | 20,376                                      | 18,333          | 19,294       | 1,534        | 1,353        | 19,5                                       | 23                  | 39                   | 3                          | 27,7                    |
| M24  | M24     | 3                    | 22,051                                      | 20,319          | 20,752       | 1,840        | 1,624        | 21   | 25                  | 44                   | 4                          | 30,6                    |
| M27  | M27     | 3,5                  | 25,051                                      | 22,699          | 23,422       | 2,147        | 1,894        | 24   | 28                  | 50                   | 4                          | 34,6                    |
| M30  | M30     | 3,5                  | 27,727                                      | 25,706          | 26,211       | 2,147        | 1,894        | 26,5                                       | 31                  | 56                   | 4                          | 36,9                    |
| M33  | M33     | 3,5                  | 30,727                                      | 28,706          | 29,211       | 2,147        | 1,894        | 29,5                                       | 34                  | 60                   | 5                          | 41,6                    |
| M36  | M36     | 4                    | 34,670                                      | 31,673          | 32,454       | 2,454        | 2,116        | 35   | 40                  | 72                   | 6                          | 46,3                    |
| M42  | M42     | 4,5                  | 39,077                                      | 36,479          | 37,129       | 2,760        | 2,436        | 37,5                                       | 43                  | 78                   | 7                          | 53,1                    |
| M45  | M45     | 4,5                  | 42,077                                      | 39,479          | 40,139       | 2,760        | 2,436        | 40,5                                       | 46                  | 85                   | 7                          | 57,7                    |
| M48  | M48     | 5                    | 45,745                                      | 41,666          | 42,587       | 3,067        | 2,706        | 43   | 49                  | 92                   | 8                          | 63,3                    |
| M52  | M52     | 5,5                  | 48,752                                      | 45,866          | 46,587       | 3,374        | 2,977        | 47   | 54                  | 98                   | 8                          | 69,3                    |
| M56  | M56     | 5,5                  | 52,428                                      | 49,252          | 50,046       | 3,374        | 2,977        | 50,5                                       | 58                  | 105                  | 9                          | 75                      |
| M60  | M60     | 5,5                  | 56,428                                      | 53,352          | 54,046       | 3,374        | 2,977        | 55   | 62                  | 110                  | 9                          | 80,8                    |
| M64  | M64     | 6                    | 60,103                                      | 56,639          | 57,505       | 3,681        | 3,248        | 58   | 66                  | 115                  | 9                          | 88,3                    |
| M68  | M68     | 6                    | 64,103                                      | 60,639          | 61,505       | 3,681        | 3,248        | 62   | 70                  | 120                  | 10                         | 92,4                    |
|  |         |                      |   |                 |              |              |              |  |                     |                      |                            | 98                      |
|  |         |                      |   |                 |              |              |              |  |                     |                      |                            | 104                     |
|  |         |                      |   |                 |              |              |              |  |                     |                      |                            | 110                     |
|  |         |                      |   |                 |              |              |              |  |                     |                      |                            | 116                     |

Metrisches ISO-Gewinde nach DIN 13 Teil 1 (12.86), Regelgewinde-Nennmaße



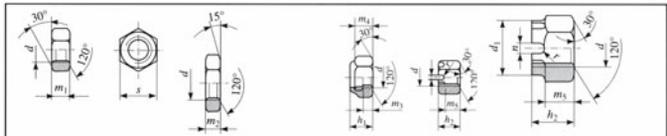
Sechskantschrauben  
DIN 931  
Produktklassen A und B

Sechskantschrauben  
DIN 933  
Produktklassen A und B

Zylinderschrauben  
mit Innensechskant  
DIN 912

| d   | a   | b <sub>1</sub> | b <sub>2</sub> | d <sub>1</sub> | e <sub>1</sub> | e <sub>2</sub> | k <sub>1</sub> | k <sub>2</sub> | s <sub>1</sub> | s <sub>2</sub> | t min | I <sub>1</sub> von | I <sub>1</sub> bis | L <sub>2</sub> von | L <sub>2</sub> bis | I <sub>3</sub> von | I <sub>3</sub> bis |
|-----|-----|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|-------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| M4  | 2,1 | 14             | 20             | 7              | 7,74           | 3,6            | 2,8            | 4              | 7              | 3              | 2     | 22                 | 70                 | 5                  | 70                 | 6                  | 40                 |
| M5  | 2,4 | 16             | 22             | 8,5            | 8,87           | 4,7            | 3,5            | 5              | 8              | 4              | 2,5   | 30                 | 80                 | 6                  | 80                 | 8                  | 50                 |
| M6  | 3   | 18             | 24             | 10             | 11,05          | 5,9            | 4              | 6              | 10             | 5              | 3     | 30                 | 90                 | 6                  | 80                 | 10                 | 60                 |
| M8  | 3,8 | 22             | 28             | 13             | 14,38          | 7              | 5,3            | 8              | 13             | 6              | 4     | 35                 | 110                | 8                  | 110                | 12                 | 80                 |
| M10 | 4,5 | 26             | 32             | 16             | 18,90          | 9,4            | 6,4            | 10             | 17             | 8              | 5     | 40                 | 150                | 8                  | 150                | 16                 | 100                |
| M12 | 5,3 | 30             | 36             | 18             | 21,10          | 11,7           | 7,5            | 12             | 19             | 10             | 6     | 45                 | 180                | 10                 | 150                | 20                 | 120                |
| M16 | 6   | 38             | 44             | 24             | 26,75          | 16,3           | 10             | 16             | 24             | 14             | 8     | 55                 | 200                | 12                 | 150                | 25                 | 160                |
| M20 | 7,5 | 46             | 52             | 30             | 33,53          | 19,8           | 12,5           | 20             | 30             | 17             | 10    | 65                 | 220                | 16                 | 200                | 30                 | 200                |
| M24 | 9   | 54             | 60             | 36             | 39,98          | 22,1           | 15             | 24             | 36             | 19             | 12    | 75                 | 220                | 16                 | 200                | 40                 | 200                |

Normwerte einiger ausgewählter Schrauben



Sechskantmutter  
DIN 934 Produkt-  
klassen A und B

Flache Sechskantmutter  
DIN 439 Produktklassen  
A und B

Sechskantmutter  
selbstsichernd  
DIN 985

für s = 7 ... 17  
für s = 19 ... 145  
Kronenmutter DIN 935  
Produktklassen A und B

| d   | d <sub>1</sub> | e    | h <sub>1</sub> | h <sub>2</sub> | m <sub>1</sub> | m <sub>2</sub> | m <sub>3</sub> | m <sub>4</sub> | m <sub>5</sub> | n   | s  | Spilnt DIN 94 |
|-----|----------------|------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|-----|----|---------------|
| M4  |                | 8,1  | 5              | 5              | 3,2            | 2,2            | 2,9            | 3,2            | 3,2            | 1,2 | 7  | 1 × 10        |
| M5  |                | 10,4 | 5              | 6              | 4              | 2,7            | 3,2            | 3,5            | 4              | 1,4 | 8  | 1,2 × 12      |
| M6  |                | 11,5 | 6              | 7,5            | 5              | 3,2            | 4              | 4,5            | 5              | 2   | 10 | 1,6 × 12      |
| M8  |                | 16,2 | 8              | 9,5            | 6,5            | 4              | 5,5            | 6              | 6,5            | 2,5 | 13 | 2 × 16        |
| M10 |                | 19,6 | 10             | 12             | 8              | 5              | 6,5            | 7              | 8              | 2,8 | 17 | 2,5 × 20      |
| M12 |                | 21,9 | 12             | 15             | 10             | 6              | 8              | 9              | 10             | 3,5 | 19 | 3,2 × 22      |
| M16 |                | 27,7 | 16             | 19             | 13             | 8              | 10,5           | 11             | 13             | 4,5 | 24 | 4 × 28        |
| M20 |                | 34,6 | 20             | 22             | 16             | 10             | 14             | 15             | 16             | 4,5 | 30 | 4 × 36        |
| M24 |                | 41,6 | 24             | 27             | 19             | 12             | 15             | 16             | 19             | 5,5 | 36 | 5 × 40        |

Normwerte einiger ausgewählter Muttern

## 2 Schaltungs- unterlagen

### 2.1 VDE-Bestimmungen (Auszug)

|          |  |
|----------|--|
| VDE 0100 | Bestimmungen für das Errichten von Starkstromanlagen bis 1 kV  |
| VDE 0101 | Bestimmungen für das Errichten von Starkstromanlagen über 1 kV   |
| VDE 0102 | Leitsätze für die Berechnung der Kurzschlussströme   |
| VDE 0105 | VDE-Bestimmungen für den Betrieb von Starkstromanlagen   |
| VDE 0107 | Bestimmungen für elektrische Anlagen in medizinisch genutzten Räumen   |
| VDE 0108 | Bestimmungen für das Errichten und den Betrieb von Starkstromanlagen in Versammlungsstätten, Waren- und Geschäftshäusern, Hochhäusern  |
| VDE 0128 | Behbergungsstätten und Krankenhäusern  |
| VDE 0130 | Vorschriften für Leuchtröhrenanlagen mit Spannungen von 1kV und darüber  |
| VDE 0132 | Merkblatt für den Betrieb elektrischer Anlagen in landwirtschaftlichen Betrieben   |
| VDE 0134 | Merkblatt für die Bekämpfung von Bränden in elektrischen Anlagen   |
| VDE 0141 | Anleitungen zur Ersten Hilfe bei Unfällen (VDE-Druckschrift)   |
| VDE 0160 | Bestimmungen und Richtlinien für Erdungen in Wechselstromanlagen für Bemessungsspannungen über 1kV   |
| VDE 0165 | Bestimmungen für die Ausrüstung von Starkstromanlagen mit elektronischen Betriebsmitteln   |
| VDE 0168 | Bestimmungen für die Errichtung elektr. Anlagen in explosionsgefährdeten Betriebsstätten   |
| VDE 0190 | Bestimmungen für das Errichten und den Betrieb elektrischer Anlagen in Tagebauen, Steinbrüchen und ähnlichen Betrieben   |
| VDE 0193 | Bestimmungen für das Einbeziehen von Rohrleitungen in Schutzmaßnahmen von Starkstromanlagen mit Bemessungsspannungen bis 1kV<br>Richtlinien für den Anschluss und die Anbringung von Elektroden-Durchlauferhitzern |
| VDE 0210 | Bestimmungen für den Bau von Starkstrom-Freileitungen über 1 kV  |
| VDE 0211 | Bestimmungen für den Bau von Starkstrom-Freileitungen mit Bemessungsspannungen bis 1 kV  |
| VDE 0228 | VDE-Bestimmungen für Maßnahmen bei Beeinflussung von Fernmeldeanlagen durch Starkstromanlagen  |
| VDE 0410 | Regeln für elektrische Messgeräte  |
| VDE 0411 | VDE-Bestimmungen für elektronische Messgeräte und Regler   |
| VDE 0413 | Bestimmungen für Geräte zum Prüfen der Schutzmaßnahmen in elektrischen Anlagen   |
| VDE 0414 | Bestimmungen für Messwandler   |
| VDE 0426 | Bestimmungen für einpolige Spannungssucher bis 250 V Wechselspannung gegen Erde  |

|          |   |
|----------|---|
| VDE 0510 | Bestimmungen für Akkumulatoren und Akkumulatoren-Anlagen  |
| VDE 0530 | Bestimmungen für umlaufende elektrische Maschinen   |
| VDE 0532 | Bestimmungen für Transformatoren und Drosselspulen  |
| VDE 0541 | Bestimmungen für Stromquellen zum   |
| VDE 0550 | Lichtbogenschweißen mit Wechselstrom<br>Bestimmungen für Kleintransformatoren   |
| VDE 0612 | VDE-Bestimmungen für Baustromverteiler für Bemessungsspannungen bis 400 V Wechselspannung und für Ströme bis 630 A            |
| VDE 0620 | Vorschriften für Steckvorrichtungen bis 750 V / 100 A   |
| VDE 0660 | Bestimmungen für Niederspannungsschaltgeräte  |
| VDE 0675 | Leitsätze für den Schutz elektrischer Anlagen gegen Überspannungen  |
| VDE 0680 | Bestimmungen für Schutzbekleidung, Schutzvorrichtungen und Werkzeuge zum Arbeiten an unter Spannung stehenden Betriebsmitteln |
| VDE 0701 | Bestimmungen für die Instandsetzung, Änderung und Prüfung gebrauchter elektrischer Verbrauchsmittel (Geräte)                  |
| VDE 0710 | Vorschriften für Leuchten mit Betriebsspannungen unter 1 kV   |
| VDE 0712 | Bestimmungen für Entladungslampenzubehör mit Bemessungsspannungen bis 1 kV  |
| VDE 0800 | Bestimmungen für Errichtung und Betrieb von Fernmeldeanlagen einschließlich Informationsverarbeitungsanlagen                  |
| VDE 0855 | Bestimmungen für Antennenanlagen  |
| VDE 0860 | Bestimmungen für netzbetriebene Rundfunk- und verwandte elektronische Geräte  |
| VDE 0871 | Bestimmungen für die Funk-Entstörung von Hochfrequenzgeräten und -anlagen   |
| VDE 0874 | VDE-Leitsätze für Maßnahmen zur Funk-Entstörung   |
| VDE 0875 | Bestimmungen für die Funk-Entstörung von Geräten, Maschinen und Anlagen für Netzfrequenzen von 0 bis 10 kHz                   |
| VDE 0877 | Leitsätze für das Messen von Funkstörungen  |

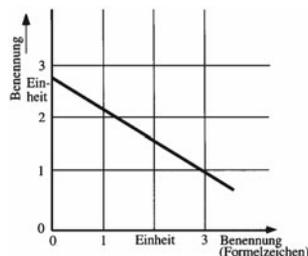
## 2.2 Diagramme

### Darstellung nach

- DIN 461
- DIN EN 61082
- DIN EN 60848

Linienbreiten:

nach DIN EN ISO 128 etwa im Verhältnis Netz zu Achsen zu Kurve wie 1:2:4



Diagrammdarstellung nach DIN

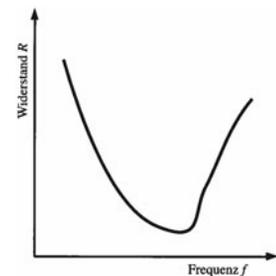


Diagramm im kartesischen Koordinatensystem

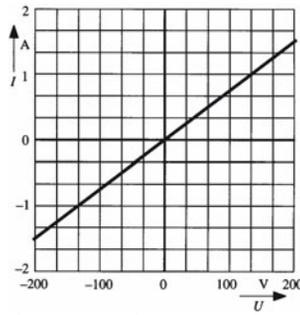


Diagramm mit linearer Einteilung

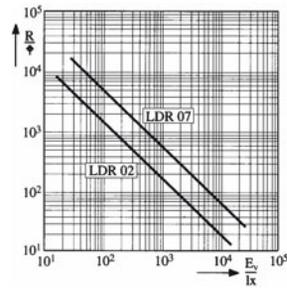


Diagramm mit doppelt-logarithmischer Einteilung

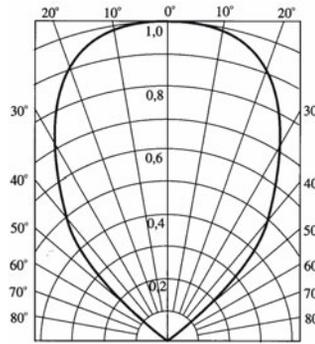
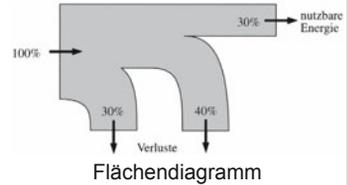
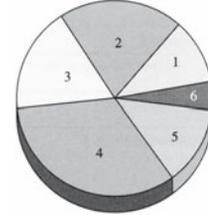
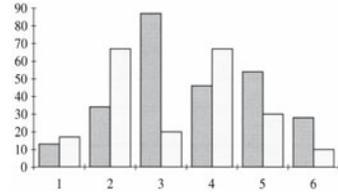
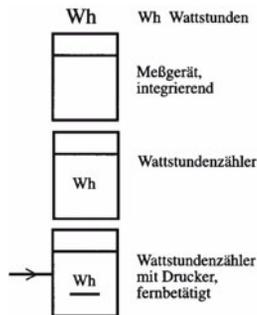


Diagramm im Polarkoordinatensystem



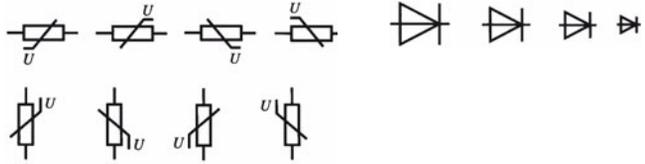
2.3 Schaltzeichen nach  
DIN EN 61082 und  
DIN EN 60617

Schaltzeichen  
Blocksymbol



Blocksymbol als Funktionseinheit

Schaltzeichen aus Symbol- und Grundelementen



Variable Lage von Schaltzeichen  
im Schaltplan

Darstellungsgrößen von  
Schaltzeichen

| Schaltzeichen (Auszug)                           |                  |
|--|------------------|
| <b>Passive Bauelemente</b>                       | DIN 40900 Teil 4 |
| Widerstand, allgemein                            |                  |
| Widerstand, veränderbar, allgemein               |                  |
| Widerstand mit Schleifkontakt                    |                  |
| Widerstand, spannungsabhängig<br>Varistor        |                  |
| Widerstand, temperaturabhängig<br>Heißleiter     |                  |
| Kondensator, allgemein                           |                  |
| Kondensator, gepolt, z.B. Elektrolyt-Kondensator |                  |
| Kondensator, veränderbar                         |                  |
| Spule, Wicklung, Induktivität                    |                  |
| Spule mit Magnetkern                             |                  |
| Piezoelektrischer Kristall, Schwingquarz         |                  |
| <b>Halbleiter-Bauelemente</b>                    | DIN 40900 Teil 5 |
| Halbleiterdiode, allgemein                       |                  |
| Z Diode,<br>Esaki-Diode                          |                  |
| Kapazitätsdiode                                  |                  |
| Tunnel diode                                     |                  |
| Zweirichtungsdiode, Diac                         |                  |
| Thyristordiode, Kathode gesteuert                |                  |
| Thyristordiode, bidirektional<br>Triac           |                  |
| NPN-Transistor                                   |                  |

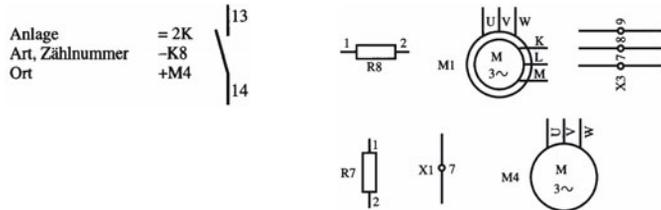
(Fortsetzung)

| Schaltzeichen (Auszug)  |                  |
|---|------------------|
| <b>Halbleiter-Bauelemente</b>                                     | DIN 40900 Teil 5 |
| Unijunction Transistor, Basis N-Typ                               |                  |
| Sperrschicht-FET mit N-Kanal (JFET)                               |                  |
| Isolierschicht-FET, Anreicherungstyp mit N-Kanal (IGFET, MOS-FET) |                  |
| Isolierschicht-FET, Verarmungstyp mit N-Kanal (IGFET, MOS-FET)    |                  |
| Hall-Generator  |                  |
| <b>Fotoelektrische Bauelement</b>                                 | DIN 40900 Teil 5 |
| Fotowiderstand  |                  |
| Fotodiode   |                  |
| Fotoelement Fotozelle   |                  |
| Fototransistor NPN-Typ  |                  |
| Leuchtdiode   |                  |
| Optokopier  |                  |

Schaltzeichen nach DIN EN 60617 (Auswahl)

### 2.4 Elektrische Betriebsmittel

#### Kennzeichnung von Betriebsmitteln



Lage der Betriebsmittel-  
kennzeichnung im Plan

Vereinfachte Betriebsmittel-  
kennzeichnung

IEC 750 (1983)  
DIN 40719 T2 (1978)

| Kennzeichnung elektrischer Betriebsmittel (DIN 40719) |          |            |            |          |                        |                           |
|---|----------|------------|------------|----------|------------------------|---------------------------|
| Kennzeichnungsblock                                   |          |            | Vorzeichen | Beispiel | Erklärung zum Beispiel |                           |
| 1   | Anlage   |            | =          | = B3     | Anlage B3              |                           |
| 2   | Ort      |            | +          | +D4      | Stockwerk D, Raum 4    |                           |
| 3   | Art      | Zählnummer | Funktion   | -        | -K2T                   | Schütz, Nr. 2, Zeitrelais |
| 4   | Anschluß |            | :          | : 12     | Anschluß Nr. 12        |                           |

- Nur zur Kennzeichnung erforderliche Blöcke angeben
- Vorzeichen kann entfallen, wenn Verwechslung des Blockes ausgeschlossen ist
- Mindestangabe in Block 3 ist die Zählnummer

Kennzeichnungsblöcke

# Technische Kommunikation/Technisches Zeichnen

## Schaltungsunterlagen

| Kennbuchstaben für die Art der Betriebsmittel |   |  |
|---|---|--|
| Kennbuchstabe                                 | Art des Betriebsmittels   | Beispiele  |
| A   | Baugruppen, Teilbaugruppen  | Verstärker, Magnetverstärker   |
| B   | Umsetzer von nichtelektrischen auf elektrische Größen und umgekehrt   | Meßumformer, thermoelektrische Fühler, Thermozellen, Mikrofon, u.ä.                                  |
| C   | Kondensatoren   |  |
| D   | Verzögerungseinrichtungen, Speichereinrichtungen, binäre Elemente     | Plattenspeicher, Magnetbandgeräte, Verzögerungsleitungen   |
| E   | Verschiedenes   | Beleuchtungseinrichtungen, Heizeinrichtungen; Einrichtungen, die ansonsten hier nicht benannt werden |
| F   | Schutzeinrichtungen   | Sicherungen, Schutzrelais, Trennsicherungen, Überspannungsableiter                                   |
| G   | Generatoren, Stromversorgungen  | Rotierende Generatoren, Batterie   |
| H   | Meldecinrichtungen  | Optische und akustische Meldegeräte  |
| K   | Relais, Schütze   | Leistungsschütze, Hilfsschütze, Zeitrelais   |
| L   | Induktivitäten  | Drosselspulen  |
| M   | Motoren   |  |
| N   | Verstärker, Regler  | Operationsverstärker   |
| P   | Meßgeräte, Prüfeinrichtungen  | Anzeigende, schreibende und zählende Meßeinrichtungen, Uhren   |
| Q   | Starkstrom-Schaltgeräte   | Leistungsschalter, Schutzschalter, Motorschutzschalter   |
| R   | Widerstände   | Einstellbare Widerstände, Heißleiter   |
| S   | Schalter, Wähler  | Taster, Endschalter, Steuerschalter  |
| T   | Transformatoren   | Spannungswandler, Stromwandler   |
| U   | Modulatoren, Umsetzer   | Diskriminator, Frequenzwandler, Umformer, Wechselrichter   |
| V   | Röhren, Halbleiter  | Elektronenröhren, Dioden, Transistoren, Thyristoren  |
| W   | Übertragungswege, Hohlleiter, Antennen                                | Schalldrähte, Sammelschienen, Dipole   |
| X   | Klemmen, Stecker, Steckdosen  | Trennstecker und -steckdosen, Prüfstecker, Lötleisten, Klemmenleisten                                |
| Y   | Elektrisch betätigte mechanische Einrichtungen                        | Bremsen, Kupplungen, Ventile   |
| Z   | Abschluß, Ausgleichseinrichtungen, Filter, Begrenzer, Gabelanschlüsse | Kabelnachbildungen   |

### Kennbuchstaben für die Art der Betriebsmittel

| Kennbuchstaben für die allgemeine Funktion |                     |               |  |
|--|---------------------|---------------|--|
| Kennbuchstabe                              | Allgemeine Funktion | Kennbuchstabe | Allgemeine Funktion                      |
| A  | Hilfsfunktion       | N             | Messung                                  |
| B  | Bewegungsrichtung   | P             | Proportional                             |
| C  | Zählung             | O             | Zustand (Stop, Start, Begrenzung)        |
| D  | Differenzierung     | R             | Rückstellen, Löschen                     |
| F  | Schutz              | S             | Speichern, aufzeichnen                   |
| G  | Prüfung             | T             | Zeitmessung, verzögern                   |
| H  | Meldung             | V             | Geschwindigkeit (beschleunigen, bremsen) |
| J  | Integration         | W             | Addieren                                 |
| K  | Tastbetrieb         | X             | Multiplizieren                           |
| L  | Leiterkennzeichnung | Y             | Analog                                   |
| M  | Hauptfunktion       | Z             | Digital                                  |

### Kennbuchstaben für die allgemeine Funktion

**DIN EN 61346-2  
2000**

Hinweis: Die meisten Schaltpläne, auch in diesem Buch, verwenden die Kennzeichnung nach DIN 40719-2 von 1978. Diese bewährte Norm wird künftig ersetzt durch DIN EN 61346-2. Ihre Anwendung hat sich bisher noch kaum durchgesetzt.

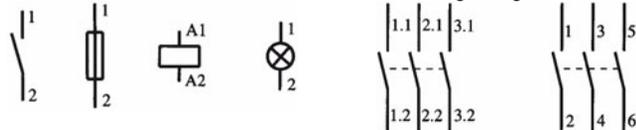
| Kennbuchstabe | Zweck des Objekts  | Beispiele  |
|---------------|--|--|
| A             | Zwei oder mehr Zwecke. Nur für Objekte verwenden, wenn kein Hauptzweck erkennbar ist.  | Sensorbildschirm, Touch-Bildschirm   |
| B             | Umwandlung einer Eingangsvariablen in ein zur Weiterverarbeitung bestimmtes Signal   | Sensor, Mikrophon, Messwandler, Messwiderstand, Videokamera, Näherungsschalter, thermisches Überlastrelais, Motorschutzrelais, Bewegungsmelder                             |
| C             | Speichern von Energie, Information, Material   | Kondensator, Festplatte, Pufferbatterie, RAM, ROM, Puffer, Magnetband-Aufzeichnungsgerät, Chipkarte, Diskette, Diskettenlaufwerk, CD-ROM-Laufwerk                          |
| E             | Bereitstellung von Strahlung oder Wärmeenergie   | Glühlampe, Leuchtstofflampe, Heizkörper, Glühofen, Warmwasserspeicher, Laser, Leuchte, Kühlschrank   |
| F             | Direkter (selbsttätiger) Schutz eines Energieflusses oder Signalfusses vor unerwünschten Zuständen, einschließlich der Ausrüstung für Schutzzwecke | Schmelzsicherung, Leitungsschutzschalter, RCD, thermischer Überlastauslöser, Überspannungsableiter, faradayscher Käfig, Abschirmung, Schutzvorrichtung                     |
| G             | Erzeugen eines Energieflusses oder Materialflusses oder von Signalen, die als Informationsträger verwendet werden                                  | Generator, Batterie, Pumpe, Ventilator, Lüfter, Stromversorgungseinheit, Solarzelle, Brennstoffzelle, Ventilator, Hebezeuge, Fördereinrichtung                             |
| K             | Verarbeitung (Empfang, Verarbeitung und Bereitstellung) von Signalen oder Informationen (aber nicht Objekte für Schutzzwecke, Kennbuchstabe F)     | Hilfsschütz, Transistor, Zeitrelais, Verzögerungsglied, Binärelement, Regler, Filter, Operationsverstärker, Mikroprozessor, Mikrocontroller, Zähler, Multiplexer, Computer |
| M             | Bereitstellung von mechanischer Energie für Antriebszwecke   | Elektromotor, Linearmotor, Verbrennungsmotor, Turbine, Hubmagnet, Stellantrieb   |
| P             | Darstellung von Informationen  | Messinstrumente, Messgeräte, Klingel, Lautsprecher, Signallampe, LED, LCD, Drucker, Manometer, Uhr, elektromechanische Anzeige, Bildschirmgerät                            |

|   |   |  |
|---|---|--|
| Q | Kontrolliertes Schalten eines Energieflusses, Signalfusses oder Materialflusses   | Leistungsschalter, Leistungsschütz, Motoranlasser, Thyristor, Leistungs transistor, IGBT, Motorstarter, Bremse, Stellventil, Kupplung, Trennschalter |
| R | Begrenzung oder Stabilisierung von Energiefluss, Signalfuss oder Materialfluss  | Widerstand, Drosselspule, Diode, Z-Diode, Rückschlagventil, Schaltung zur Spannungsstabilisierung oder zur Stromstabilisierung, Konstanthalter       |
| S | Umwandeln einer manuellen Betätigung in ein Signal zur Weiterverarbeitung   | Steuerschalter, Tastatur, Maus, Taster, Wahlschalter, Quittierschalter, Lichtgriffel   |
| T | Umwandlung von Energie oder eines Signals unter Beibehaltung der Energieart oder der Information. Verändern der Form eines Materials. | Leistungstransformator, Gleichrichter, Modulator, Demodulator, AC-Umsetzer, DC-Umsetzer, Frequenzumformer, Verstärker, Antenne, Telefonapparat       |
| U | Halten von Objekten in definierter Lage   | Isolator, Kabelwanne, Mast, Spannvorrichtung, Fundament, Montagegestell  |
| V | Verarbeitung von Materialien oder Produkten   | Rauchgasfilter, Staubsauger, Waschmaschine, Zentrifuge, Drehmaschine   |
| W | Leiten von Energie oder Signalen  | Leiter, Leitung, Kabel, Lichtwellenleiter, Busleitung, Systembus, Sammelschiene  |
| X | Verbinden von Objekten  | Steckdose, Klemme, Kupplung, Steckverbinder, Klemmleiste   |

2.5 Schaltungsunterlagen der Energietechnik

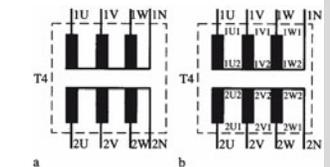
DIN EN ISO 128

Für A4- und A3-Formate ist die Linienbreite 0,5 mm günstig.



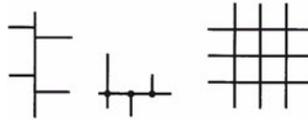
Kennzeichnung der Anschlussstellen von Betriebsmitteln

Anschlussnummerierung mehrpoliger Betriebsmittel (allgemein)

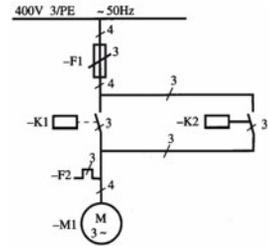


Anschlusskennzeichnung von Drehstrommotoren

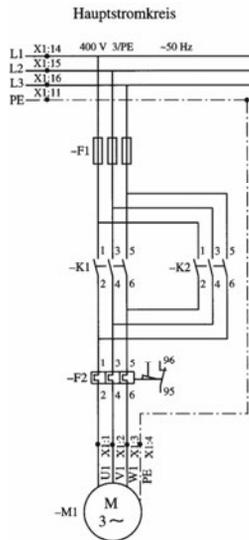
Anschlusskennzeichnung von Drehstromtransformatoren



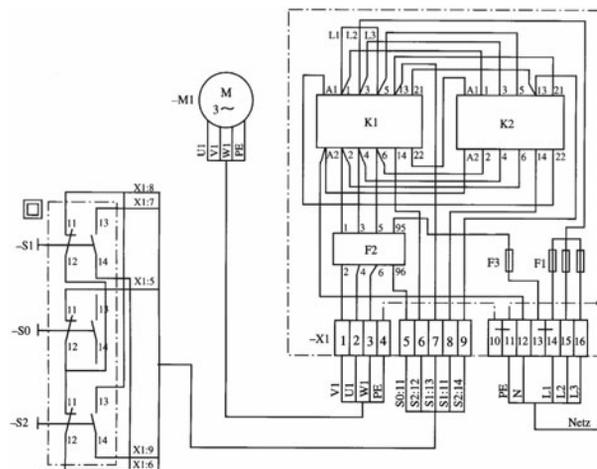
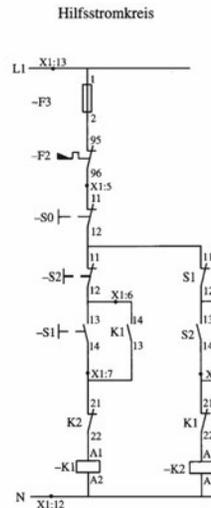
Leitungsverbindungen mit/ohne Klemmpunkt



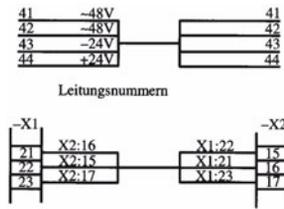
Übersichtsschaltplan (engl.: *block diagram*) einer Wendeschützschaltung



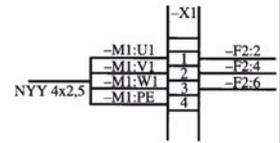
Stromlaufpläne (engl.: *circuit diagram*) in aufgelöster Darstellung für Haupt- und Hilfsstromkreis



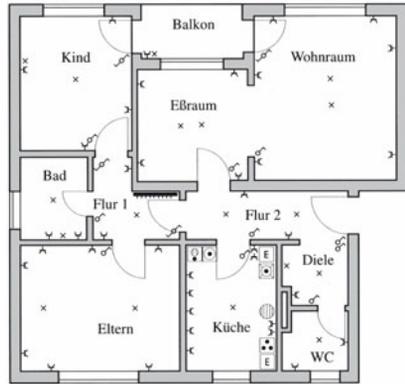
Verdrahtungsplan (engl.: *wiring diagrams*) einer Wendeschützschaltung



Kennzeichnung von Verbindungsleitungen mit a) Leitungsnummern oder b) Zielbezeichnungen

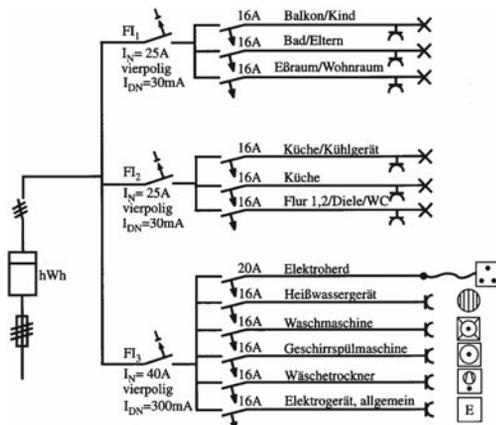


Anschlussplan der Klemmleiste X1



Elektro-Installationsplan einer Wohnung

Der Elektro-Installationsplan zeigt für eine Wohnung mehrere Installationsbereiche nach VDE 0100. DIN 18015 Teil 1 legt sowohl Installationszonen als auch die Leitungsführung und die räumliche Lage der meisten Betriebsmittel fest.



Übersichtsplan zum Installationsplan

Im Übersichtsplan werden die Stromkreise festgelegt und die Nennwerte der Betriebsmittel eingetragen. Nach DIN 57100/VDE 0100 ergibt sich auch die Verwendung entsprechender Leitungen und Schutzmaßnahmen, z. B. FI-Schutzschalter oder selektiver Hauptleitungsschutzschalter.

## 1 Grundlagen

### 1.1 Begriffe

#### Digitaltechnik

Die Digitaltechnik verarbeitet physikalische Größen in stufiger Form. Vorzugsweise werden zweistufige Systeme eingesetzt.

#### Binäres System

Ein- und Ausgangssignale digitaler Schaltungen können nur zwei mögliche stabile Zustände annehmen. Die binären Zustände sind zwei Spannungsbereichen (Pegeln) zugeordnet.

Mit H (HIGH) wird der Pegel bezeichnet, der näher an plus unendlich liegt und mit L (LOW) der Pegel, der näher an minus unendlich liegt. Die genauen Pegelwerte sind durch die angewandte Technologie festgelegt.

#### Zweiwertige Logik

Eine Variable kann nur die logischen Werte „0“ und „1“ annehmen.

| Zuordnung der Pegel zu logischen Werten | Positive Logik |                | Negative Logik |                |
|---|----------------|----------------|----------------|----------------|
|   | Pegel          | Logischer Wert | Pegel          | Logischer Wert |
|   | H              | 1              | H              | 0              |
|   | L              | 0              | L              | 1              |

#### Informationseinheiten

|   |                           |                                   |                                      |
|---|---------------------------|-----------------------------------|--------------------------------------|
| 1 Bit ist die kleinste Informationseinheit. Ein Bit kann „1“ oder „0“ sein. | 1 Byte = 8 Bit            | 1 kByte = $2^{10}$ Bit = 1024 Bit | 1 MByte = $2^{20}$ Bit = 1048576 Bit |
| 1 Tetrade (1 Nibble)  | 1 Wort                    |                                   |                                      |
| Gruppe aus 4 Bit  | Gruppe aus 8 Bit (1 Byte) |                                   |                                      |

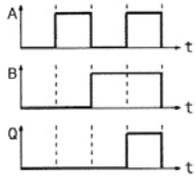
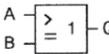
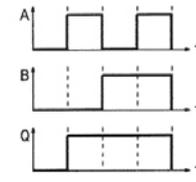
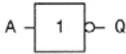
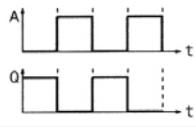
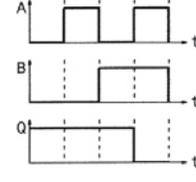
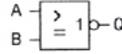
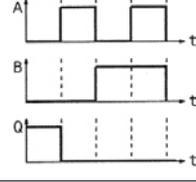
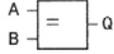
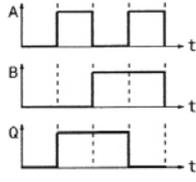
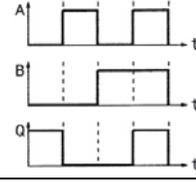
#### Symbole für Grundverknüpfungen

| UND      | $\wedge$         | *           | ODER | $\vee$         | +           | NICHT | /        |
|----------|------------------|-------------|------|----------------|-------------|-------|----------|
| Beispiel | $Q = A \wedge B$ | $Q = A * B$ |      | $Q = A \vee B$ | $Q = A + B$ |       | $Q = /A$ |

#### Funktionskennzeichen

| Zeichen   | &               |              | =1             | $\Sigma$     | COMP       | CTR    | DIV    |
|-----------|-----------------|--------------|----------------|--------------|------------|--------|--------|
| Bedeutung | UND             |              | Exklusiv ODER  | Summierer    | Komparator | Zähler | Teiler |
| Zeichen   | SRG             | MUX          | DX             | P-Q          |            |        |        |
| Bedeutung | Schieberegister | Multi-plexer | Demulti-plexer | Subtrahierer |            |        |        |

## 1.2 Grundverknüpfungen

| Verknüpfung       | Schaltzeichen nach DIN 40 900   | Wertetabelle  | Impulszeitplan | Funktionsgleichung |   |   |   |   |   |              |   |   |   |   |   |   |   |   |                        |
|-------------------|---|---|----------------|--------------------|---|---|---|---|---|--------------|---|---|---|---|---|---|---|---|------------------------|
| UND               |    | <table border="1"> <thead> <tr> <th>B</th> <th>A</th> <th>Q</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> </tbody> </table> | B              | A                  | Q | 0 | 0 | 0 | 0   | 1            | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |    | $Q = A \wedge B$       |
| B                 | A   | Q   |                |                    |   |   |   |   |   |              |   |   |   |   |   |   |   |   |                        |
| 0                 | 0   | 0   |                |                    |   |   |   |   |   |              |   |   |   |   |   |   |   |   |                        |
| 0                 | 1   | 0   |                |                    |   |   |   |   |   |              |   |   |   |   |   |   |   |   |                        |
| 1                 | 0   | 0   |                |                    |   |   |   |   |   |              |   |   |   |   |   |   |   |   |                        |
| 1                 | 1   | 1   |                |                    |   |   |   |   |   |              |   |   |   |   |   |   |   |   |                        |
| ODER              |    | <table border="1"> <thead> <tr> <th>B</th> <th>A</th> <th>Q</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> </tbody> </table> | B              | A                  | Q | 0 | 0 | 0 | 0   | 1            | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |    | $Q = A \vee B$         |
| B                 | A   | Q   |                |                    |   |   |   |   |   |              |   |   |   |   |   |   |   |   |                        |
| 0                 | 0   | 0   |                |                    |   |   |   |   |   |              |   |   |   |   |   |   |   |   |                        |
| 0                 | 1   | 1   |                |                    |   |   |   |   |   |              |   |   |   |   |   |   |   |   |                        |
| 1                 | 0   | 1   |                |                    |   |   |   |   |   |              |   |   |   |   |   |   |   |   |                        |
| 1                 | 1   | 1   |                |                    |   |   |   |   |   |              |   |   |   |   |   |   |   |   |                        |
| NICHT             |    | <table border="1"> <thead> <tr> <th>A</th> <th>Q</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td></tr> </tbody> </table>  | A              | Q                  | 0 | 1 | 1 | 0 |  | $Q = \neg A$ |   |   |   |   |   |   |   |   |                        |
| A                 | Q   |   |                |                    |   |   |   |   |   |              |   |   |   |   |   |   |   |   |                        |
| 0                 | 1   |   |                |                    |   |   |   |   |   |              |   |   |   |   |   |   |   |   |                        |
| 1                 | 0   |   |                |                    |   |   |   |   |   |              |   |   |   |   |   |   |   |   |                        |
| NAND              |    | <table border="1"> <thead> <tr> <th>B</th> <th>A</th> <th>Q</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr> </tbody> </table> | B              | A                  | Q | 0 | 0 | 1 | 0   | 1            | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |   | $Q = \neg(A \wedge B)$ |
| B                 | A   | Q   |                |                    |   |   |   |   |   |              |   |   |   |   |   |   |   |   |                        |
| 0                 | 0   | 1   |                |                    |   |   |   |   |   |              |   |   |   |   |   |   |   |   |                        |
| 0                 | 1   | 1   |                |                    |   |   |   |   |   |              |   |   |   |   |   |   |   |   |                        |
| 1                 | 0   | 1   |                |                    |   |   |   |   |   |              |   |   |   |   |   |   |   |   |                        |
| 1                 | 1   | 0   |                |                    |   |   |   |   |   |              |   |   |   |   |   |   |   |   |                        |
| NOR               |  | <table border="1"> <thead> <tr> <th>B</th> <th>A</th> <th>Q</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr> </tbody> </table> | B              | A                  | Q | 0 | 0 | 1 | 0   | 1            | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |  | $Q = \neg(A \vee B)$   |
| B                 | A   | Q   |                |                    |   |   |   |   |   |              |   |   |   |   |   |   |   |   |                        |
| 0                 | 0   | 1   |                |                    |   |   |   |   |   |              |   |   |   |   |   |   |   |   |                        |
| 0                 | 1   | 0   |                |                    |   |   |   |   |   |              |   |   |   |   |   |   |   |   |                        |
| 1                 | 0   | 0   |                |                    |   |   |   |   |   |              |   |   |   |   |   |   |   |   |                        |
| 1                 | 1   | 0   |                |                    |   |   |   |   |   |              |   |   |   |   |   |   |   |   |                        |
| XOR (Anti-valenz) |  | <table border="1"> <thead> <tr> <th>B</th> <th>A</th> <th>Q</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr> </tbody> </table> | B              | A                  | Q | 0 | 0 | 0 | 0   | 1            | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |  | $Q = A \oplus B$       |
| B                 | A   | Q   |                |                    |   |   |   |   |   |              |   |   |   |   |   |   |   |   |                        |
| 0                 | 0   | 0   |                |                    |   |   |   |   |   |              |   |   |   |   |   |   |   |   |                        |
| 0                 | 1   | 1   |                |                    |   |   |   |   |   |              |   |   |   |   |   |   |   |   |                        |
| 1                 | 0   | 1   |                |                    |   |   |   |   |   |              |   |   |   |   |   |   |   |   |                        |
| 1                 | 1   | 0   |                |                    |   |   |   |   |   |              |   |   |   |   |   |   |   |   |                        |
|                   |   | <table border="1"> <thead> <tr> <th>B</th> <th>A</th> <th>Q</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> </tbody> </table> | B              | A                  | Q | 0 | 0 | 1 | 0   | 1            | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |  | $Q = \neg(A \oplus B)$ |
| B                 | A   | Q   |                |                    |   |   |   |   |   |              |   |   |   |   |   |   |   |   |                        |
| 0                 | 0   | 1   |                |                    |   |   |   |   |   |              |   |   |   |   |   |   |   |   |                        |
| 0                 | 1   | 0   |                |                    |   |   |   |   |   |              |   |   |   |   |   |   |   |   |                        |
| 1                 | 0   | 0   |                |                    |   |   |   |   |   |              |   |   |   |   |   |   |   |   |                        |
| 1                 | 1   | 1   |                |                    |   |   |   |   |   |              |   |   |   |   |   |   |   |   |                        |

### 1.3 Gesetze und Regeln der Schaltalgebra

#### Regeln und Gesetze der Schaltalgebra

Alle Funktionen können durch die drei Grundverknüpfungen NICHT, UND und ODER dargestellt werden. Mit den Regeln und Gesetzen der Schaltalgebra lassen sich Gleichungen umformen und gegebenenfalls vereinfachen.

Die UND-Zeichen können, um Gleichungen übersichtlich zu halten, entfallen. Beispiel:  $A \wedge B \wedge C \vee A \wedge D = A B C \vee A D$

| Vorrangregel  |  |  |
|---|--|--|
| Rangfolge der Operationen , wenn keine Klammern gesetzt sind:<br>1. Negation (NICHT), 2. Konjunktion (UND), 3. Disjunktion (ODER)                                   |  |  |
| Regeln für eine Variable  | Regeln für mehrere Variablen   |  |
| $A \wedge 0 = 0$<br>$A \wedge 1 = A$<br>$A \vee 0 = A$<br>$A \vee 1 = 1$<br>$A \wedge A = A$<br>$A \vee A = A$<br>$A \wedge /A = 0$<br>$A \vee /A = 1$<br>$//A = A$ | <b>Kommutativ-Gesetz</b><br>$A \wedge B \wedge C = C \wedge A \wedge B$<br>$A \vee B \vee C = C \vee A \vee B$   |  |
|   | <b>Assoziativ-Gesetz</b><br>$A \wedge B \wedge C = (A \wedge B) \wedge C = A \wedge (B \wedge C)$<br>$A \vee B \vee C = (A \vee B) \vee C = A \vee (B \vee C)$                                       |  |
|   | <b>Distributiv-Gesetz</b><br>$A \wedge B \vee A \wedge C = A \wedge (B \vee C)$<br>$(A \vee B) \wedge (A \vee C) = A \vee (B \wedge C)$  |  |
|   | <b>De Morgansches Gesetz (Inversionsgesetz)</b><br>$/(A \wedge B) = /A \vee /B$<br>$/(A \vee B) = /A \wedge /B$  |  |
|   | <b>Abgeleitete Regeln</b><br>$A \vee A \wedge B = A$<br>$A \vee (/A \vee B) = A \vee B$<br>$A \wedge (A \vee B) = A$<br>$(A \wedge B) \vee (A \wedge /B) = A$<br>$A \wedge (/A \vee B) = A \wedge B$ |  |

### 1.4 Normalform einer binären Funktion

#### Disjunktive und konjunktive Normalform

In der Schaltalgebra sind die zwei Normalformen disjunktive und konjunktive Normalform gebräuchlich. Als Minterme werden die konjunktiven Verknüpfungen bezeichnet und als Maxterme die disjunktiven Verknüpfungen auf „0“ formuliert.

Bei der disjunktiven Normalform werden die UND-Verknüpfungen (Minterme) über ODER verknüpft.

Bei der konjunktiven Normalform werden die ODER-Verknüpfungen (Maxterme) über UND verknüpft.

**1.5 Ersatz der Grundfunktion durch NAND- und NOR-Technik**

**Ersatz durch NAND oder NOR-Technik**

| Disjunktive Normalform (DNF)  |   |   |   |                        | Konjunktive Normalform (KNF)  |   |   |   |                    |
|---|---|---|---|------------------------|---|---|---|---|--------------------|
| Beispiel:   |   |   |   |                        | Beispiel:   |   |   |   |                    |
| Wertetabelle  |   |   |   | Minterme               | Wertetabelle  |   |   |   | Maxterme           |
| C   | B | A | Q |                        | C   | B | A | Q |                    |
| 0   | 0 | 0 | 0 |                        | 0   | 0 | 0 | 0 | $C \vee B \vee A$  |
| 0   | 0 | 1 | 0 |                        | 0   | 0 | 1 | 0 | $C \vee B \vee /A$ |
| 0   | 1 | 0 | 0 |                        | 0   | 1 | 0 | 0 | $C \vee /B \vee A$ |
| 0   | 1 | 1 | 1 | $/C \wedge B \wedge A$ | 0   | 1 | 1 | 1 |                    |
| 1   | 0 | 0 | 0 |                        | 1   | 0 | 0 | 0 | $/C \vee B \vee A$ |
| 1   | 0 | 1 | 1 | $C \wedge /B \wedge A$ | 1   | 0 | 1 | 1 |                    |
| 1   | 1 | 0 | 1 | $C \wedge B \wedge /A$ | 1   | 1 | 0 | 1 |                    |
| 1   | 1 | 1 | 1 | $C \wedge B \wedge A$  | 1   | 1 | 1 | 1 |                    |
| Gleichung:  |   |   |   |                        | Gleichung:  |   |   |   |                    |
| $Q = (/C \wedge B \wedge A) \vee (C \wedge /B \wedge A) \vee (C \wedge B \wedge /A) \vee (C \wedge B \wedge A)$ |   |   |   |                        | $Q = (C \vee B \vee A) \wedge (C \vee B \vee /A) \wedge (C \vee /B \vee A) \wedge (/C \vee B \vee A)$ |   |   |   |                    |

Alle Grundfunktionen lassen sich durch NAND oder NOR ersetzen.

| Grundfunktion | Ersatz durch NAND | Ersatz durch NOR |
|---------------|-------------------|------------------|
|               |                   |                  |
|               |                   |                  |
|               |                   |                  |
|               |                   |                  |
|               |                   |                  |

1.6 Schaltungs-  
vereinfachung

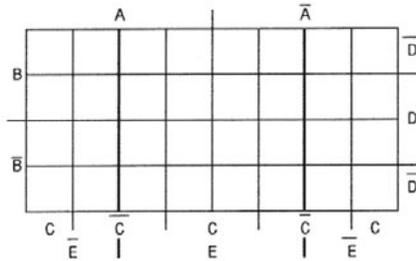
KV-Tabellen

KV-Tabellen sind ein von Karnaugh und Veitch entwickeltes grafisches Verfahren, um logische Schaltungen zu vereinfachen. Die Eingangsvariablen werden so angeordnet, dass jeweils von Zeile zu Zeile und Spalte zu Spalte nur jeweils eine Variable geändert wird. Die Werte der Wertetabelle werden in das entsprechende Feld übertragen. Zur Minimierung werden Felder zu Schleifen oder Blöcken zusammengefasst. Es dürfen immer nur 2, 4, 8..., also  $2^n$  Variable, die waagerecht oder senkrecht nebeneinander benachbart liegen, zu Blöcken zusammengefasst werden. Die Randfelder gelten ebenfalls als benachbart. Die in den Schleifen liegenden Variablen sind UND-verknüpft und die einzelnen Blöcken untereinander ODER-verknüpft.

| KV-Diagramm für 2 Variable |   |   |   |             |
|----------------------------|---|---|---|-------------|
| Wertetabelle               |   |   |   | KV-Diagramm |
| Zeile                      |   |   | B | A           |
| 0                          |   |   | 0 | 0           |
| 1                          |   |   | 0 | 1           |
| 2                          |   |   | 1 | 0           |
| 3                          |   |   | 1 | 1           |
|                            |   |   |   |             |
| KV-Diagramm für 3 Variable |   |   |   |             |
| Wertetabelle               |   |   |   | KV-Diagramm |
| Zeile                      |   | C | B | A           |
| 0                          |   | 0 | 0 | 0           |
| 1                          |   | 0 | 0 | 1           |
| 2                          |   | 0 | 1 | 0           |
| 3                          |   | 0 | 1 | 1           |
| 4                          |   | 1 | 0 | 0           |
| 5                          |   | 1 | 0 | 1           |
| 6                          |   | 1 | 1 | 0           |
| 7                          |   | 1 | 1 | 1           |
|                            |   |   |   |             |
| KV-Diagramm für 4 Variable |   |   |   |             |
| Wertetabelle               |   |   |   | KV-Diagramm |
| Zeile                      | D | C | B | A           |
| 0                          | 0 | 0 | 0 | 0           |
| 1                          | 0 | 0 | 0 | 1           |
| 2                          | 0 | 0 | 1 | 0           |
| 3                          | 0 | 0 | 1 | 1           |
| 4                          | 0 | 1 | 0 | 0           |
| 5                          | 0 | 1 | 0 | 1           |
| 6                          | 0 | 1 | 1 | 0           |
| 7                          | 0 | 1 | 1 | 1           |
| 8                          | 1 | 0 | 0 | 0           |
| 9                          | 1 | 0 | 0 | 1           |
| 10                         | 1 | 0 | 1 | 0           |
| 11                         | 1 | 0 | 1 | 1           |
| 12                         | 1 | 1 | 0 | 0           |
| 13                         | 1 | 1 | 0 | 1           |
| 14                         | 1 | 1 | 1 | 0           |
| 15                         | 1 | 1 | 1 | 1           |
|                            |   |   |   |             |

KV-Diagramm für 5 Variable

KV-Diagramm



## 2 Zahlen in Rechenanlagen

### 2.1 Zahlensysteme

Zahlen  
Dualzahlen  
Dezimalzahlen  
Hexadezimalzahlen  
Umwandlung von  
Zahlensystemen

| Zahlen   |                 |             | Umwandlung von Zahlensystemen   |
|----------|-----------------|-------------|---|
| Dualzahl | Hexadezimalzahl | Dezimalzahl |   |
| 0000     | 0               | 0           | Beispiel: Dezimal → Binär   |
| 0001     | 1               | 1           | Beispiel:<br>$29 / 2 = 14$ Rest 1   |
| 0010     | 2               | 2           | Wertigkeit: $2^0$   |
| 0011     | 3               | 3           | $14 / 2 = 7$ Rest 0   |
| 0100     | 4               | 4           | $7 / 2 = 3$ Rest 1  |
| 0101     | 5               | 5           | $3 / 2 = 1$ Rest 1  |
| 0110     | 6               | 6           | $1 / 2 = 0$ Rest 1  |
| 0111     | 7               | 7           | $29 = 11101$  |
| 1000     | 8               | 8           | Nachkommastellen:   |
| 1001     | 9               | 9           | Beispiel: Binär → Dezimal   |
| 1010     | A               | 10          | Beispiel:<br>$0,625 * 2 = 1,25$   |
| 1011     | B               | 11          | Wertigkeit: $2^{-1}$  |
| 1100     | C               | 12          | $0,25 * 2 = 0,5$  |
| 1101     | D               | 13          | $0,5 * 2 = 1$   |
| 1110     | E               | 14          | $0,625 = 0,101$   |
| 1111     | F               | 15          | Beispiel: Binär → Dezimal   |
|          |                 |             | Beispiel:<br>$11101 = 1 * 2^4 + 1 * 2^3 +$<br>$1 * 2^2 + 0 * 2^1$<br>$+ 1 * 2^0 = 29$ |
|          |                 |             | $0,101 = 1 * 2^{-1} + 0 * 2^{-2} +$<br>$1 * 2^{-3}$                                   |

**2.2 Rechnen mit Dualzahlen**

**Addition**

|  |  |
|--|--|
| Beispiel<br>$\begin{array}{r} A = 67 = 1000011 \\ + B = 33 = 0100001 \\ \hline \phantom{A = 67 = 1000011} \phantom{+ B = 33 = 0100001} 1 \text{ Übertrag} \\ \hline S = 100 = 1100100 \end{array}$ | Addition von Dualzahlen<br>$\begin{array}{l} 0 + 0 = 0 \\ 1 + 0 = 1 \\ 0 + 1 = 1 \\ 1 + 1 = 0 \text{ und Übertrag } 1 \end{array}$ |
|--|--|

**Subtraktion**

|  |   |
|--|---|
| Beispiel<br>$\begin{array}{r} A = 67 = 1000011 \\ - B = 33 = 0100001 \\ \hline \phantom{A = 67 = 1000011} \phantom{- B = 33 = 0100001} 1 \text{ Übertrag} \\ \hline D = 34 = 01000010 \end{array}$ | Subtraktion von Dualzahlen<br>$\begin{array}{l} 0 - 0 = 0 \\ 1 - 0 = 1 \\ 0 - 1 = 1 \\ 1 - 1 = 0 \end{array}$ |
|--|---|

**Multiplikation**

|  |   |
|--|---|
| Beispiel<br>$\begin{array}{r} A = 13; B = 3 \\ \phantom{A = 13; B = 3} 1101 * 0011 \\ \hline \phantom{A = 13; B = 3} \phantom{1101 * 0011} 0000 \\ \phantom{A = 13; B = 3} \phantom{1101 * 0011} 0000 \\ \phantom{A = 13; B = 3} \phantom{1101 * 0011} 1101 \\ \phantom{A = 13; B = 3} \phantom{1101 * 0011} 1101 \\ \hline A * B = 39 = 100111 \end{array}$ | Multiplikation<br>$\begin{array}{l} 0 * 0 = 0 \\ 1 * 0 = 0 \\ 0 * 1 = 0 \\ 1 * 1 = 1 \end{array}$ |
|--|---|

**Division**

|  |   |
|--|---|
| Beispiel<br>$\begin{array}{r} A = 44; B = 4; A : B = 11 \\ 101100 : 100 = 1011 \\ \hline - 100 \\ \hline \phantom{101100 : 100 = 1011} 110 \\ \phantom{101100 : 100 = 1011} - 100 \\ \hline \phantom{101100 : 100 = 1011} 100 \\ \phantom{101100 : 100 = 1011} - 100 \\ \hline \phantom{101100 : 100 = 1011} 0000 \end{array}$ | Division<br>$\begin{array}{l} 0 : 0 = 0 \\ 1 : 0 = 0 \\ 0 : 1 = 0 \\ 1 * 1 = 1 \end{array}$ |
|--|---|

**2.3 Darstellung im Einer- und Zweierkomplement**

**Einerkomplement  
Zweierkomplement**

Bei den Dualzahlen erhält man das Einerkomplement der Zahl durch Invertierung aller Stellen. Das Zweierkomplement wird durch Addition des Einerkomplements mit „1“ gebildet. Negative Zahlen werden oft im Zweierkomplement dargestellt.

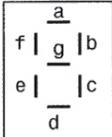
|                   |                 |   |
|-------------------|-----------------|---|
| Beispiel:         |                 |   |
| Dualzahl          | Einerkomplement | Zweierkomplement  |
| $2_{10} = 0010_2$ | 1101            | $\begin{array}{r} 1101 \\ + \phantom{00} 1 \\ \hline 1110_2 = -2 \end{array}$ |

## 3 Codes

Dual-Code  
BCD-Code  
3-Excess-Code  
Aiken-Code  
Gray-Code  
7-Segment-Code

Codes sind eindeutige Zuordnungen eines Zeichenvorrates zu den Zeichen des anderen Zeichenvorrates

| Dezimalzahl | Dual-Code | Dezimalzahl     | BCD-Code | Dezimalzahl     | 3-Excess-Code | Dezimalzahl     | Aiken-Code |
|-------------|-----------|-----------------|----------|-----------------|---------------|-----------------|------------|
| 0           | 0000      | 0               | 0000     | Pseudo-Tetraden |               | 0               | 0000       |
| 1           | 0001      | 1               | 0001     |                 |               | 1               | 0001       |
| 2           | 0010      | 2               | 0010     |                 |               | 2               | 0010       |
| 3           | 0011      | 3               | 0011     | 0               | 0011          | 3               | 0011       |
| 4           | 0100      | 4               | 0100     | 1               | 0100          | 4               | 0100       |
| 5           | 0101      | 5               | 0101     | 2               | 0101          | Pseudo-Tetraden |            |
| 6           | 0110      | 6               | 0110     | 3               | 0110          |                 |            |
| 7           | 0111      | 7               | 0111     | 4               | 0111          |                 |            |
| 8           | 1000      | 8               | 1000     | 5               | 1000          |                 |            |
| 9           | 1001      | 9               | 1001     | 6               | 1001          |                 |            |
| 10          | 1010      | Pseudo-Tetraden |          | 7               | 1010          |                 |            |
| 11          | 1011      |                 |          | 8               | 1011          | 5               | 1011       |
| 12          | 1100      |                 |          | 9               | 1100          | 6               | 1100       |
| 13          | 1101      |                 |          | Pseudo-Tetraden |               | 7               | 1101       |
| 14          | 1110      |                 |          |                 |               | 8               | 1110       |
| 15          | 1111      |                 |          |                 |               | 9               | 1111       |

| Dezimalzahl | Gray-Code | Dezimalzahl   | 7-Segment-Code<br>(gemeinsame Katode) |   |   |   |   |   |   |
|-------------|-----------|---|---------------------------------------|---|---|---|---|---|---|
|             |           |   | g                                     | f | e | d | c | b | a |
| 0           | 0000      | 0   | 0                                     | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1           | 0001      | 1   | 0                                     | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 2           | 0011      | 2   | 0                                     | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 3           | 0010      | 3   | 1                                     | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 4           | 0110      | 4   | 1                                     | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 5           | 0111      | 5   | 1                                     | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 6           | 0101      | 6   | 1                                     | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 7           | 0100      | 7   | 0                                     | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 8           | 1100      | 8   | 1                                     | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 9           | 1101      | 9   | 1                                     | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 10          | 1111      |  |                                       |   |   |   |   |   |   |
| 11          | 1110      |   |                                       |   |   |   |   |   |   |
| 12          | 1010      |   |                                       |   |   |   |   |   |   |
| 13          | 1011      |   |                                       |   |   |   |   |   |   |
| 14          | 1001      |   |                                       |   |   |   |   |   |   |
| 15          | 1000      |   |                                       |   |   |   |   |   |   |

Zuordnung der Segmente bei einer 7-Segment-Anzeige

**ASCII-Code**

| ASCII-Code (American Standard Code of Information Interchange) |      |      |      |      |      |      |      |      |
|--|------|------|------|------|------|------|------|------|
| Dual   | 0000 | 0001 | 0010 | 0011 | 0100 | 0101 | 0110 | 0111 |
| 0000   | NUL  | DLE  |      | 0    | @    | P    | `    | p    |
| 0001   | SOH  | DC1  | !    | 1    | A    | Q    | a    | q    |
| 0010   | STX  | DC2  | „    | 2    | B    | R    | b    | r    |
| 0011   | ETX  | DC3  | #    | 3    | C    | S    | c    | s    |
| 0100   | EOT  | DC4  | \$   | 4    | D    | T    | d    | t    |
| 0101   | ENQ  | NAK  | %    | 5    | E    | U    | e    | u    |
| 0110   | ACK  | SYN  | &    | 6    | F    | V    | f    | v    |
| 0111   | BEL  | ETB  |      | 7    | G    | W    | g    | w    |
| 1000   | BS   | CAN  | (    | 8    | H    | X    | h    | x    |
| 1001   | HT   | EM   | )    | 9    | I    | Y    | i    | y    |
| 1010   | LF   | SUB  | *    | :    | J    | Z    | j    | z    |
| 1011   | VT   | ESC  | +    | ;    | K    | [    | k    | {    |
| 1100   | FF   | FS   | ,    |      | L    | \    | l    |      |
| 1101   | CR   | GS   | -    |      | M    | ]    | m    | }    |
| 1110   | SO   | RS   | .    |      | N    |      | n    | ~    |
| 1111   | SI   | Us   | /    | ?    | O    | _    | o    | DEL  |

| Bedeutung der Abkürzungen                      |   |  |
|--|---|--|
| NUL (nil, Null Füllzeichen)                    | LF (line feed, Zeilenvorschub)                | NAK (negativ acknowledge, Rückmeldung)           |
| SOH (start of heading, Kopfanfang)             | VT (vertical tabulation, Vertikaltabulator)   | SYN (synchronus idle, Synchronisation)           |
| STX (start of text, Textanfang)                | FF (form feed, Formularvorschub)              | ETB (end of transmission, Datenübertragungsende) |
| ETX (end of text, Textende)                    | CR (carriage return, Wagenrücklauf)           | CAN (cancel, Abbruch)                            |
| EOT (end of transmission, Aufzeichnungsende)   | SO (shift out, Umschaltung von Codetabellen)  | EM (end of medium, Aufzeichnungsende)            |
| ENQ (enquire, Anfrage)                         | SI (shift in, Rückschaltung zum Standardcode) | SUB (substitution, Austausch)                    |
| ACK (acknowledge, Rückmeldung)                 | DLE (data line escape, Datenumschaltung)      | ESC (escape, Umschaltung)                        |
| BEL (bell, Klingel)                            | DC1 (device control 1, Gerätesteuerung 1)     | FS (file separator, Gruppentrenner)              |
| BS (backspace, Rückschritt)                    | DC2 (device control 2, Gerätesteuerung 2)     | GS (group separator, Gruppentrenner)             |
| HT horizontal tabulation, Horizontaltabulator) | DC3 (device control 3, Gerätesteuerung 3)     | RS (record separator, Gruppentrenner)            |
|  |   | Us (nit separator, Gruppentrenner)               |

**Datentechnik**  
Digitale Grundschaltungen

**4 Digitale Grundschaltungen**

**4.1 Schaltnetze**

Die Ausgangsvariable ist eindeutig durch die Eingangsvariablen bestimmt. Die Schaltung besitzt keinen Variablenspeicher.

**Halbaddierer**

| Schaltung aus Grundverknüpfungen | Wertetabelle  | Schaltzeichen |    |   |    |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |
|----------------------------------|---|---------------|----|---|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|--|
|                                  | <table border="1"> <thead> <tr> <th>B</th> <th>A</th> <th>S</th> <th>CO</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>1</td> <td>1</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>1</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> </tbody> </table> | B             | A  | S | CO | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |  |
| B                                | A   | S             | CO |   |    |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |
| 0                                | 0   | 0             | 0  |   |    |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |
| 0                                | 1   | 1             | 0  |   |    |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |
| 1                                | 0   | 1             | 0  |   |    |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |
| 1                                | 1   | 0             | 1  |   |    |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |

**Volladdierer**

| Schaltung aus 2 Halbaddierern | Wertetabelle  | Schaltzeichen |   |    |   |    |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |
|-------------------------------|---|---------------|---|----|---|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|--|
|                               | <table border="1"> <thead> <tr> <th>CI</th> <th>B</th> <th>A</th> <th>S</th> <th>CO</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>1</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>1</td> <td>1</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>1</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>1</td> <td>1</td> <td>1</td> <td>1</td> </tr> </tbody> </table> | CI            | B | A  | S | CO | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |  |
| CI                            | B   | A             | S | CO |   |    |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |
| 0                             | 0   | 0             | 0 | 0  |   |    |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |
| 0                             | 0   | 1             | 1 | 0  |   |    |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |
| 0                             | 1   | 0             | 1 | 0  |   |    |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |
| 0                             | 1   | 1             | 0 | 1  |   |    |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |
| 1                             | 0   | 0             | 1 | 0  |   |    |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |
| 1                             | 0   | 1             | 0 | 1  |   |    |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |
| 1                             | 1   | 0             | 0 | 1  |   |    |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |
| 1                             | 1   | 1             | 1 | 1  |   |    |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |

**Decoder  
(1 aus 4-Decoder)**

| Schaltung aus Grundverknüpfungen | Wertetabelle   | Schaltzeichen |    |    |    |    |    |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |
|----------------------------------|--|---------------|----|----|----|----|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|--|
|                                  | <table border="1"> <thead> <tr> <th>B</th> <th>A</th> <th>Q0</th> <th>Q1</th> <th>Q2</th> <th>Q3</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>1</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> </tbody> </table> | B             | A  | Q0 | Q1 | Q2 | Q3 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |  |
| B                                | A  | Q0            | Q1 | Q2 | Q3 |    |    |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |
| 0                                | 0  | 1             | 0  | 0  | 0  |    |    |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |
| 0                                | 1  | 0             | 1  | 0  | 0  |    |    |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |
| 1                                | 0  | 0             | 0  | 1  | 0  |    |    |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |
| 1                                | 1  | 0             | 0  | 0  | 1  |    |    |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |

**Komparator**

| Schaltzeichen | Wertetabelle  | Schaltung |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |
|---------------|---|-----------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|--|
|               | <table border="1"> <thead> <tr> <th>B</th> <th>A</th> <th>Q</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>1</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>1</td> <td>1</td> </tr> </tbody> </table> | B         | A | Q | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |  |
| B             | A   | Q         |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |
| 0             | 0   | 1         |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |
| 0             | 1   | 0         |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |
| 1             | 0   | 0         |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |
| 1             | 1   | 1         |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |

**Multiplexer**

Multiplexer schalten die Eingangsinformation unterschiedlicher Quellen auf einen Ausgang.

| Schaltung | Schaltzeichen  |
|-----------|--|
|           |  |
| Gleichung | $D = /A0 /A1 D0 \vee A0 /A1 D1 \vee /A0 A1 D2 \vee A0 A1 D3$ |

**Demultiplexer**

Demultiplexer schalten eine Eingangsinformation auf unterschiedliche Ausgänge.

| Schaltung   | Schaltzeichen  |
|-------------|--|
|             |  |
| Gleichungen | $D0 = /A0 /A1; D1 = A0 /A1; D2 = /A0 A1; D3 = A0 A1$ |

**4.2 Schaltwerke**

**4.2.1 Allgemein**

**Definition taktflanken-gesteuert taktzustands-gesteuert Master-Slave**

Schaltwerke sind Schaltnetze mit einem Speicherverhalten. Die Ausgangsvariable hängt von den Eingangsvariablen und vom vorherigen Schaltzustand eines Flipflops ab.

| Steuerung  | Steuerungsprinzip             | Eingangsdarstellung |
|--|-------------------------------|---------------------|
| Das Eingangssignal wird während des anstehenden Pegels des Taktsignals verarbeitet.      | taktzustands-gesteuert        |                     |
| Das Eingangssignal wird nur während der ansteigenden Flanke des Taktsignals verarbeitet. | taktflankengesteuert<br>L → H |                     |

**Datentechnik**  
Digitale Grundschaltungen

| Steuerung   | Steuerungsprinzip             | Eingangsdarstellung |
|---|-------------------------------|---------------------|
| Das Eingangssignal wird nur während der abfallenden Flanke des Taktsignals verarbeitet.   | taktflankengesteuert<br>H → L |                     |
| Das Eingangssignal wird nur während der ansteigenden Flanke des Taktsignals zum Master gespeichert und bei abfallender Flanke dem Slave übergeben | Master-Slave<br>L → H; H → L  |                     |

4.2.2 Flip-Flops

Grund-Flipflop

| Flip-Flops |              |   |   |    |
|------------|--------------|---|---|----|
| Schaltung  | Wertetabelle |   |   |    |
|            | A            | B | Q | /Q |
|            | 0            | 0 | 1 | 1  |
|            | 0            | 1 | 1 | 0  |
|            | 1            | 0 | 0 | 1  |
|            | 1            | 1 | 0 | 1  |

RS-Flipflop

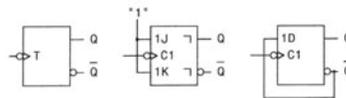
| Schaltung | Wertetabelle |   |   |    | Schaltzeichen |
|-----------|--------------|---|---|----|---------------|
|           | S            | R | Q | /Q |               |
|           | 0            | 0 | 1 | 1  |               |
|           | 0            | 1 | 1 | 0  |               |
|           | 1            | 0 | 0 | 1  |               |
|           | 1            | 1 | 0 | 1  |               |

T-Flipflop

| Impulsdiagramm | Wertetabelle |   |    | Schaltzeichen |
|----------------|--------------|---|----|---------------|
|                | Takt         | Q | /Q |               |
|                | 0            | 0 | 1  |               |
|                | 1            | 1 | 0  |               |
|                | 2            | 0 | 1  |               |

Schaltungen mit gleicher Funktion

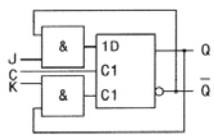
Funktionsgleiche Flipflops



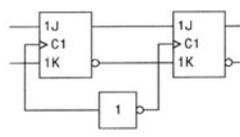
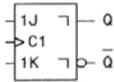
D-Flipflop

| Schaltung | Wertetabelle |   |   |    | Schaltzeichen |
|-----------|--------------|---|---|----|---------------|
|           | C            | D | Q | /Q |               |
|           | 0            | 0 | Q | /Q |               |
|           | 0            | 1 | Q | /Q |               |
|           | 1            | 0 | 0 | 1  |               |
|           | 1            | 1 | 1 | 1  |               |

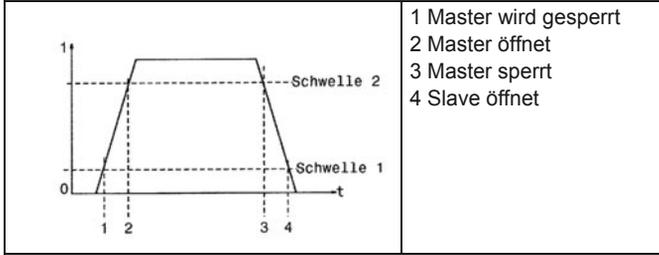
**JK-Flipflop**

| Schaltung   | Wertetabelle  | Schaltzeichen |    |   |    |   |   |   |    |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |         |  |  |
|---|---|---------------|----|---|----|---|---|---|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---------|--|--|
|  | <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>J</td><td>K</td><td>Q</td><td>/Q</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>Q</td><td>/Q</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td colspan="2">toggeln</td></tr> </table> | J             | K  | Q | /Q | 0 | 0 | Q | /Q | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | toggeln |  |  |
| J   | K   | Q             | /Q |   |    |   |   |   |    |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |         |  |  |
| 0   | 0   | Q             | /Q |   |    |   |   |   |    |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |         |  |  |
| 0   | 1   | 0             | 1  |   |    |   |   |   |    |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |         |  |  |
| 1   | 0   | 0             | 1  |   |    |   |   |   |    |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |         |  |  |
| 1   | 1   | toggeln       |    |   |    |   |   |   |    |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |         |  |  |

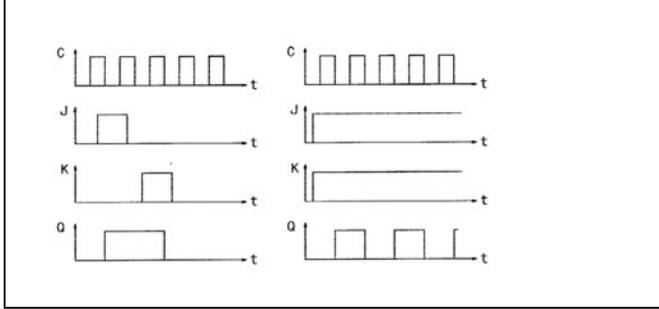
**MS-JK-Flipflop**

| Schaltung   | Wertetabelle  | Schaltzeichen |               |              |               |    |    |   |    |   |   |             |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |         |  |  |
|---|---|---------------|---------------|--------------|---------------|----|----|---|----|---|---|-------------|--|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---------|--|--|
|  | <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <th colspan="2"></th> <th>vor dem Takt</th> <th>nach dem Takt</th> </tr> <tr> <th>1J</th> <th>1K</th> <th>Q</th> <th>/Q</th> </tr> <tr> <td>0</td> <td>0</td> <td colspan="2">Speicherung</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>1</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>1</td> <td colspan="2">toggeln</td> </tr> </table> |               |               | vor dem Takt | nach dem Takt | 1J | 1K | Q | /Q | 0 | 0 | Speicherung |  | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | toggeln |  |  |
|   |   | vor dem Takt  | nach dem Takt |              |               |    |    |   |    |   |   |             |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |         |  |  |
| 1J  | 1K  | Q             | /Q            |              |               |    |    |   |    |   |   |             |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |         |  |  |
| 0   | 0   | Speicherung   |               |              |               |    |    |   |    |   |   |             |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |         |  |  |
| 1   | 0   | 1             | 0             |              |               |    |    |   |    |   |   |             |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |         |  |  |
| 0   | 1   | 0             | 1             |              |               |    |    |   |    |   |   |             |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |         |  |  |
| 1   | 1   | toggeln       |               |              |               |    |    |   |    |   |   |             |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |         |  |  |

**Zeitverhalten des MS-JK-Flipflops**



**Impulsdiagramm**



**4.2.3 Schieberegister, Zähler, Frequenzteiler**

**Schieberegister**

Ein Schieberegister gibt die gespeicherte Information jeweils mit dem Takt von Flipflop zu Flipflop weiter.

| Schaltung      | Schaltzeichen |
|----------------|---------------|
|                |               |
| Impulsdiagramm |               |
|                |               |

**Zähler**

Bei einem Zähler werden die am Takteingang eingehenden Impulse jeweils addiert (Vorwärtszähler) oder subtrahiert (Rückwärtszähler) und gespeichert. Asynchronzähler verarbeiten die Flipflop-Informationen nacheinander. Synchronzähler besitzen einen gemeinsamen Takteingang für alle Flipflops.

**Asynchroner Dualzähler**

| Asynchroner Dualzähler |               |
|------------------------|---------------|
| Schaltung              | Schaltzeichen |
|                        |               |
| Impulsdiagramm         |               |
|                        |               |

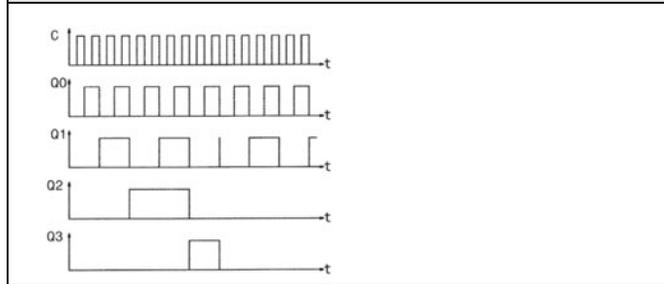
Frequenzteiler

Frequenzteiler teilen die Eingangsfrequenz in einem festen Verhältnis. Da jedes Flipflop eine Frequenzteilung 2:1 erzeugt, lässt sich jeder Asynchronzähler als Teiler benutzen. Im Gegensatz zum Zähler wird nur ein Ausgang genutzt.

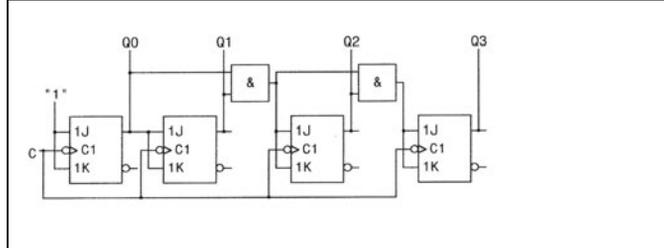
Asynchroner BCD-Zähler

|                        |               |
|------------------------|---------------|
| Asynchroner BCD-Zähler |               |
| Schaltung              | Schaltzeichen |
|                        |               |

Impulsdiagramm BCD-Zähler



Synchroner BCD-Zähler



5 Integrierte Schaltkreise der Digitaltechnik

5.1 Begriffe

IC

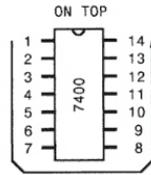
Integrierte Schaltkreise (Integrated Circuit) bestehen mikroelektronischen Schaltungen mit einer Anzahl von Transistorfunktionen, die auf einem Halbleiterkristall (Chip) integriert sind. Über Anschlüsse (Pins) erfolgt die Verbindung zur Schaltung. Digitalschaltungen werden in bipolarer und unipolarer Technik hergestellt.

# Datentechnik

## Integrierte Schaltkreise der Digitaltechnik

### Anschlussbelegung

Digitale ICs werden immer von oben betrachtet. Die Zählrichtung der Pin's erfolgt von oben links (Kennung am Gehäuse) nach oben rechts. Die innere Struktur der Bausteine selbst und die Betriebsspannungsanschlüsse kann den Datenblättern entnommen werden.



IC-Anschlussbelegung

### Grenzdaten

Grenzdaten sind absolute Grenzwerte. Bei Überschreitung dieser Werte kann die integrierte Schaltung zerstört werden.

### Kenndaten

Kenndaten sind Mittelwerte, die durch die Angabe des garantierten Streubereiches (worst case) ergänzt wurden.

### Pegel

In der Digitaltechnik werden Spannungsbereiche bestimmten Pegeln (H oder L) zugeordnet. Die Werte sind von der Technologie abhängig.

### Störsicherheit und Störabstand

| Statische Störsicherheit   | Dynamische Störsicherheit  | Gleichspannungsstörabstand   |
|--|--|--|
| Unter statischer Störsicherheit versteht man die Sicherheit gegen eingekoppelte Störspannungen, deren Einwirkung zeitlich größer als die Gatterlaufzeit ist. | Hierunter versteht man die Sicherheit gegen Störspannungen mit kürzeren Zeiten als die Gatterlaufzeit. | Der Gleichspannungsstörabstand (S) ist der Betrag der Spannungsdifferenz zwischen maximalen Pegeln des angesteuerten Gatters und des steuernden Gatters. |
|  |  | $S_{Low} = U_{IL} - U_{OL}$ $S_{High} = U_{OH} - U_{IH}$   |
| Störabstände   |  |  |

### Gatter

Ein Gatter ist ein Baustein in einem IC mit einer digitalen Grundfunktion (Beispiel: UND-Gatter, Oder-Gatter, NAND-Gatter, NOR-Gatter, Inverter). Ein Leistungsgatter wird Buffer genannt.

### Gatterlaufzeit

Unter Gatterlaufzeit versteht man die mittlere Verzögerungszeit, die nach Änderung des Eingangssignals, die Ausgangssignaländerung hervorruft. Gatterlaufzeiten können zur Impulsbildung geschickt ausgenutzt werden. Unerwünscht können sie aber auch das logische Verhalten verfälschen.

| Zeitabschnitte bei Rechteckspannungen  | Begriffe   | Berechnung der Gatterlaufzeit |
|--|--|-------------------------------|
|  |  | $tpd = \frac{tpLH + tpHL}{2}$ |
| Impulszeit   | Gatterlaufzeit   |                               |
| td (delay time) Verzögerungszeit<br>tf (fall time) Abfallzeit<br>ts (storage time) Speicherzeit<br>tr (rise time) Anstiegszeit | tpLH Verzögerungszeit bei steigender Flanke<br>tpHL Verzögerungszeit bei fallender Flanke<br>tpd (propagation delay time) Gatterlaufzeit |                               |

**Lastfaktoren**

Die Belastung, die auf den Ausgang eines Gatters durch den Eingang des nachfolgenden Gatters wirkt wird in einer TTL-Familie als Lastfaktor angegeben. Es gibt normierte Lastfaktoren für den Eingang (Fan In) und für den Ausgang (Fan Out). Das Fan Out gibt an, wie viele Gatter einer Logikfamilie, einen Ausgang sicher ansteuern kann, ohne die Vorgaben durch die Pegelwerte zu verletzen. Für H und L werden getrennte Lastfaktoren angegeben. Innerhalb einer TTL-Familie ist das Fan In stets 1.

| Spannungen und Ströme bei L- und H-Pegel | Berechnung des Fan Out                                  |
|--|---|
|  | $FanOutH = \frac{IOH}{IIH}$ $FanOutL = \frac{IOL}{IIL}$ |
| Stromrichtung                            | Spannung und Stromrichtung zwischen Gattern             |

**Tri-State**

Bei Tristate-Ausgängen ist außer H- und L-Pegel ein hochohmiger (dritter) Zustand steuerbar. Dies ist bei Bausteinen notwendig, die an einer gemeinsamen Bus-Leitung liegen, um Konflikte zu vermeiden. Neben L und H kann hier der Ausgang hochohmig geschaltet werden (V3 und V4 sind gesperrt).

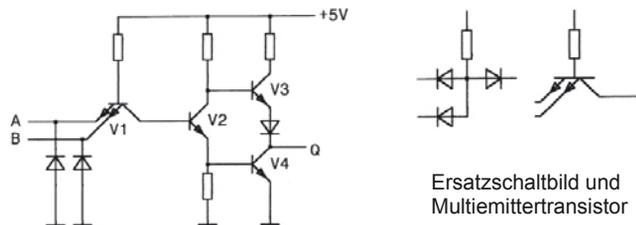
|                |  |                              |
|----------------|--|------------------------------|
|                |  |                              |
| Tristategatter |  | Parallelgeschaltete Ausgänge |

# Datentechnik

## Integrierte Schaltkreise der Digitaltechnik

### Totempole-Endstufe

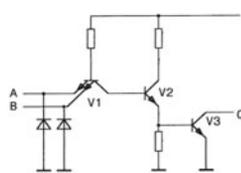
Hierunter versteht man die typische Anordnung der Transistoren V3 und V4. Totempole-Endstufen dürfen nicht parallel geschaltet werden. Die Eingänge der bipolaren Technik ist mit Multiemittertransistoren ausgeführt.



Standard-NAND-Gatter mit Totempoleendstufe

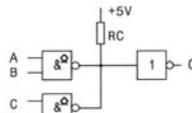
### Open Collector

Ausgänge mit Open-Kollektor bzw. Open-Drain besitzen im Ausgang keinen Kollektor bzw. Drainwiderstand. Der Pull-up-Widerstand muss extern ergänzt werden, um definierte Spannungspegel am Ausgang der Schaltung zu erzeugen.



Standardgatter mit Open-Kollektor (O.C.)

n1 = Anzahl der zu versorgenden Gatter  
n = Anzahl der Eingangsleitungen

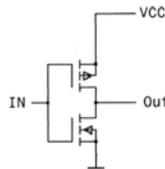


O.C. mit parallelgeschalteten Ausgängen

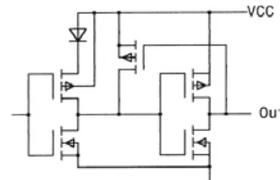
$$RC_{min} = \frac{UCC_{max} - UOL}{IOL_{max} - n * IIL}$$

$$RC_{max} = \frac{UCC_{min} - UIH}{IOH_{max} - n1 * IIH}$$

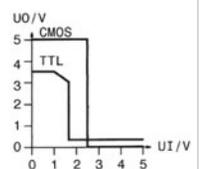
### CMOS-Schaltungen



CMOS-Inverter



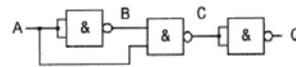
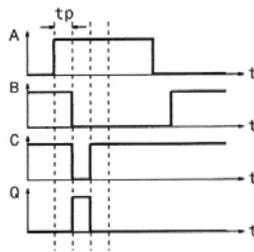
HCT Inverter



Übertragungskennlinie

### Hazardimpuls

Ein Hazardimpuls (auch glitch oder spike genannt) ist ein sehr kurzer unerwünschter Impuls auf einer Signalleitung, der durch Laufzeitunterschiede in digitalen Schaltungen entsteht und Fehlfunktionen verursachen kann.



Schaltung zur Erzeugung kurzer Impulse

Hazardimpuls und gewünschte Erzeugung

**Standardbausteine**

Standardbausteine sind vom Hersteller entwickelt und konfektioniert. Beispiel: Bausteine der unterschiedlichen Logikfamilien

**ASIC**

Unter anwenderspezifische Bausteine (ASIC , Application Spezific IC) versteht man Bausteine mit einem hohen Integrationsgrad für anwenderspezifische Lösungen

**5.2 Standardbausteine**

**5.2.1 Technische Daten**

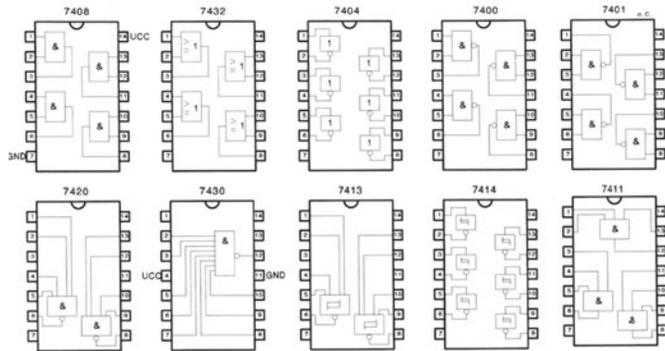
**Technologie**  
**Bezeichnungen in Datenblättern**  
**Abkürzungen in Datenblättern und Bedeutung**

| Technologie | Bedeutung                       | Kennzeichnung | Bezeichnung in Datenblättern | Abkürzung in Datenblättern und Bedeutung  |
|-------------|---------------------------------|---------------|------------------------------|---|
| TTL         | Transistor-Transistor-Logik     | 74XX          | Supply Voltage               | VCC Betriebsspannung                      |
| LS          | Low-Power-Schottky-TTL          | 74LSXX        | High-Level Input Voltage     | VIH Eingangsspannung bei H-Pegel          |
| S           | Schottky-TTL                    | 74SXX         | Low-Level Input Voltage      | VIL Eingangsspannung bei L-Pegel          |
| ALS         | Advanced-Low-Power-Schottky-TTL | 74ALS         | High-Level Output Voltage    | VOH Ausgangsspannung bei H-Pegel          |
| AS          | Advanced-Schottky-TTL           | 74ASXX        | Low-Level Output Voltage     | VOL Ausgangsspannung bei L-Pegel          |
| F           | Fast-Schottky-TTL               | 74FXX         | High-Level Input Current     | I <sub>IH</sub> Eingangsstrom bei H-Pegel |
| AC/ACT      | Advanced-CMOS                   | 74ACXX        | Low-Level Input Current      | I <sub>IL</sub> Eingangsstrom bei L-Pegel |
| HC          | High-Speed-CMOS                 | 74HCXX        | High-Level Output Current    | I <sub>OH</sub> Ausgangsstrom bei H-Pegle |
| HCT         | HC TTL kompatibel               | 74HCTXX       | Low-Level Output Current     | I <sub>OL</sub> Ausgangsstrom bei L-Pegel |
| ECL         | Emitter Coupled Logic           |               | p                            | Verlustleistung/Gatter                    |
| LVC         | Low Voltage CMOS                |               | Pragation delay time         | t <sub>pd</sub> Verzögerungszeit          |



5.2.2 TTL- und CMOS-Familie (IC-Auswahl)

Standardbausteine



Auswahl Standardbausteine

|   |                           |   |   |
|---|---------------------------|---|---|
|   |                           |   |   |
| <p>8-Bit-D-Flipflop mit Tristate-Ausgang</p>  | <p>4-Tristate-Treiber</p> | <p>8-Bit-Schieberegister mit seriellem Eingang und parallelem Ausgang</p> | <p>8-Bit-Schieberegister mit parallelem Eingang und seriellem Ausgang</p> |
|   |                           |   |   |
| <p>1-aus-8-Decoder / 3-zu-8-Demultiplexer</p> | <p>8-Bit-Multiplexer</p>  | <p>4-Bit-Dualzähler</p>   | <p>Voreinstellbarer 4-Bit-Auf- und Abwärtssynchronzähler</p>              |

# Datentechnik

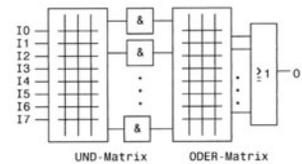
## Integrierte Schaltkreise der Digitaltechnik

### 5.3 Programmierbare Logikbausteine

#### Programmierbare Logikbausteine

|                                      |   |
|--------------------------------------|---|
| Übersicht                            |   |
| PLD (Programmable Logic Device)      | Programmierbare Logikbausteine können zur Programmierung beliebiger Logikfunktionen verwendet werden.                             |
| PROM (Programmable Read Only Memory) | Eingangsdekoder mit fest verdrahteter UND-Matrix und frei programmierbarer ODER-Matrix  |
| PAL (Programmable Array Logic)       | Eingangsdekoder mit frei programmierbarer UND-Matrix und fest verdrahteter ODER-Matrix  |
| GAL (Generic Array Logic)            | Gleiche Eingangsstruktur wie bei PAL-Bausteinen. Im Gegensatz zu PALs sind die Ausgangszellen frei programmierbar.                |
| PLE (Programmable Logic Element)     | Gleiche Eingangsstruktur wie bei PROM-Bausteinen  |
| FPLA Field Programmable Logik Array) | Eingangsdekoder mit frei programmierbarer UND-Matrix und frei programmierbarer ODER-Matrix  |
| FPGA (Field Programmable Gate Array) | Ein FPGA ist ein hochkomplexer logischer Baustein bei dem Logikmodule selbst definiert und untereinander verbunden werden können. |

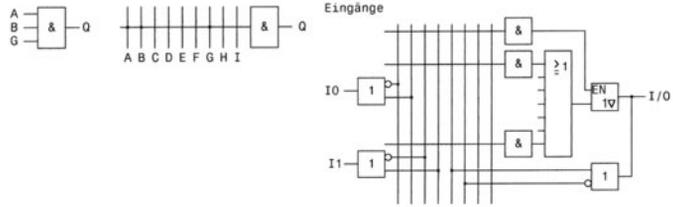
Programmierbare Logikbausteine sind Standardbausteine, deren Funktion erst durch Software hergestellt wird. Ihre innere Struktur besteht je nach Type aus einer programmierbaren UND- und ODER-Matrixschaltung für Ein- und Ausgänge unter Einbeziehung weiterer Logikbausteine wie Flipflops, Register und Treiberstufen. Gegenüber diskreten Logikbausteinen wird Platz auf Leiterplatten gespart und notwendige Designänderungen in der Entwicklungsphase können durch Umprogrammieren durchgeführt werden. Komplexere Bausteine besitzen eine Matrixstruktur mit konfigurierbaren Logikblöcken. Einige Typen lassen sich in der Schaltung programmieren (in system programmable, isp).



PLD-Struktur

| PROM             |                | PLA            |                | PAL            |                  |
|------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|------------------|
| UND-Matrix       | ODER-Matrix    | UND-Matrix     | ODER-Matrix    | UND-Matrix     | ODER-Matrix      |
| Feste Verbindung | Programmierbar | Programmierbar | Programmierbar | Programmierbar | Feste Verbindung |

**PAL/GAL**



Darstellung des logischen Feldes (arrays)

PAL-Struktur

Bezeichnung bei PAL-Bausteinen

1. Ziffer: Anzahl möglicher Eingänge

- Buchstabe: L low aktiv (UND-NOR)
- R mit Registerausgang (UND-ODER-Inverter-Register)
- H high aktiv (UND-ODER)
- C complementär (UND-ODER)
- X Exklusiv Oder (UND-ODER-EXOR-Register)

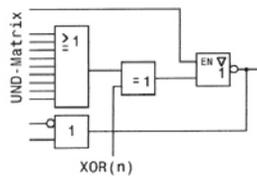
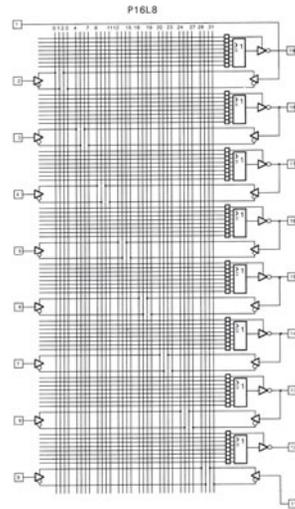
2. Ziffer: Ausgänge

Bezeichnung von GAL-Bausteinen

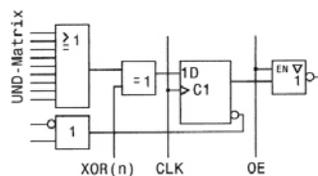
- 1. Ziffer: Anzahl möglicher Eingänge
- Buchstabe: V variable Ausgänge
- 2. Ziffer: Anzahl der Ausgänge

Weitere Angaben sind: Verzögerungszeit, Stromaufnahme Gehäusetype und Temperaturbereich.

Beispiel: PAL 16L8

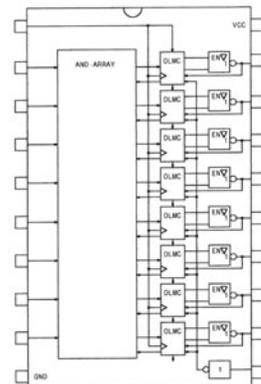


Ausgangskonfiguration ohne Speicher



Ausgangskonfiguration mit Speicher

Beispiel:



GAL16V8

# Datentechnik

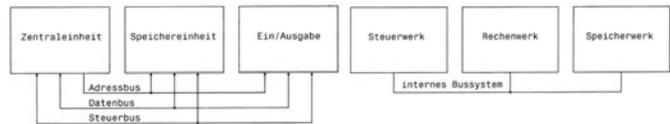
## Mikrocomputertechnik

### 6 Mikrocomputer- technik

#### 6.1 Begriffe

##### Mikrocomputersystem

Ein Mikrocomputersystem besteht aus einer Zentraleinheit (dem Mikroprozessor), aus Speichern und Ein- und Ausgabeeinheit. Untereinander sind diese Hardwarekomponenten über ein Bussystem verbunden.



##### Mikroprozessor

Der Mikroprozessor ist die Zentraleinheit (CPU = Central-Process-Unit). Die CPU ist ein integrierter Baustein mit Rechen- Steuer- und Speichereinheit. Die Verbindung der Einheiten erfolgt über ein internes Bussystem.

##### Bussystem

Unter einem Bussystem versteht man Signalverbindungsleitungen zwischen den Hardwarekomponenten eines Mikroprozessor- bzw. Mikrocontrollersystems. Nach Funktion der Leitungen unterscheidet man Daten-, Adress- und Steuerbus.

##### Speichereinheit

Die Speichereinheit beinhaltet alle Programme und Daten.

##### Ein/Ausgabe

Hierunter versteht man alle peripheren Geräte, die an einem Mikroprozessor angeschlossen sind.

##### Adresse

Die Adresse kennzeichnet einen Speicherplatz eines Speichersystems. Die Angabe der Adresse erfolgt in Hexadezimaler Form. Sie kann die Wortbreite von 8, 16 oder 32 Bit besitzen.

##### Daten

Unter Daten versteht man Zeichen in binär codierter Form, die der Mikroprozessor verarbeitet.

##### Datenbus

Der Datenbus ist ein bidirektionaler Bus zur Informationsübertragung.

##### Adressbus

Der Adressbus ist unidirektionaler Bus der die CPU auf Speicher und Ein/Ausgabebaugruppen zugreifen lässt. Werden Adressen und Daten auf gleichen Leitungen übertragen. Um Anschlüsse am Prozessor einzusparen, muss außerhalb des Prozessors wieder eine Aufteilung erfolgen. Die CPU steuert diese Aufteilung mit ALE.

##### Steuerbus

Der bidirektionale Steuerbus ist eine Zusammenfassung unterschiedlicher Steuerleitungen, wie Lesen und Schreiben bei Speichern und Unterbrechungsteuerungen, die das Zusammenwirken des Mikroprozessorsystems ermöglichen.

##### Steuerwerk

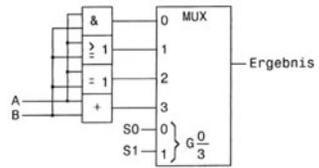
Das Steuerwerk ist für die Befehlsaufnahme und -dekodierung sowie für die Zeit- und Ablaufsteuerung des Systems verantwortlich.

##### Speicherwerk

Das Speicherwerk beinhaltet alle Arbeits- und Spezialregister der CPU.

**ALU**

Die ALU (Arithmetic Logic Unit) führt logische und arithmetische Operationen wie Addieren, Subtrahieren und Multiplizieren sowie logische Operationen wie NICHT, UND, ODER und Exklusiv-ODER durch. Sie existiert als eigenständiger Schaltkreis bei digitalen Bausteinen. Die größere Bedeutung besitzt die ALU als integrierter Bestandteil von Mikroprozessoren.



ALU (Prinzip)

**Akkumulator**

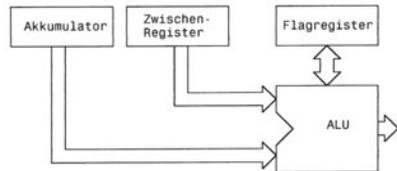
Der Akkumulator ist ein universelles Arbeitsregister und Ein- und Ausgaberegister für die ALU.

**Register**

Ein Register besteht aus mehreren 1-Bit-Speichern (Flipflops), die über einen Takt gemeinsam gesteuert werden.

**Rechenwerk**

Das Rechenwerk besteht im einfachsten Fall aus dem Akkumulator, der ALU und dem Flagregister.



Rechenwerk

**Flagregister**

Das Flagregister ist ein Kennzeichneregister. Es gibt Aufschluss über die Ergebnisse von logischen und arithmetischen Operationen.

| Flag  | Bedeutung   | Beispiel   |
|---|---|--|
| Sign-Flag (S),<br>Vorzeichenflag                | Gibt an, ob das Ergebnis (E) einer arithmetischen Operation positiv oder negativ ist.                       | E = 1100 0000 S = 1<br>E = 0000 1111 S = 0   |
| Zero-Flag (Z),<br>Null-Flag                     | Gibt an, ob das Ergebnis einer arithmetischen oder logischen Operation Null ist.                            | (A) = 1010 1111 <sub>2</sub><br>(B) = 1010 1111 <sub>2</sub><br>A-B = 0000 0000 <sub>2</sub>   |
| Parity-Flag (P),<br>Paritätsflag                | Gibt an, ob das Ergebnis einer arithmetischen oder logischen Operation eine gerade Anzahl von 1-sen erhält. | E = 1101 0001 P = 1<br>E = 1100 0001 P = 0   |
| Carry-Flag<br>(Cy), Über-<br>tragsflag          | Gibt an, ob das Ergebnis einer arithmetischen Operation einen Übertrag ergibt.                              | (A) = 1010 1111 <sub>2</sub><br>(B) = 0110 0000 <sub>2</sub><br>A+B = 1 0000 1111 <sub>2</sub> |
| Auxiliary-Flag<br>(AC), Hilfs-<br>übertragsflag | Gibt an, wenn ein Übertrag vom niederwertigen Nibble (Halbbyte) ins höherwertige Nibble erfolgt.            | (A) = 0010 1111 <sub>2</sub><br>(B) = 0110 1000 <sub>2</sub><br>A+B = 0111 1111 <sub>2</sub>   |
| Overflow-Flag<br>(OV)                           | Gibt an, ob bei arithmetischen Operationen ein Vorzeichenwechsel (positiv, negativ) erfolgte.               |  |

**PSW**

Das PSW (Program Status Word) beschreibt den Zustand des Flagregisters und des Akkumulators.

**Befehlszähler**

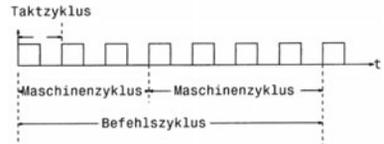
Der Befehlszähler (Program Counter, PC) zeigt an die Speicherstelle des nächsten auszuführenden Befehls. Bei jedem Befehlsabruf zählt der PC automatisch weiter.

**Befehlsvorrat**

Der Befehlsvorrat beinhaltet alle zur Verfügung stehenden Befehle eines Mikroprozessors.

**Befehlszyklus**

Der Befehlszyklus ist die für einen Befehl benötigte Zeit. Er besteht aus einzelnen Maschinenzyklen, die ihrerseits Taktzyklen beinhalten. Die Befehlszeit ist zum einen von der Taktdauer und zum anderen von der Anzahl der Takte pro Befehl abhängig. Hieraus lässt sich die Zeit, die ein Programm benötigt berechnen.



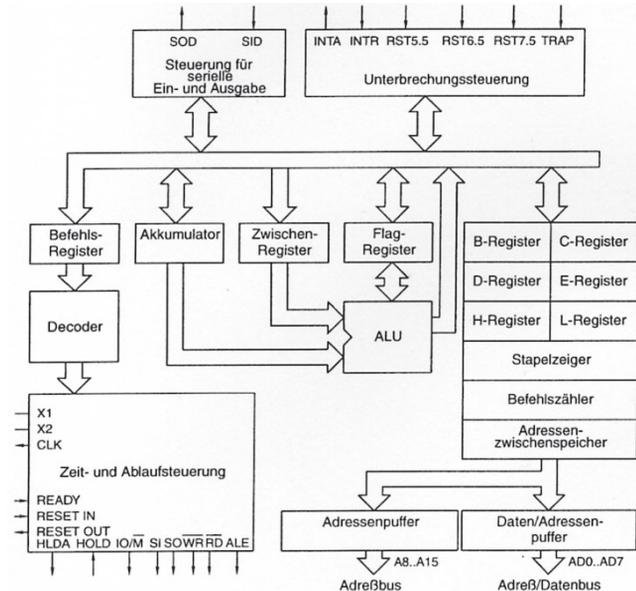
Befehlszyklus

**Interrupt**

Mittels Impuls oder Pegel kann an einem oder mehreren Anschlüssen des Prozessors eine Unterbrechungsanforderung ausgelöst werden. Bei Annahme des Interrupts wird das laufende Programm unterbrochen und an festgelegter Einsprungadresse fortgesetzt. Nach Abarbeitung der Interruptroutine wird das zuvor unterbrochene Programm fortgesetzt.

**6.2 Mikroprozessoren**

**6.2.1 Blockbild 8085 CPU**



8085 Prozessor

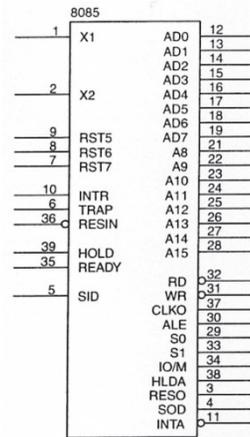
6.2.2 Kurzbeschreibung

Der 8085-Prozessor ist mit 8-Bit-Arbeitsregister B, C, D, E, H und L und den 16-Bit-Sonderegister Stapelspeicher, Befehlszähler und Adressenzwischenspeicher ausgestattet. Die Arbeitsregister können als Registerpaare B/C, D/E und H/L zusammengefasst werden, so dass sich auch 16 Bit verarbeiten lassen. Das Rechenwerk mit Akkumulator, Zwischenregister, Flagregister und ALU verarbeitet 8-Bit-Worte. In der ALU lassen sich arithmetische und logische Operationen durchführen. Die Funktion innerhalb des Prozessors wird durch die Zeit- und Ablaufsteuerung bestimmt. Der Baustein besitzt hierzu einen internen Generator, der nur durch einen zusätzlichen Quarz beschaltet werden muss. Der Ausgang CLKO gibt die halbe Quarzfrequenz aus. Der Adressbus ist 16 Bit breit. Das niederwertige Adressbyte wird über den Daten/Adressbus im Zeitmultiplexbetrieb übertragen. Mit Hilfe der Steuerleitung ALE können die Adressen zwischengespeichert werden. Mit 16 Adressleitungen wird der Adressraum  $2^{16} = 65536 = 64 \text{ kByte}$  groß.

Bedeutung der Anschlüsse

- AD0 – AD7 Adreß-Datenbus
- A8 – A15 Adreßbus
- /RD Ausgangssignal zum Lesen einer Speicherstelle oder eines Portbausteins
- /WR Ausgangssignal zum Schreiben einer Speicherstelle oder eines Portbausteins
- ALE Steuersignal zur Adressenzwischenspeicherung des L-Adressbytes
- X1, X2 Quarzanschluss
- IO/ /M E/A-Bausteine und Speicherunterscheidung
- S0, S1 Kontrollsignale und Statussignale
- TRAP Interrupteingang mit vereinbarter Verzweigungsadresse
- RST7.5
- RST 6.5
- RST 5.5
- INTR
- / INTA Interruptbestätigung von INTR
- SID Serieller Eingang
- SOD Serieller Ausgang
- HOLD Eingang zur Abkopplung der CPU (Aufruf externer Geräte)
- HLDA Bestätigung von HOLD durch die CPU
- RESET IN Rücksetzen (ADR 0000)
- RESET OUT Rücksetzen Bestätigung
- READY Wartezustand der CPU

Anschlussbelegung



Pin-Belegung 8085

## Datentechnik

### Halbleiterspeicher

#### Flagregister

| Bitanordnung im Flagregister |           |    |    |    |             |    |            |
|------------------------------|-----------|----|----|----|-------------|----|------------|
| D7                           | D6        | D5 | D4 | D3 | D2          | D1 | D0         |
| S                            | Z         |    | AC |    | P           |    | Cy         |
| Sign-Flag                    | Zero-Flag |    |    |    | Parity-Flag |    | Carry-Flag |

#### 6.2.3 Steuersignale und Interrupts

##### Interrupts

| Hardware-Interrupts  |                 |                   |                  |              |          |                             |       |       |
|----------------------|-----------------|-------------------|------------------|--------------|----------|-----------------------------|-------|-------|
| Name                 | Prioritätsfolge | Einsprungsadresse | Eigenschaft      |              |          | Triggerung                  |       |       |
| TRAP                 | 1               | 24H               | nicht maskierbar |              |          | L → H UND H                 |       |       |
| RST 7.5              | 2               | 3CH               | maskierbar       |              |          | H bis Abfrage (Speicherung) |       |       |
| RST 6.5              | 3               | 34H               | maskierbar       |              |          | H bis Abfrage               |       |       |
| RST 5.5              | 4               | 2CH               | maskierbar       |              |          | H bis Abfrage               |       |       |
| Software Interrupt   |                 |                   |                  |              |          |                             |       |       |
| INTR                 | RST 7           | RST 6             | RST 5            | RST 2        | RST 3    | RST 2                       | RST 1 | RST 0 |
| Adresse              | 38H             | 30H               | 28H              | 20H          | 18H      | 10H                         | 08H   | 00H   |
|                      |                 |                   |                  | Zurücksetzen | Freigabe | Interrupt-Masken            |       |       |
| Akkumulatorinhalt    | D7              | D6                | D5               | D4           | D3       | D2                          | D1    | D0    |
| Interruptmaske lesen |                 | 7.5               | 6.5              | 5.5          | IE       | 7.5                         | 6.5   | 5.5   |

##### Statussignale

| Statussignale |    | Maschinenzyklus              |
|---------------|----|------------------------------|
| S0            | S1 | Funktion                     |
| 0             | 0  | Bus-Ruhezustand              |
| 0             | 1  | CPU liest (Speicher, E/A)    |
| 1             | 0  | CPU schreibt (Speicher, E/A) |
| 1             | 1  | CPU liest Operationscode     |

## 7 Halbleiterspeicher

### 7.1 Begriffe

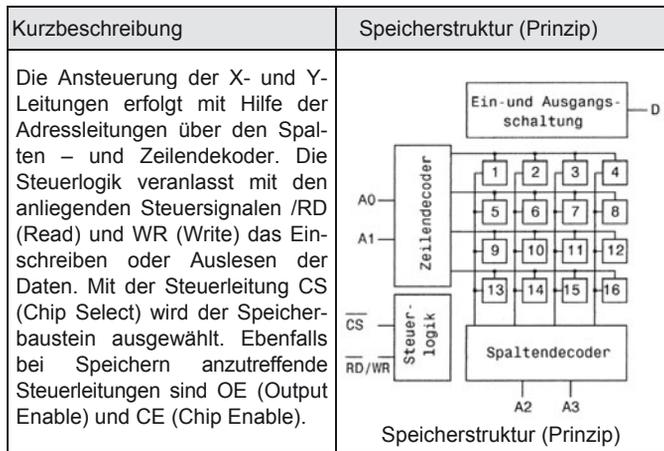
#### Halbleiterspeicher

Halbleiterspeicher dienen zur Speicherung und Sicherung von Daten und Programmen. Sie sind Informationsspeicher, die Daten in binärer Form aufnehmen, bewahren und bei Bedarf zur Verfügung stellen. Man unterscheidet Speicher nach Zugriffsart und Eigenschaft.

| Flüchtige (volatile) Speicher   | Nichtflüchtige (nonvolatile) Speicher  |
|---|--|
| SRAM (Static Random Access Memory)<br>Ein DRAM (Dynamic Random Access Memory) | ROM (Read Only Memory)<br>PROM (Programmable ROM)<br>EPROM (Erasable PROM)<br>EEPROM (Electrically Erasable PROM)<br>Flash – EPROM<br>NVRAM (Nonvolatile RAM)<br>FeRAM (Ferroelectric RAM) |

**Speichermatrix**

Die Speichermatrix (memory array) besteht aus einer Anordnung von X(Word)- und Y(Spalten)-Leitungen, in dessen Kreuzungspunkte eine Speicherzelle platziert ist. Durch Aktivierung dieser beiden Leitungen wird der Speicherplatz angesprochen und ausgewählt.



**Adresse**

Die Adresse kennzeichnet die Speicherstelle eines Speichers.

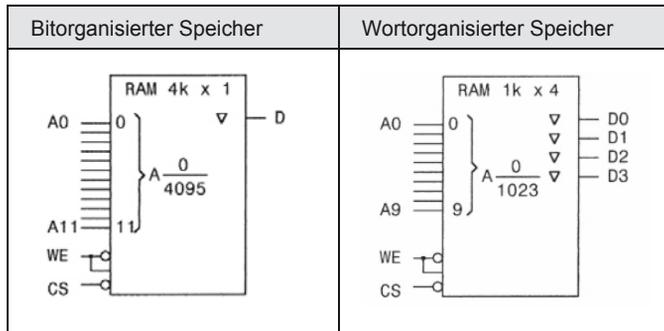
**Flipflop**

Das Flipflop ist der kleinste statische Speicher mit der Möglichkeit, 1 Bit („0“ oder „1“) zu speichern.

**Register**

Unter Register versteht man schnelle Halbleiterspeicher mit geringer Speicherkapazität (z. B. 8 Bit, 16 Bit oder 32 Bit). Sie bestehen aus einer Anordnung parallel geschalteter Flipflops.

**Speicherorganisation**



## Datentechnik

### Halbleiterspeicher

#### Kenndaten und Anschlussbelegung

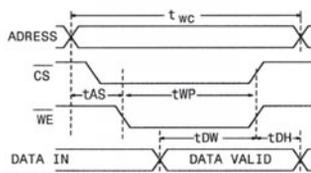
| Kenndaten                 |  | Anschlussbelegungen |  |
|---------------------------|--|---------------------|--|
| Kapazität (Capacity)      | Fassungsvermögen eines Speichers   | Anschluss           | Bedeutung  |
| Organisation              | Bitorganisierter Speicher, wortorganisierter Speicher  | A0 ... An           | Adressleitungen; über diese Leitungen wird der Speicherplatz ausgewählt.   |
| Wortbreite                | Datengruppe aus 8, 16 oder 32 Bit  | D0 ... Dn           | Datenleitungen; über diese Leitungen gelangen Daten vom oder zum Speicher.   |
| Zugriffzeit (Access Time) | Zeit, die von der Ansprache des Speichers bis zur Verfügbarkeit der Daten vergeht. Sie ist stark von der Technologie des Speichers abhängig. | CE, CE1, CE2, CS    | Chip Enable, Chip Select; über diese Leitung(en) kann einer von mehreren Speicherbausteinen, die über ein gemeinsames BUS-System verbunden sind, angewählt werden. |
|                           |  | WE, WR              | Write Enable, Write; diese Leitung wird von der CPU aktiviert, wenn Daten in den Speicher geschrieben werden sollen.   |
|                           |  | RD                  | Read; diese Leitung wird von der CPU aktiviert, wenn Daten vom Speicher gelesen werden sollen.   |
|                           |  | R/W                 | Über diese Steuerleitung erfolgt eine Schreib-Lese-(Read/Write)-Umschaltung.   |
|                           |  | ALE                 | Adress Latch Enable; über diesen Anschluss kann die CPU bei ein gemultiplexten Daten/Adress-Bus die Adresse zwischenspeichern.                                     |
|                           |  | O0 ... On           | Output; Datenausgänge  |
|                           |  | OE                  | Output Enable; mit dieser Leitung werden Ausgänge eines Speichers freigegeben.   |
|                           |  | RAS                 | Bei dynamischem RAM (Row Address Select), Zeilenauswahlleitung   |
|                           |  | CAS                 | Bei dynamischem RAM (Column Address Select), Spaltenauswahlleitung   |
|                           |  | Vpp                 | Programming Voltage; an diesem Anschluss wird die Programmierspannung angelegt.  |
|                           |  | VCC                 | Betriebsspannungsanschluss   |
|                           |  | GND                 | Ground, Masseanschluss   |

**Zeitbedingungen**

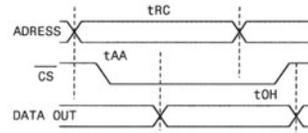
Damit der Speicher seine Funktion durchführt, muss der Prozessor über den Steuerbus zeitliche Bedingungen einhalten.

Schreibzykluszeit:  $t_{WC}$  (Write Cycle);  
 Zeit, die nach dem Anlegen der Adresse vorhanden sein muss, um gültige Daten zu schreiben:  $t_{AS}$  (Address Setup Time);  
 Dauer des Schreibimpulses auf der Steuerleitung /WE:  $t_{WP}$  (Write Pulse Width);  
 Zeit, in der die gültigen Daten anliegen:  $t_{DW}$  (Data Valid);  
 Zeit, in der nach dem Speichern Adressen und Daten noch anliegen müssen:  $t_H$  (Hold Time);  
 Lesezykluszeit:  $t_{RC}$  (Read Cycle).

$$t_{WC} = t_{AS} + t_{WP} + t_H$$



Lesezyklus



Schreibzyklus

**7.2 Schreib-Lese-Speicher**

**RAM**

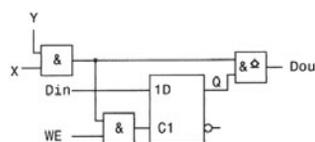
RAM (Random Access Memory): Speicher mit wahlfreiem Zugriff

**SRAM**

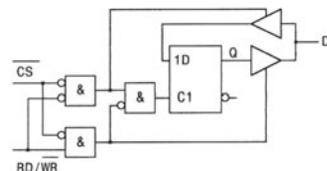
Ein SRAM (Static Random Access Memory) ist ein flüchtiger Speicher, der seine Information bei Abschalten der Betriebsspannung verliert. Der Speicher enthält Flipflops als Speicherelemente und besitzt kleine Zugriffszeiten (Schreib- und Lesezeiten). Sein Nachteil gegenüber dynamischen RAM's ist die größere Fläche der Speicherzelle auf dem Chip.

Prinzip einer Speicherstelle mit Anwahl über X- und Y-Leitungen

Prinzip der Steuerleitungen



Prinzip: Speicheranwahl

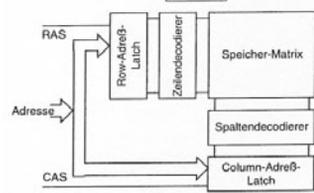


Prinzip: Speicherauswahl

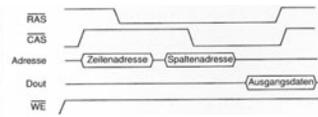
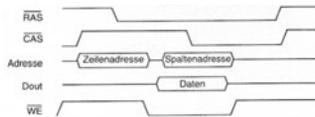
**DRAM**

Ein DRAM (Dynamic Random Access Memory) ist ein flüchtiger Speicher, der seine Information beim Abschalten der Betriebsspannung verliert. Die Information ist als Ladung auf einem Kondensator (Gatekapazität) gespeichert. Gegenüber statischen RAMs ist der Platzbedarf der Speicherzelle geringer. Die gespeicherte Information muss bei DRAMs zyklisch aufgefrischt (refresh) werden, weil diese nur für kurze Zeit erhalten bleibt.

Zeilenadressauswahl RAS  
(Row Address Strobe)  
Spaltenadressauswahl CAS  
(Column Address Select)



DRAM (Prinzip)



**7.3 Festwertspeicher**

**ROM**

ROM (Read Only Memory), Nur-Lese-Speicher, die nicht beschrieben, sondern nur gelesen werden. Sie behalten ihre Information ohne anliegende Betriebsspannung bei (nicht flüchtige Speicher).

| Masken-ROM   | PROM   |
|--|--|
| Für Standardanwendungen kann der Hersteller ROM-Bausteine mit Hilfe einer Maske fertigen. Der Inhalt des Speichers ist nicht mehr veränderbar und kann beliebig oft ausgelesen werden. | Ein PROM (Programmable Read Only Memory) kann der Anwender mittels Programmiergerät selbst programmieren. Beim Programmiervorgang werden durch einen Stromstoß leitende Verbindungen abgeschmolzen. Einmal programmierte PROM behalten ihre Daten und sind nicht mehr löschar. |
|  | <p>Unprogrammierter PROM-Baustein (Prinzip)</p>  |

**EPROM**

Ein EPROM (Erasable PROM) besitzt eine hohe Speicherdichte. Er ist vom Anwender programmier- und löscherbar. Der Löschvorgang des gesamten Bausteins erfolgt über UV-Licht mit definierter Wellenlänge und Strahlungsdichte. Die Dauer der Bestrahlung ist vom Bausteintyp abhängig. Zur Programmierung wird ein Programmiergerät benötigt. Der Löschvorgang erfolgt über ein UV-Licht durchlässiges eingebautes Quarzfenster auf der Gehäuseoberseite.

**EEPROM**

Ein EEPROM (Electrically Erasable PROM) kann wortweise vom Anwender elektrisch gelöscht und neu programmiert werden. Die Speicherdichte ist niedriger als bei EPROM Speichern. Ihr Speicherprinzip beruht auf dem „Floating Gate“ eines MOS-Transistors. EEPROMs verlieren ihre Daten bei Betriebsspannungsausfall nicht.

**Flash-EPROM**

Flash-EPROM verbinden die Eigenschaften eines RAM, EPROM und EEPROM. Im Gegensatz zu EPROMS, die nur durch UV-Licht gelöscht werden können, sind Flash-EPROMs elektrisch und in der Schaltung löscherbar. Der Baustein kann sektorweise oder insgesamt programmiert und gelöscht werden.

**NVRAM**

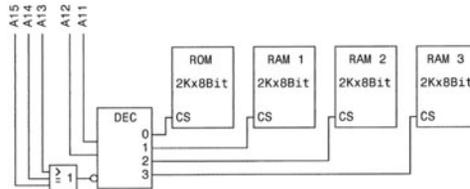
NVRAM (Nonvolatile RAM) bestehen aus einer Kombination aus SRAM und EEPROM

**7.4 Speichersysteme**

Werden in einem Bussystem mehrere Speicher angeschlossen, wird eine Unterscheidung (Adressierung) notwendig. Zur Selektion wählt man häufig Adressleitungen, die an keinem der Speicher angeschlossen sind. Die Speicherkapazität lässt sich mit Hilfe der Anzahl der Adressleitungen berechnen.

Beispiel:

$$ADRL = \frac{\ln K}{\ln 2}$$



Speichersystem

| Deaktivierung des Zentralspeichers                         | Codierung    | Adressen-<br>grundbereich | Speicherplan<br>(Memory Map) |              |
|--|--------------|---------------------------|------------------------------|--------------|
| mit A15 – A13  | mit A12, A11 | A10 – A0                  | Speicher                     | Adresse      |
| ADRL = Adress-<br>leitungen;<br>K = Speicher-<br>kapazität |              |                           | RAM 3                        | 1FFF<br>1800 |
|  |              |                           | RAM 2                        | 17FF<br>1000 |
|  |              |                           | RAM 1                        | 0FFF<br>0800 |
|  |              |                           | ROM                          | 07FF<br>0000 |

# Datentechnik

## Mikrocontroller

### 8 Mikrocontroller

#### 8.1 Mikrocontroller

Mikrocontroller (MC) sind Bauelemente, bei denen auf einen Chip alle erforderlichen Bausteine wie CPU, Speicher und Eingabe/Ausgabeeinheiten, eines Mikroprozessorsystems integriert sind. Je nach Type besitzen Mikrocontroller interne oder externe Programm- und Datenspeicher. Eine sehr weit verbreitete Familie ist die auf den 8051 basierenden Mikrocontroller. Die einzelnen Bausteine unterscheiden sich durch die Größe ihrer Speicherbereiche und zusätzliche Funktionsgruppen wie beispielsweise Analog/Digitalwandler und in der Art ihrer Programmierung.

#### 8.2 Mikrocontroller der 8051-Familie (Auswahl)

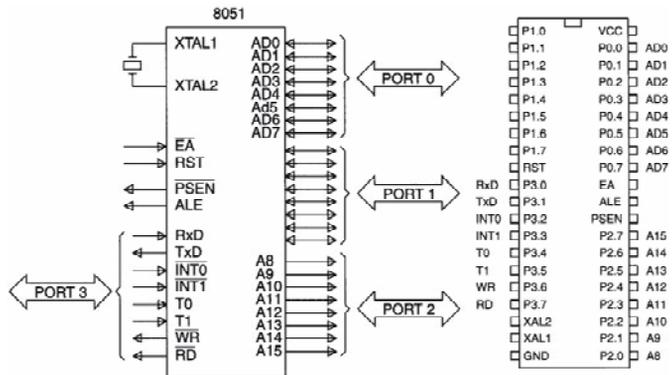
| Type      | ROM<br>kByte                   | RAM<br>Byte | E/A<br>8-Bit-Port | ADC | Clock(MHz) | Timer |
|-----------|--------------------------------|-------------|-------------------|-----|------------|-------|
| 8031      | –                              | 128         | 4                 | –   | 12         | 2     |
| 8051      | 4                              | 128         | 4                 | –   | 12, 16     | 2     |
| 8052      | 8                              | 256         | 4                 | –   | 12, 16, 20 | 3     |
| 80512     | 4                              | 128         | 6                 | 8   | 12         | 2     |
| 80C517    | 12                             | 256         | 7                 | 12  | 12,16      | 4     |
| AT89S8252 | 2 (EEPROM) 8<br>(Flash Memory) | 256         | 4                 | –   |            | 3     |

#### 8.2.1 Anschlüsse und Anschlussbelegung

##### Anschlüsse 8051

| Anschlüsse  |                                | Anschlüsse          |   |
|-------------|--------------------------------|---------------------|---|
| Name        | Funktion                       | Name                | Funktion  |
| P0.0 – P0.7 | Port 0                         | Port 3              | Alternativ-Funktion   |
| P1.0 – P1.7 | Port 1                         | P3.0                | RXD   |
| P2.0 – P2.7 | Port 2                         | P3.1                | TXD   |
| P3.0 – P3.7 | Port 3                         | P3.2                | /INT0   |
| Port 0      | Alternativ-Funktion            | P3.3                | /INT1   |
| P0.0 – P0.7 | AD0 – AD7                      | P3.4                | T0  |
| Port 1      | Alternativ-Funktion<br>AT89S52 | P3.5                | T1  |
| P1.0        | T2                             | P3.6                | /WR   |
| P1.1        | T2 EX                          | P3.7                | RD  |
| P1.5        | MOSI                           | XAL1,<br>XAL2       | Quarzanschluss  |
| P1.6        | MISO                           | /PSEN               | Program Store Enable,<br>externe Programmspeicherfreigabe             |
| P1.7        | MISO                           | /EA<br>/VPP         | External Access,<br>externer Programmspeicherzugriff                  |
| Port 2      | Alternativ-Funktion            | A-<br>LE/,/PR<br>OG | Address Latch Enable,<br>Signal zur Adressen-<br>zwischen-speicherung |
| P2.0 – P2.7 | A8 – A15                       | Adressbus H         |   |

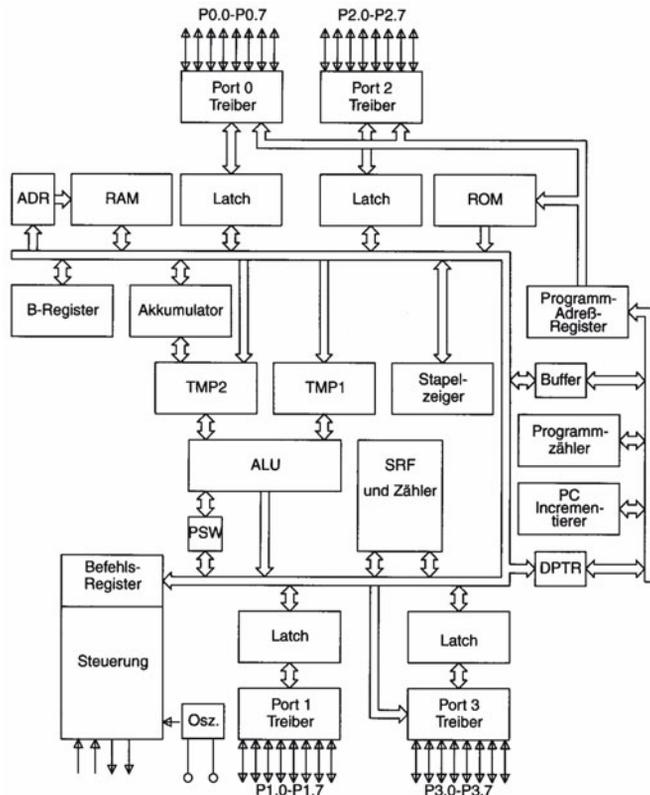
Anschlussbelegung 8051



nach Datenblatt der Firma Siemens

Anschlussbelegung 8051

Funktionsbild 8051



nach Datenblatt der Firma Intel

Funktionsbild 8051

**8.2.2 Speicherorganisation**

**Speicher im 8051 allgemein**

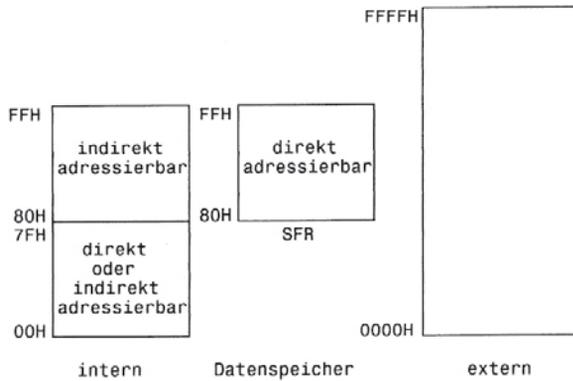
Mikrocontroller der 8051-Familie besitzen einen eigenen Daten- und Programmspeicher. Mit Hilfe des gemultiplexten Adress-/Datenbus können ein maximal 64 kByte externer Programm- und 64 kByte externer Datenspeicher adressiert werden. Mit dem Anschluss EA (External Access) = „L“ kann der interne Programmspeicher gesperrt werden.

Der interne Programmspeicher hat eine Größe von 4 oder 8 kByte und besteht aus einem ROM, den der Hersteller programmiert hat.

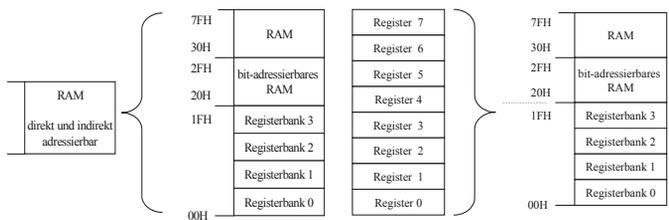
Einige Mitglieder dieser Familie beinhalten einen im System programmierbaren Flash-Speicher, den der Anwender mit dem PC programmieren kann.

Der interne Datenspeicher ist 256 Byte groß. Die oberen 128 Byte des internen RAM können nur indirekt angesprochen werden. Über die direkte Adressierung erhält man in diesem Bereich einen Zugriff auf die Special-Funktion-Register (SFR).

**Datenspeicher**



**Datenspeicher**



Aufteilung des unteren RAM

Lage der Register

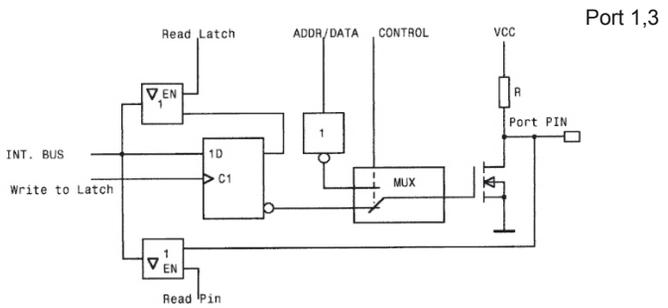
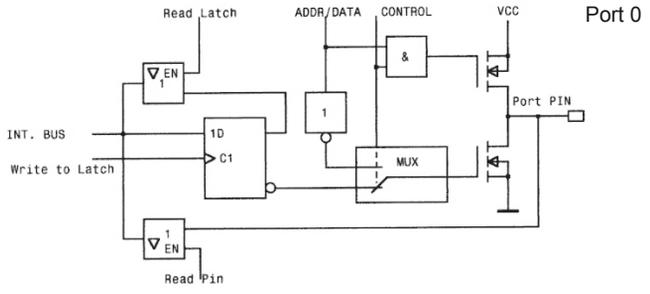
8.2.3 Special Function Register

Speichertabelle

| Bezeichnung/<br>Bedeutung                     | ADR 7                                  | Zugriff über direkte Adressierung |                                  |      |      |        |        |        | ADR 0 |
|---|--|-----------------------------------|----------------------------------|------|------|--------|--------|--------|-------|
| ACC Akkumulator                               | FFH                                    |                                   |                                  |      |      |        |        |        | F8H   |
| B<br>B-Register                               | F7H                                    |                                   |                                  |      |      |        |        | B      | F0H   |
| P0 Port 0                                     | EFH                                    |                                   |                                  |      |      |        |        |        | E8H   |
| P1 Port 1                                     | E7H                                    |                                   |                                  |      |      |        |        | ACC    | E0H   |
| P2 Port 2                                     | DFH                                    |                                   |                                  |      |      |        |        |        | D8H   |
| P3 Port 3                                     | D7H                                    |                                   |                                  |      |      |        |        | PSW    | D0H   |
| DPH Data Pointer<br>H                         | CFH                                    |                                   |                                  | TH2* | TL2* | RCAP2H | T2MOD* | T2CON* | C8H   |
| DPL Data Pointer L                            | C7H                                    |                                   |                                  |      |      |        |        |        | C0H   |
| IE Interrupt Enable<br>R.                     | BFH                                    |                                   |                                  |      |      |        |        | IP     | B8H   |
| IP Interrupt Priority<br>R.                   | B7H                                    |                                   |                                  |      |      |        |        | P3     | B0H   |
| PSW Program<br>Status Word                    | AFH                                    |                                   |                                  |      |      | SPSR*  |        | IE     | A8H   |
| PCON Power<br>Control R.                      | A7H                                    |                                   |                                  |      |      |        |        | P2     | A0H   |
| SBUF Serial Port<br>Buffer R.                 | 9FH                                    |                                   |                                  |      |      |        | SBUF   | SCON   | 98H   |
| SCON Serial Port<br>Control                   | 97H                                    |                                   |                                  |      |      |        |        | P1     | 90H   |
| SP Stackpointer                               | 8FH                                    |                                   | TH1                              | TH0  | TL1  | TL0    | TMOD   | TCON   | 88H   |
| TL0 Pointer 0 (Low)                           | 87H                                    | PCON                              |                                  |      | DPH  | DPL    | SP     | P0     | 80H   |
| TL1 Timer 1 (Low)                             | * bei AT89S8252 mit KByte Flash Memory |                                   |                                  |      |      |        |        |        |       |
| TH0 Timer 1 (High)                            |  |                                   |                                  |      |      |        |        |        |       |
| TH1 Timer 1 (High)                            |  |                                   |                                  |      |      |        |        |        |       |
| TCON Timer<br>Control R.                      |  |                                   |                                  |      |      |        |        |        |       |
| TMOD Timer Mode<br>R.                         |  |                                   |                                  |      |      |        |        |        |       |
| RCAP2H Timer<br>2Capture/Reload-<br>R. (High) |  |                                   |                                  |      |      |        |        |        |       |
|   | Bitadressierbare<br>Register (*)       |                                   | Registerinhalte nach einem RESET |      |      |        |        |        |       |
|   | *A (ACC)                               |                                   | 0000 0000                        |      |      |        |        |        |       |
|   | *B                                     |                                   | 0000 0000                        |      |      |        |        |        |       |
|   | *PSW                                   |                                   | 0000 0000                        |      |      |        |        |        |       |
|   | SP                                     |                                   | 0000 0111                        |      |      |        |        |        |       |
|   | DPTR                                   |                                   | 0000 0000                        |      |      |        |        |        |       |
|   | *P0                                    |                                   | 1111 1111                        |      |      |        |        |        |       |
|   | *P1                                    |                                   | 1111 1111                        |      |      |        |        |        |       |
|   | *P2                                    |                                   | 1111 1111                        |      |      |        |        |        |       |
|   | *P3                                    |                                   | 1111 1111                        |      |      |        |        |        |       |
|   | *IP                                    |                                   | XXX0 0000                        |      |      |        |        |        |       |
|   | *IE                                    |                                   | 0XX0 0000                        |      |      |        |        |        |       |
|   | TMOD                                   |                                   | 0000 0000                        |      |      |        |        |        |       |

8.2.4 Portregister

Portstruktur



Ports

| Sym-<br>bol | Byte-<br>Adresse        | Bit-Adresse |      |      |      |       |       |      |      |
|-------------|-------------------------|-------------|------|------|------|-------|-------|------|------|
|             |                         | P0.7        | P0.6 | P0.5 | P0.4 | P0.3  | P0.2  | P0.1 | P0.0 |
| P0          | 80H                     | 87H         | 86H  | 85H  | 84H  | 83H   | 82H   | 81H  | 80H  |
|             |                         | AD7         | AD6  | AD5  | AD4  | AD3   | AD2   | AD1  | AD0  |
| P1          | 90H                     | P1.7        | P1.6 | P1.5 | P1.4 | P1.3  | P1.2  | P1.1 | P1.0 |
|             |                         | 97H         | 96H  | 95H  | 94H  | 93H   | 92H   | 91H  | 90H  |
|             | Alternative<br>Funktion | SCK         | MISO | MOSI |      |       |       | T2EX | T2   |
| P2          | A0H                     | P2.7        | P2.6 | P2.5 | P2.4 | P2.3  | P2.2  | P2.1 | P2.0 |
|             |                         | A7H         | A6H  | A5H  | A4H  | A3H   | A2H   | A1H  | A0H  |
|             |                         | A15         | A14  | A13  | A12  | A11   | A10   | A9   | A8   |
| P3          | B7H                     | P3.7        | P3.6 | P3.5 | P3.4 | P3.3  | P3.2  | P3.1 | P3.0 |
|             | B7H                     | B7H         | B6H  | B5H  | B4H  | B3H   | B2H   | B1H  | B0H  |
|             | Alternative<br>Funktion | /RD         | /WR  | T1   | T0   | /INT1 | /INT0 | TXD  | RXD  |

8.2.5 Flags

Program Status Word (PSW)

| PSW (Program Status Word) und Flags   |                     |     |                  |     |   |     |              |     |
|---|---------------------|-----|------------------|-----|---|-----|--------------|-----|
| Adresse   | D7H                 | D6H | D5H              | D4H | D3H   | D2H | D1H          | D0H |
| Flags und Registerbankauswahl   | CY                  | AC  |                  | RS1 | RS0   | OV  |              | P   |
| <b>Flags</b>  | Flag                |     | Symbol           |     | Bedeutung   |     |              |     |
| Ein Flag ist ein Kennzeichenbit, das bei mathematischen und logischen Funktionen gesetzt wird.  |                     |     | CY               |     | Übertragsbit (Carry)  |     |              |     |
|   |                     |     | AC               |     | Hilfs-Übertragsbit (Auxiliary Carry)  |     |              |     |
|   |                     |     | OV               |     | Überlaufbit (Overflow)  |     |              |     |
|   |                     |     | P                |     | Paritätsbit (Parity) (gerade Anzahl 1-sen, parity even) P = „0“ (ungerade Anzahl 1-sen) P = „1“ |     |              |     |
|   |                     |     | nach einem RESET |     | PSW = 00H   |     |              |     |
| <b>Registerbankauswahl</b>  | Registerbankauswahl |     | RS1              | RS0 | Adresse   |     | Registerbank |     |
| RS (Registerbank Select). Der 8051 verfügt über 4 Registerbänke mit je 8 Speicherzellen, wobei jeweils nur eine Registerbank aktiv sein kann. |                     |     | 0                | 0   | 00H – 07H   |     | 0            |     |
|   |                     |     | 0                | 1   | 08H – 0FH   |     | 1            |     |
|   |                     |     | 1                | 0   | 10H – 17H   |     | 2            |     |
|   |                     |     | 1                | 1   | 18H – 17F   |     | 3            |     |

Durch die Veränderung der 2 Bits RS1 und RS0 im PSW lassen sich die jeweiligen Registerbänke auswählen.

8.2.6 Interrupt

Interrupt

Ein Interrupt ist eine zeitlich unabhängige Unterbrechungsanforderung an den Controller. Das gerade laufende Programm wird unterbrochen und verzweigt sich zu einer festgelegten Interruptadresse, die von der Interruptquelle abhängt. Nach Durchlaufen der Interruptroutine wird das Programm an der zuvor unterbrochenen Stelle fortgesetzt.

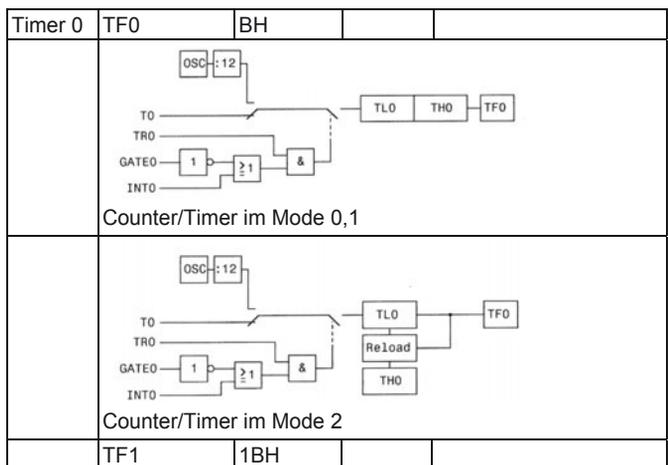
| Interrupt-Quellen und Adressen |  |                           |                   |          |
|--------------------------------|--|---------------------------|-------------------|----------|
|                                | Einsprungsadresse  | Auslösung                 | Anforderungs-Flag | Register |
|                                | 03H  | H → L                     | IE0               | SCON     |
|                                | 13H  | H → L                     | IE1               | SCON     |
|                                | 0BH  | Überlauf Timer 0          | TF0               | SCON     |
|                                | 1BH  | Überlauf Timer 1          | TF1               | SCON     |
|                                | 23H  | Abschluss der Ein-Ausgabe | RI/TI             | TCON     |
| Interrupt-priorität            | höchste Priorität:<br>IE0 → TF0 → IE1 → TF1 → RI oder TI |                           |                   |          |

|                                     |                |   |     |      |     |     |     |     |
|-------------------------------------|----------------|---|-----|------|-----|-----|-----|-----|
| Interrupt Enable Register           |                |   |     |      |     |     |     |     |
| Timer Interrupt                     | EA             |   | ET2 | ES   | ET1 | EX1 | ET0 | EX0 |
|                                     | AFH            |   |     | 023H | 1BH | 13H | 0BH | 03H |
|                                     | EA             | Interrupt wird generell zugelassen/ gesperrt; („1“, „0“)  |     |      |     |     |     |     |
| Bedeutung                           | ET2, ET1, ET0  | Freigabe Interrupt Timer 2, Freigabe Interrupt Timer 1, Freigabe Interrupt Timer 0                |     |      |     |     |     |     |
|                                     | EX1, EX0       | Freigabe externer Interrpt 1, Freigabe externer Interrpt 0  |     |      |     |     |     |     |
|                                     | ES             | Freigabe serieller Port Interrupt   |     |      |     |     |     |     |
| Timer/Counter Control Register TCON | Symbol/Adresse |   |     |      |     |     |     |     |
| Byte-Adresse                        | TF1            | TR1   | TF0 | TR0  | IE1 | IT1 | IE0 | IT0 |
| 88H                                 | 8FH            | 8EH   | 8DH | 8CH  | 8BH | 8AH | 89H | 88H |
| Bedeutung                           | TF1, TF0       | Timer 1 Überlauf Flag, Timer 0 Überlauf Flag,   |     |      |     |     |     |     |
|                                     | TR1, TR0       | schaltet Timer 1 mit „1“ ein und stoppt mit „0“, schaltet Timer 0 mit „1“ ein und stoppt mit „0“, |     |      |     |     |     |     |
|                                     | IE1, IE0       | Interrput 1 Flag wird gesetzt, Interrput 0 Flag wird gesetzt                                      |     |      |     |     |     |     |
|                                     | IT1, IT0       | Flanken/Pegelauswahl Interrupt 1, Flanken/Pegelauswahl Interrupt 0                                |     |      |     |     |     |     |

**8.2.7 Zeitgeber/Zähler (Timer/Counter)**

**Timer Counter Interrupt Control-Flag**

Der 8051 verfügt über 2 interne Zähler T0 und T1, die als Zähler (Counter) oder Zeitgeber (Timer) programmiert werden können. Man spricht von einem Zeitgeber, wenn der interne Takt benutzt wird.



| SRF TMOD                     |              | Timer 1        |                         |  |                         | Timer 0  |                             |     |    |
|------------------------------|--------------|----------------|-------------------------|--|-------------------------|--|-----------------------------|-----|----|
|                              |              | Gate           | C/T                     | M1                                     | M0                      | Gate   | C/T                         | M1  | M0 |
| Freigabe                     |              |                |                         | 0                                      | 0                       | 13-Bit-Zähler/Zeitgeber                                  |                             |     |    |
|                              |              |                |                         | 0                                      | 1                       | 16-Bit-Zähler/Zeitgeber                                  |                             |     |    |
|                              |              |                |                         | 1                                      | 0                       | 8-Bit-Zähler/Zeitgeber mit Reolad                        |                             |     |    |
|                              |              |                |                         | 1                                      | 1                       | 8-Bit Zähler/Timer, Timer 1 stoppt, Wert bleibt erhalten |                             |     |    |
|                              |              |                | 0                       | Zeitgeberfunktion, Zählertakt: fOsc/12 |                         |  |                             |     |    |
|                              |              |                | 1                       | Zählerfunktion (externer Zähltakt)     |                         |  |                             |     |    |
|                              |              | 0              |                         |  |                         |  |                             |     |    |
|                              |              | 1              |                         |  |                         |  |                             |     |    |
| SFR TCON                     |              | Symbol/Adresse |                         |  |                         |  |                             |     |    |
| Byteadresse                  | TF1          | TR1            | TF0                     | TR0                                    | IE1                     | IT1  | IE0                         | IT0 |    |
| 88 H                         | 8FH          | 8EH            | 8DH                     | 8CH                                    | 8BH                     | 8AH  | 89H                         | 88H |    |
| Interrupt<br>Kontrol<br>Flag | star-<br>ten | anhalten       | Timer-Anforderungs-Flag |  | setzen                  |  | rücksetzen                  |     |    |
| TR0                          | 1            | 0              | TF0                     |  | bei jedem Über-<br>lauf |  | Bei Interrupt-<br>auslösung |     |    |
| TR1                          | 1            | 0              | TF1                     |  | bei jedem Über-<br>lauf |  | Bei Interrupt-<br>auslösung |     |    |

### 8.2.8 Serielle Schnittstelle

#### Serielle Schnittstelle UART SFR SCON

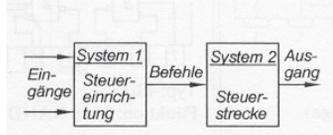
Die Kommunikation über die serielle Schnittstelle (UART, Universal Asynchronous Receiver/Transmitter) erfolgt über die Steuerung im SFR SCON.

| SFR SCON      |             |   |                  |                 |                      |     |     |     |
|---------------|-------------|---|------------------|-----------------|----------------------|-----|-----|-----|
|               | SM0         | SM1   | SM2              | REN             | TB8                  | RB8 | TI  | RI  |
| Adresse       | 9FH         | 9EH   | 9DH              | 9CH             | 9BH                  | 9AH | 99H | 98H |
| Bedeutung     | SM0,<br>SM1 | Modus, Betriebsart  |                  |                 |                      |     |     |     |
|               | SM2         | In der Betriebsart 2 und 3 wird RI nicht aktiviert, wenn das 9. Datenbit 0 ist (SM2 = "1"). In der Betriebsart 1 wird RI nicht aktiviert, wenn das Stoppbit nicht gültig war. |                  |                 |                      |     |     |     |
|               | REN         | Empfangsbereitschaft der seriellen Schnittstelle und stoppt den Empfang.  |                  |                 |                      |     |     |     |
|               | TB8         | In der Betriebsart 2 und 3 das 9. Bit, das übertragen wird. Wird durch Software gesetzt oder gelöscht.  |                  |                 |                      |     |     |     |
|               | RB8         | In der Betriebsart 2 und 3 wird das 9. Bit RB8 überschrieben.   |                  |                 |                      |     |     |     |
|               | TI          | Sende-Interrupt-Flag wird durch Stoppbit oder am Ende des 8. gesendeten Bits durch Hardware gesetzt.  |                  |                 |                      |     |     |     |
|               | RI          | Empfangsinterrupt-Flag wird am Ende des 8. empfangenen Datenbits oder durch ein Stoppbit gesetzt.   |                  |                 |                      |     |     |     |
| Betriebsarten | SM0         | SM1   | Betriebs-<br>art | Beschreibung    | Baudrate             |     |     |     |
|               | 0           | 0   | 0                | Schieberegister | fOsc/12              |     |     |     |
|               | 0           | 1   | 1                | 8-Bit-UART      | variabel             |     |     |     |
|               | 1           | 0   | 2                | 9-Bit-UART      | fOsc/32 oder fOsc/64 |     |     |     |
|               | 1           | 1   | 3                | 9-Bit-UART      | variabel             |     |     |     |

1 Grundlagen der Steuerungstechnik

1.1 Steuerung und Regelung

Steuern

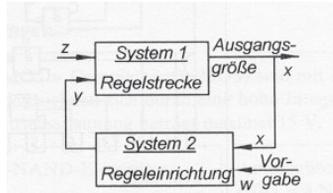


System mit offenem Wirkungsweg

*Kennzeichen einer Steuerung:*

- In einem technischen System wird die Ausgangsgröße durch die Eingangsgrößen beeinflusst.
- Typisch ist der offene Wirkungsablauf → **Steuerkette**

Regeln



w – Führungsgröße    x – Regelgröße  
y – Stellgröße        z – Störgröße

System mit geschlossenem Wirkungsweg

*Kennzeichen einer Regelung:*

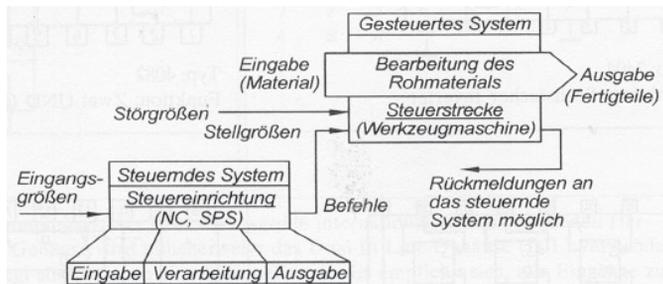
- Ständige Rückwirkung der zu regelnden Ausgangsgröße auf den Eingang des Systems
- Typisch ist der geschlossene Wirkungsablauf → **Regelkreis**

Regeleinrichtungen können analog oder digital ausgeführt sein. Für analoge Regler eignet sich bei P-, I- oder D-Verhalten der Operationsverstärker.

Digitale Regler werden überwiegend programmierbar ausgeführt.

1.2 Merkmale von Steuerungen

Blockschaltbild der Steuerung einer Werkzeugmaschine



Auswahl einer Steuerungsmethode

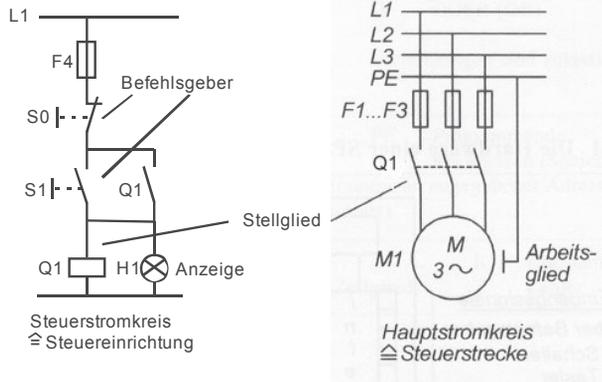
Die Auswahl der Steuerungsmethode hängt z. B. von folgenden Faktoren ab:

- Anforderung der gewünschten Anwendung (u. a. Funktion, Zuverlässigkeit, Platz)
- Kosten für Planung und Entwicklung
- Kosten der Steuerungskomponenten
- Folgekosten
- Kommunikationserfordernisse
- Diagnosemöglichkeiten

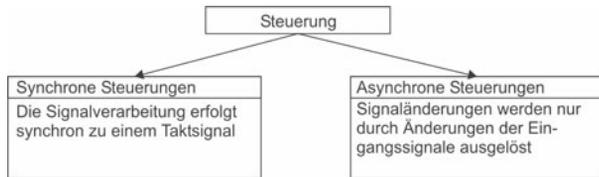
# Steuerungstechnik

## Grundlagen der Steuerungstechnik

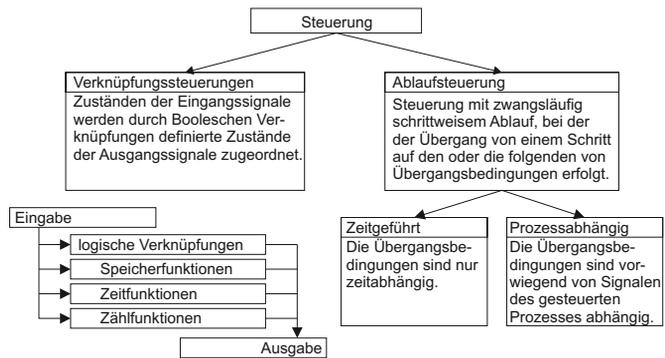
### Elektrische Motorsteuerung



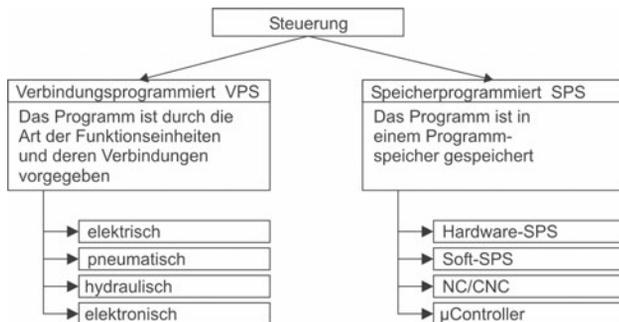
### Steuerungsarten Signalverarbeitung



### Steuerungsarten Steuerungsablauf



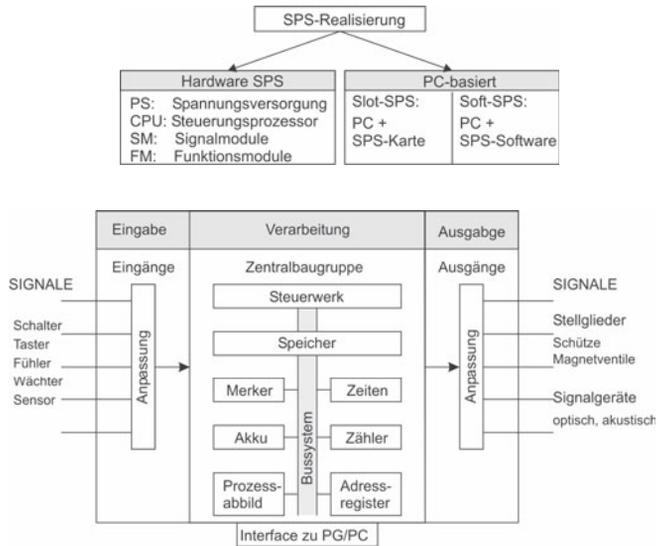
### Steuerungsarten Programmverwirklichung



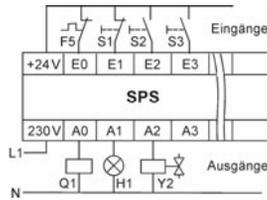
## 2 Speicherprogrammierbare Steuerungen SPS

### 2.1 Die Hardware einer SPS

#### Funktionsblöcke einer SPS



#### Beschaltung einer SPS



#### SPS-Norm

Die Norm EN 61131-3 legt die Syntax und Semantik von Programmiersprachen für Speicherprogrammierbare Steuerungen fest.

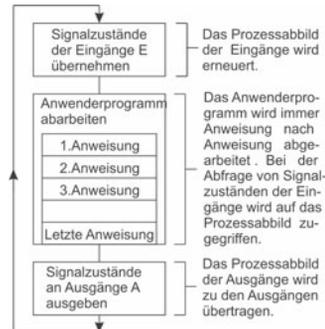
Beispiel: Bezeichnung der Ein-/Ausgangsvariablen

|          | EN 61131-3 | STEP 7 |
|----------|------------|--------|
| Eingänge | %IX25      | E 1.0  |
| Ausgänge | %QB 4      | AB 4   |

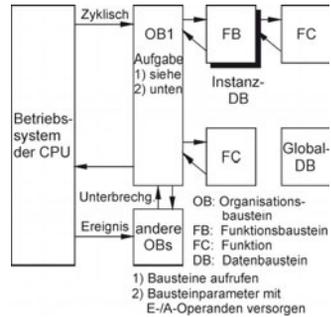
### 2.2 Programmierung einer SPS

#### Programmabarbeitung und strukturierte Programmierung

#### Zyklische Bearbeitung



#### Baueinstruktur bei STEP 7



# Steuerungstechnik

## Programmierung einer SPS

### Struktur einer Anweisung (Beispiel)

| Marke  | Operator | Operand | Kommentar       |
|--------|----------|---------|-----------------|
| START: | LD       | %IX1    | (*Ein-Taster*)  |
|        | AND      | %IX14   | (*Endschalter*) |
|        | ST       | %QX2    | (* Anzeige*)    |

### Operatoren der Anweisungsliste (Auswahl)

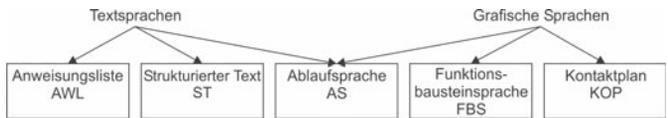
| Operator | Bedeutung  | Operator | Bedeutung    | Operator | Bedeutung    |
|----------|------------|----------|--------------|----------|--------------|
| LD       | Laden      | OR       | ODER         | MUL      | Multiplik.   |
| ST       | Speichern  | ORN      | ODER-NICHT   | DIV      | Division     |
| S        | Setzen     | XOR      | Exclus. Oder | GT       | Vergleich >  |
| R        | Rücksetzen | NOT      | Negation     | GE       | Vergleich >= |
| AND      | UND        | ADD      | Addition     | JMP      | Sprung       |
| ANDN     | UND-NICHT  | SUB      | Subtraktion  | CAL      | Aufruf       |

### Direkte Einzelement-Variablen

| Präfix | Bedeutung | Präfix | Bedeutung  | Datentyp |
|--------|-----------|--------|------------|----------|
| I      | Eingang   | X      | Bit        | BOOL     |
| Q      | Ausgang   | B      | Byte       | BYTE     |
| M      | Merker    | W      | Wort       | WORD     |
|        |           | D      | Doppelwort | DWORD    |
|        |           | L      | Langwort   | LWORD    |

### 2.2.1 Programmiersprachen

#### Übersicht



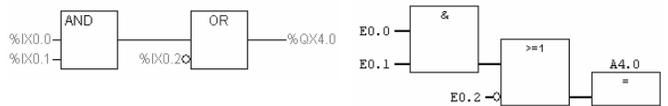
### Anweisungsliste AWL

| EN 61131-3 | STEP 7   |
|------------|----------|
| LD %IX0.0  | U E 0.0  |
| AND %IX0.1 | U E 0.1  |
| ORN %IX0.2 | ON E 0.2 |
| ST %QX4.0  | = A 4.0  |

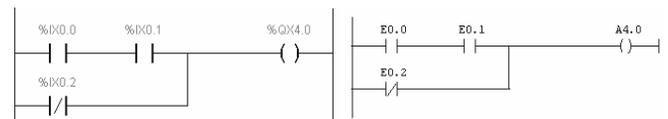
### Strukturierter Text ST

%QX4.0 := %IX0.0 AND %IX0.1 OR NOT %IX0.2;      A4.0 = E0.0 AND E0.1 OR NOT E0.2

### Funktionsbausteinsprache FBS



### Kontaktplan KOP



### 2.2.2 Programmieren grundlegender Funktionen nach EN 61131-3 und STEP 7 (Auswahl)

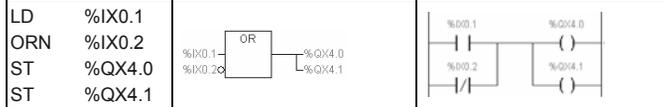
#### Anmerkungen

Die im weiteren Verlauf verwendete Darstellungen in den Programmiersprachen AWL, FUP und KOP basieren auf der Norm EN 6-1131-3. Auf die Darstellung der Funktionen in der Programmiersprache ST wird dabei verzichtet.

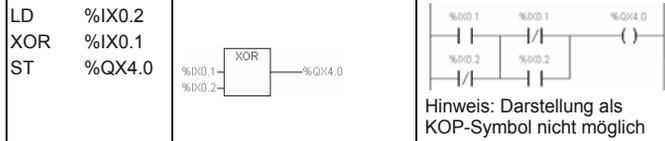
**UND,  
NEGATION**



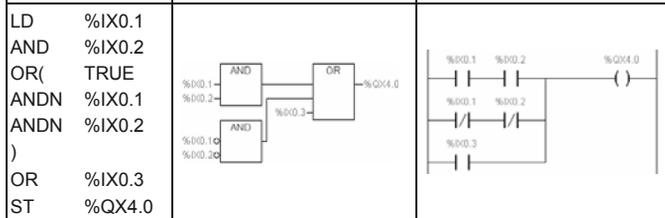
**ODER,  
NEGATION  
2 Zuweisungen**



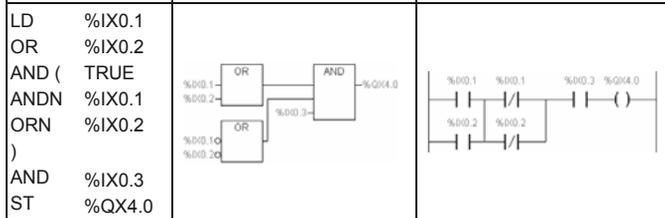
**Exklusiv ODER**



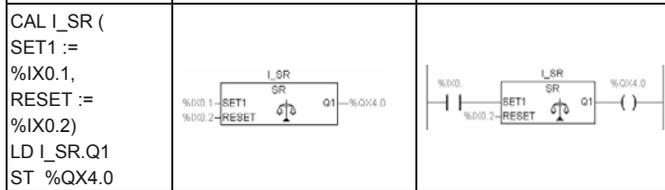
**Zusammengesetzte  
logische Verknüpfung  
Disjunktive Form**



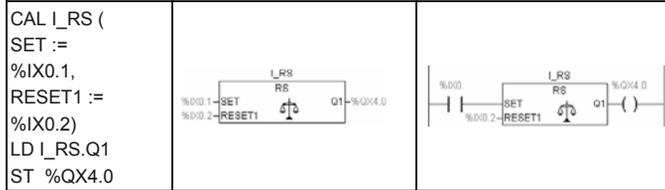
**Zusammengesetzte  
logische Verknüpfung  
Konjunktive Form**



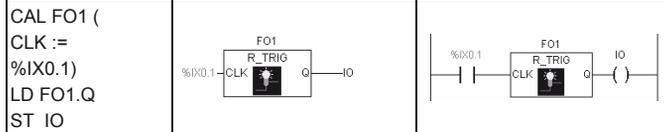
**SR-Speicherfunktion**



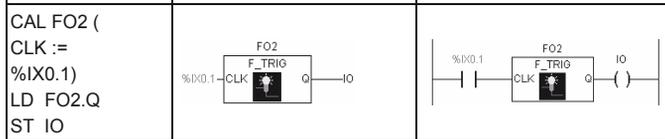
**RS-Speicherfunktion**



**Positive Flanke  
FO1 = Flankenoperand  
IO = Impulsoperand**



**Negative Flanke  
FO2 = Flankenoperand  
IO = Impulsoperand**

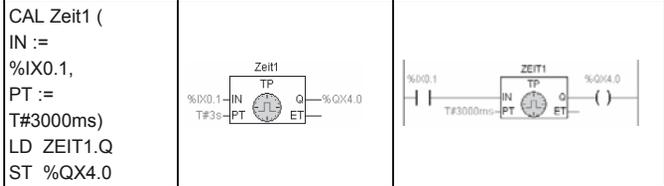


# Steuerungstechnik

## Programmierung einer SPS

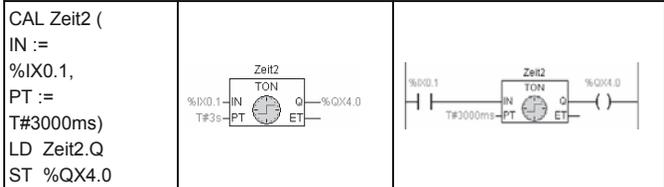
### Zeit als Impuls

#### Zeit1: TP



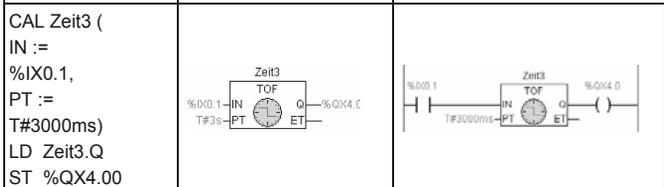
### Zeit als Einschaltverzögerung

#### Zeit2: TON

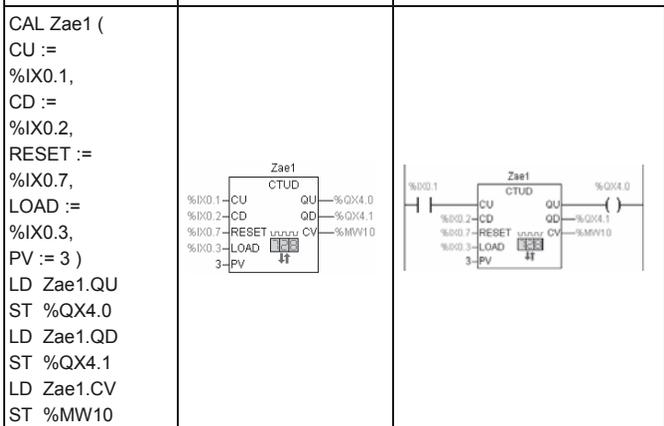


### Zeit als Ausschaltverzögerung

#### Zeit3: TOF



### Vor-Rückwärts-Zähler

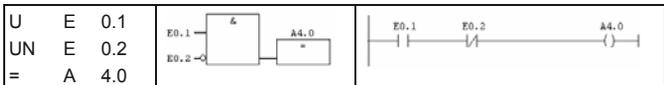


### STEP 7

#### Anmerkungen

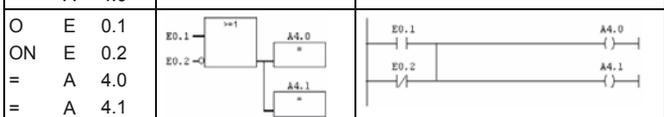
Die im weiteren Verlauf verwendete Darstellungen in den Programmiersprachen AWL, FUP und KOP basieren auf dem Programmierstandard STEP 7. Auf die Darstellung der Funktionen in der Programmiersprache ST wird dabei verzichtet.

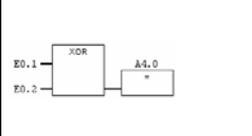
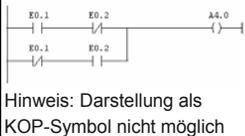
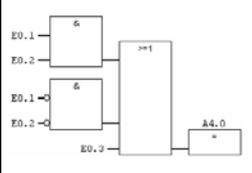
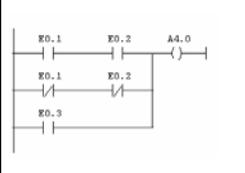
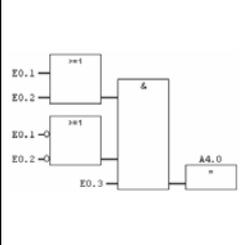
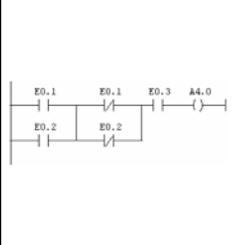
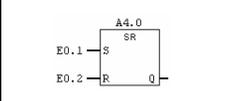
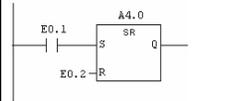
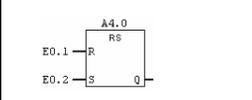
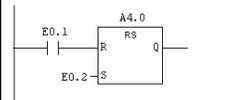
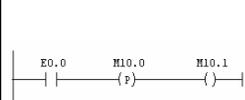
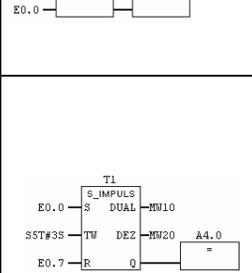
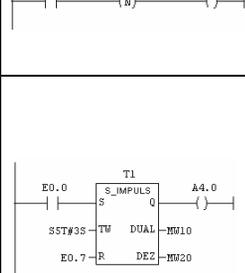
#### UND, NEGATION



#### ODER, NEGATION

2 Zuweisungen



|  |   |   |
|--|---|---|
| <p><b>Exklusiv ODER</b></p>  | <p>X E 0.1<br/>X E 0.2<br/>= A 4.0</p>   |  <p>Hinweis: Darstellung als KOP-Symbol nicht möglich</p> |
| <p><b>Zusammengesetzte logische Verknüpfung Disjunktive Form</b></p>       | <p>U E 0.1<br/>U E 0.2<br/>O E 0.1<br/>UN E 0.2<br/>O E 0.3<br/>= A 4.0</p>    |   |
| <p><b>Zusammengesetzte logische Verknüpfung Konjunktive Form</b></p>       | <p>U ( O E 0.1 O E 0.2 )<br/>U ( ON E 0.1 ON E 0.2 )<br/>U E 0.3<br/>= A 4.0</p>   |   |
| <p><b>SR-Speicherfunktion</b></p>  | <p>U E 0.1<br/>S A 4.0<br/>U E 0.2<br/>R A 4.0</p>   |   |
| <p><b>RS-Speicherfunktion</b></p>  | <p>U E 0.1<br/>R A 4.0<br/>U E 0.2<br/>S A 4.0</p>    |    |
| <p><b>Positive Flanke M10.0 = Flankenoperand M10.1 = Impulsoperand</b></p> | <p>U E 0.0<br/>FP M 10.0<br/>= M 10.1</p>    |   |
| <p><b>Negative Flanke M10.0 = Flankenoperand M10.1 = Impulsoperand</b></p> | <p>U E 0.0<br/>FN M 10.0<br/>= M 10.1</p>    |   |
| <p><b>Zeit als Impuls</b></p>  | <p>U E 0.0<br/>L S#T #3S<br/>S I T 1<br/>U E 0.7<br/>R T 1<br/>L T 1<br/>T MW 10<br/>LC T 1<br/>T MW 20<br/>U T 1<br/>= A 4.0</p>  |   |

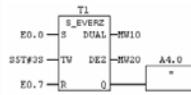
# Steuerungstechnik

## Programmierung einer SPS

### Zeit als Einschaltverzögerung

```

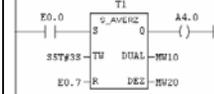
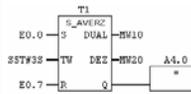
U E 0.0
L S5T #3S
SE T 1
U E 0.7
R T 1
L T 1
T MW 10
LC T 1
T MW 20
U T 1
= A 4.0
    
```



### Zeit als Ausschaltverzögerung

```

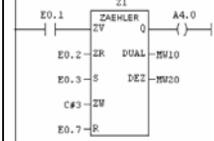
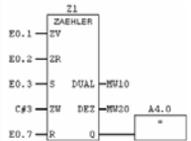
U E 0.0
L S5T #3S
SA T 1
U E 0.7
R T 1
L T 1
T MW 10
LC T 1
T MW 20
U T 1
= A 4.0
    
```



### Vor-Rückwärts-Zähler

```

U E 0.1
ZV Z 1
U E 0.2
ZR Z 1
U E 0.3
L C#3
S Z 1
U E 0.7
R Z 1
L Z 1
T MW 10
LC Z 1
T MW 20
U Z 1
= A 4.0
    
```

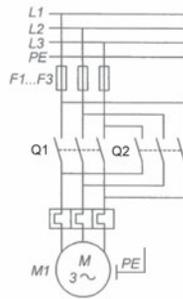


## 2.3 Programmbeispiel: Wendeschüttschaltung

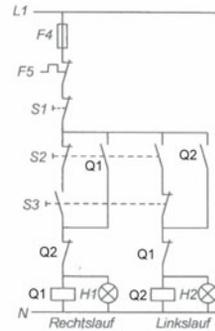
### Schaltungsbeschreibung

Die Wendeschützsteuerung für einen Drehstrommotor ist so auszulegen, dass der Motor erst dann in eine andere Drehrichtung geschaltet werden kann, wenn er vorher abgeschaltet worden ist (Umschalten über Halt). Die Leistungsschütze sollen gegenseitig verriegelt werden (Software). Aus Sicherheitsgründen sind zusätzliche Verriegelungskontakte einzusetzen (Hardware). Die jeweilige Drehrichtung soll durch Leuchtmelder angezeigt werden. Auf Drahtbruchsicherheit ist zu achten.

Gegeben ist der Hauptstromkreis und der Steuerstromkreis der Schaltung.



Hauptstromkreis

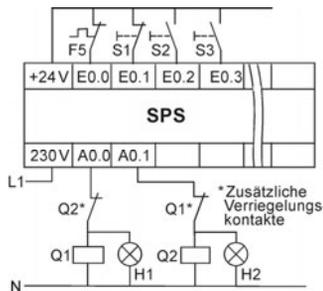


Steuerstromkreis

**Arbeitsaufgaben**

Der Anschlussplan (Belegungsplan) ist zu zeichnen.  
 Die Zuordnungsliste ist zu erstellen.  
 Aus dem Steuerstromkreis ist das Steuerungsprogramm zu erstellen und in den beiden Programmiersprachen AWL und FBS nach STEP 7 darzustellen.  
 Das Steuerungsprogramm ist unter Verwendung von SR-Speicherfunktionen neu zu entwerfen und in den beiden Programmiersprachen AWL und FBS nach STEP 7 darzustellen.

**Anschlussplan der SPS unter Berücksichtigung der Drahtbruchsicherheit**



**Drahtbruchsicherheit:**

Die Ausschaltkontakte F5 und S1 werden als „echte Öffner“ an die SPS angeschlossen. Sollte ein Anschlussdraht dieser Kontakte ausfallen (brechen), so hat das ein Abschalten der Anlage zur Folge.

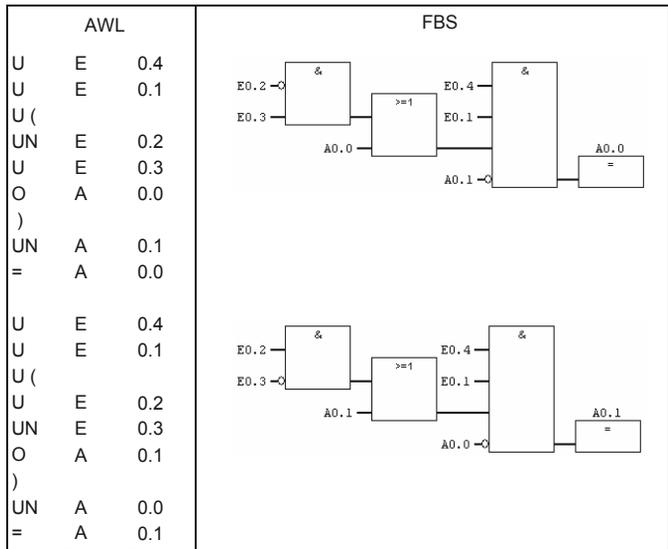
**Zuordnungsliste**

| Eingangsvariable        | Symbol | Datentyp | Logische Zuordnung | Adresse |
|-------------------------|--------|----------|--------------------|---------|
| AUS-Taster              | S1     | BOOL     | Betätigt S1 = 0    | E 0.1   |
| EIN-Taster Linkslauf    | S2     | BOOL     | Betätigt S2 = 1    | E 0.2   |
| EIN-Taster Rechtslauf   | S3     | BOOL     | Betätigt S3 = 1    | E 0.3   |
| Kontakt Motorschutz     | F5     | BOOL     | Automatik F5 = 1   | E 0.4   |
| <b>Ausgangsvariable</b> |        |          |                    |         |
| Schütz Rechtslauf       | Q1     | BOOL     | Angezogen K1 = 1   | A 0.0   |
| Schütz Linkslauf        | Q2     | BOOL     | Angezogen K2 = 1   | A 0.1   |
| Leuchtmelder Rechtslauf | H1     | BOOL     | Leuchtet H1 = 1    | A 0.0   |
| Leuchtmelder Linkslauf  | H2     | BOOL     | Leuchtet H2 = 1    | A 0.1   |

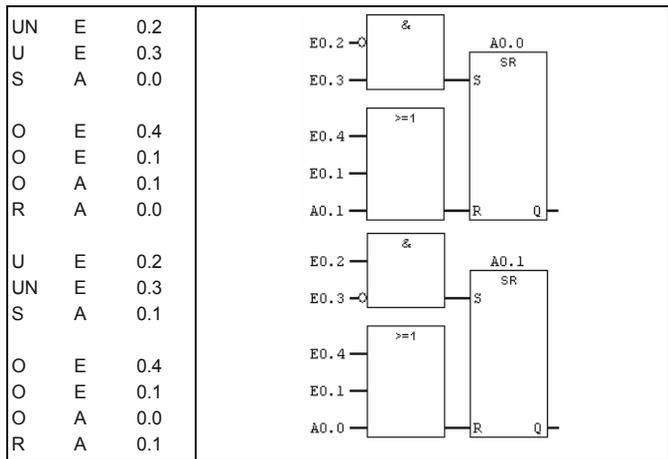
# Steuerungstechnik

## Ablaufsteuerungen mit SPS

### Steuerungsprogramm mit Selbsthaltung nach Stromlaufplan



### Steuerungsprogramm mit SR-Speicher



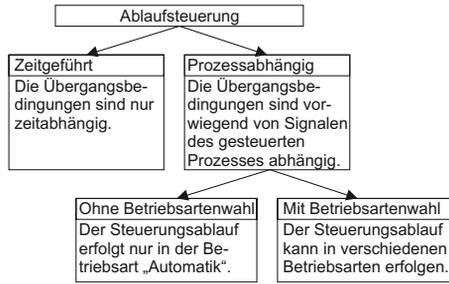
## 3 Ablaufsteuerungen mit SPS

### 3.1 Grundlagen

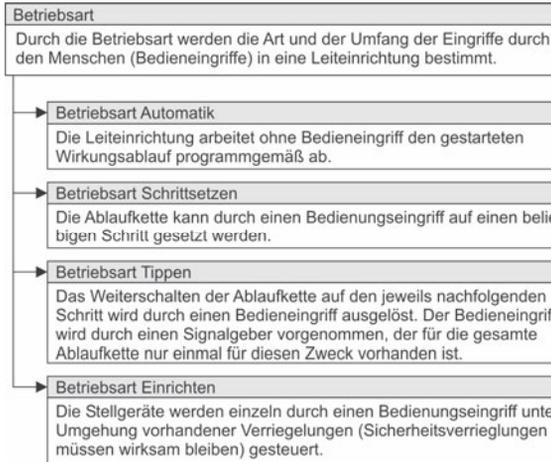
#### Ablaufsteuerung

Steuerungen, die einen schrittweisen Ablauf nach den Vorgaben von *Ablaufunktionsplänen* ausführen, werden *Ablaufsteuerungen* genannt.

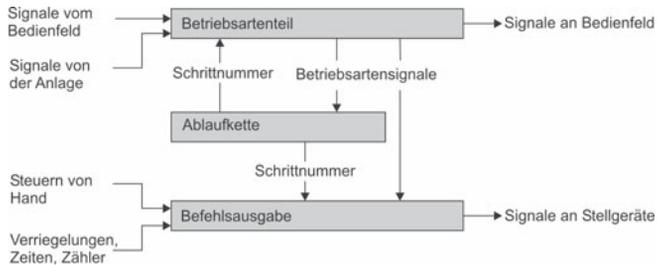
### Arten von Ablaufsteuerungen



### Betriebsarten bei Ablaufsteuerungen

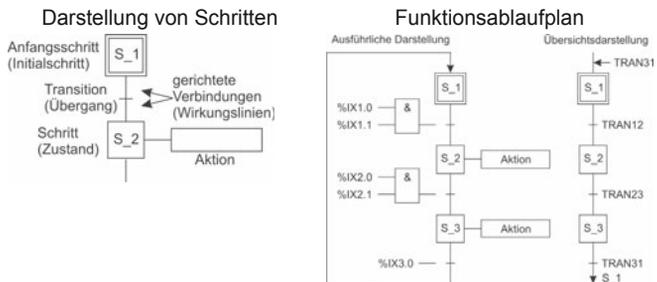


### Struktur einer Ablaufsteuerung mit Betriebsartenwahl



### 3.2 Ablaufkette

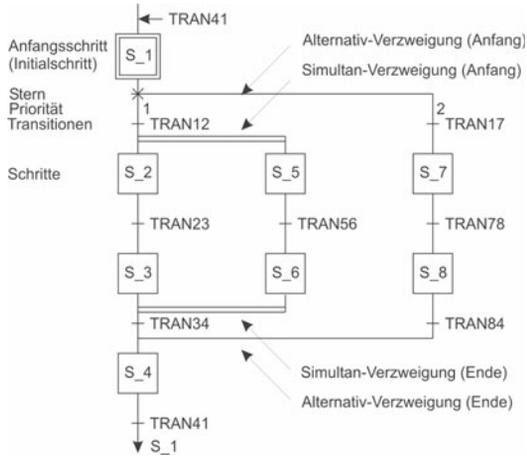
#### Darstellung einer linearen Ablaufkette nach EN 61131-3



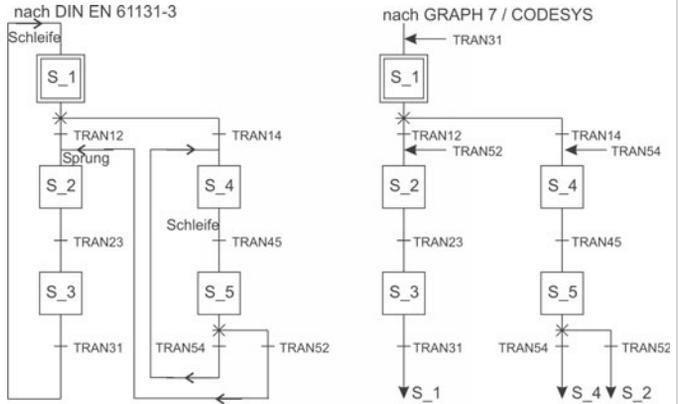
# Steuerungstechnik

## Ablaufsteuerungen mit SPS

### Verzweigte Ablaufketten

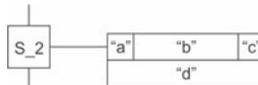


### Sprung und Schleifen- darstellung von Ablauf- ketten



### 3.3 Befehlsausgabe, Aktionen, Aktionsblock

#### Vollständige Darstellung des Aktionsblocks nach EN61131-3



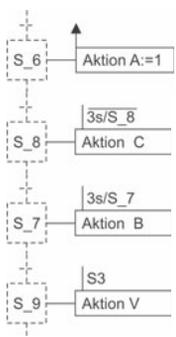
Feld „a“: Bestimmungszeichen  
 Feld „b“: Aktionsname  
 Feld „c“: Anzeigevariable  
 Feld „d“: Beschreibung der Aktion in  
 AWL, ST, KOP oder FBS.

#### Bestimmungszeichen für Aktionen

| Zeichen | Erläuterung                      | Funktion (nach EN 61131-3) |
|---------|----------------------------------|----------------------------|
| kein    | Nicht gespeichert (kein Zeichen) |                            |
| N       | Nicht gespeichert                |                            |
| R       | Vorrangiges Rücksetzen           |                            |
| S       | Setzen (gespeichert)             |                            |

| Zeichen | Erläuterung                   | Funktion (nach EN 61131-3) |
|---------|-------------------------------|----------------------------|
| L       | Zeitbegrenzt                  |                            |
| D       | Zeitverzögert                 |                            |
| P       | Impuls (Flanke)               |                            |
| SD      | Gespeichert und zeitverzögert |                            |
| DS      | Verzögert und gespeichert     |                            |
| SL      | Gespeichert und zeitbegrenzt  |                            |

Darstellung des Aktionsblocks nach DIN EN 60848 (Grafcet)



- Speichernde Aktion**  
Aktion wird bei Aktivierung des Schrittes gespeichert.
- Zeitbegrenzte Aktion**  
Die Zuweisungsbedingung ist nur für die Dauer von 3 s erfüllt.
- Zeitverzögerte Aktion**  
Die Zuweisungsbedingung wird erst nach 3 s erfüllt.
- Bedingte Aktion**  
Die Zuweisungsbedingung S3 beeinflusst die kontinuierlich wirkende Aktion.

### 3.4 Programmbeispiel:

#### Prozessablauf Technologieschema

| Beschreibung des Prozessablaufs  | Technologieschema |
|--|-------------------|
| <p>Nach Betätigung der Taste S1 wird das Zulaufventil Y1 solange geöffnet, bis der Niveauschalter LS2 anspricht. Danach wird der Rührwerkmotor M eingeschaltet und das Ventil Y2 geöffnet. Spricht der Niveauschalter LS3 an, wird das Ventil Y2 geschlossen und die Heizung eingeschaltet. Meldet der Temperaturfühler TS das Erreichen der vorgegebenen Temperatur, werden die Heizung und das Rührwerk abgeschaltet sowie das Auslassventil Y3 geöffnet. Wenn der Niveauschalter LS1 meldet, dass der Behälter leer ist, wird das Ventil Y3 geschlossen. Durch erneute Betätigung der Taste S1 kann der Vorgang wiederholt werden. Mit einer RESET-Taste kann die Ablaufsteuerung in die Grundstellung gebracht werden.</p> |                   |

# Steuerungstechnik

## Ablaufsteuerungen mit SPS

### Arbeitsaufgaben

Die Zuordnungsliste ist zu erstellen.

Der Funktionsablaufplan ist für den Prozessablauf zu entwerfen.

Das Steuerungsprogramm des Funktionsablaufplans mit SR-Speichern ist zu zeichnen.

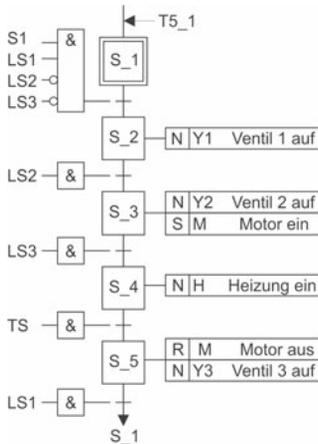
Das Steuerungsprogramm ist mit der Ablaufsprache AS nach EN 61131-3 darzustellen.

Das Steuerungsprogramm ist mit der Ablaufsprache S7-Graph zu programmieren.

### Zuordnungsliste

| Eingangsvariable     | Symbol | Datentyp | Logische Zuordnung  | Adresse | STEP 7 |
|----------------------|--------|----------|---------------------|---------|--------|
| Start-Taste          | S1     | BOOL     | betätigt S1 = 1     | %IX 0.0 | E 0.0  |
| Niveausch. Beh. leer | LS1    | BOOL     | spricht an LS1 = 1  | %IX 0.1 | E 0.1  |
| Niveausch. Beh. halb | LS2    | BOOL     | spricht an LS2 = 1  | %IX 0.2 | E 0.2  |
| Niveausch. Beh. voll | LS3    | BOOL     | spricht an LS3 = 1  | %IX 0.3 | E 0.3  |
| Temperaturfühler     | TS     | BOOL     | spricht an TS = 1   | %IX 0.4 | E 0.4  |
| RESET-Taster         | RESET  | BOOL     | betätigt RESET = 1  | %IX 0.5 | E 0.5  |
| Ausgangsvariable     |        |          |                     |         |        |
| Ventil Stoff 1       | Y1     | BOOL     | Ventil offen Y1 = 1 | %QX 0.0 | A 0.0  |
| Ventil Stoff 2       | Y2     | BOOL     | Ventil offen Y2 = 1 | %QX 0.1 | A 0.1  |
| Auslassventil        | Y3     | BOOL     | Ventil offen Y3 = 1 | %QX 0.2 | A 0.2  |
| Heizung              | H      | BOOL     | Heizung an H = 1    | %QX 0.3 | A 0.3  |
| Rührwerkmotor        | M      | BOOL     | Motor läuft M = 1   | %QX 0.4 | A 0.4  |

### Funktionsablaufplan



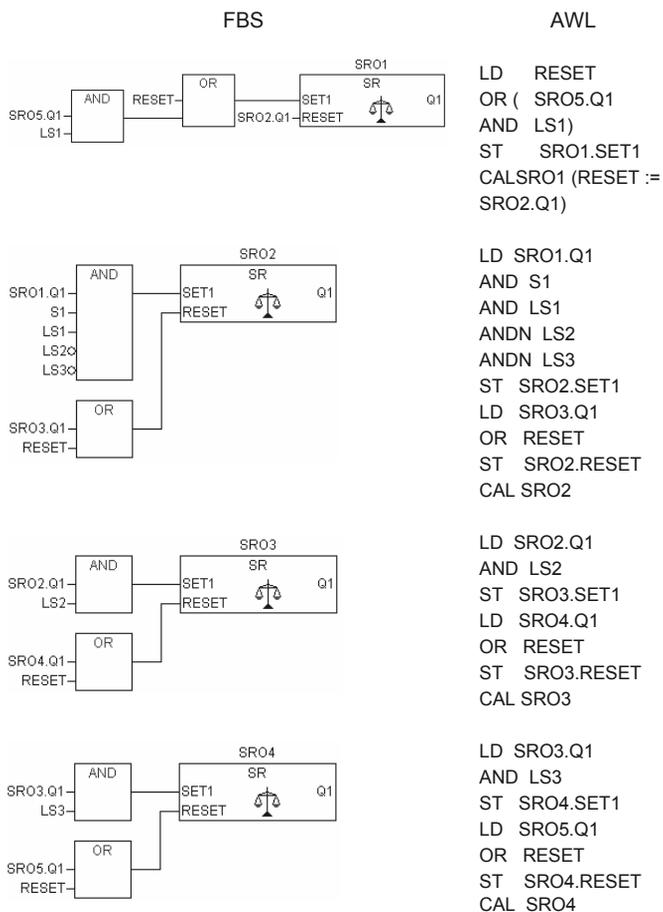
### 3.4.1 Realisierung mit SR-Speicherfunktionen

#### Deklaration Funktionsbaustein FB10

#### Steuerungsprogramm in der FBS- und AWL-Sprache

Das Steuerungsprogramm für den Funktionsablaufplan wird im Funktionsbaustein FB 10 realisiert.

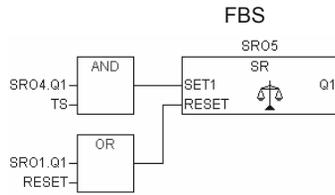
| VAR_INPUT    | VAR_OUTPUT | VAR                   |
|--------------|------------|-----------------------|
| S1: BOOL;    | Y1: BOOL;  | SRO1:SR:= (Q1:=TRUE); |
| LS1: BOOL;   | Y2: BOOL;  | SRO2: SR;             |
| LS2: BOOL;   | Y3: BOOL;  | SRO3: SR;             |
| LS3: BOOL;   | H: BOOL;   | SRO4: SR;             |
| TS: BOOL;    | M: BOOL;   | SRO5: SR;             |
| RESET: BOOL; | END_VAR    | I_M: SR;              |
| END_VAR      |            | END_VAR               |



# Steuerungstechnik

## Ablaufsteuerungen mit SPS

### Steuerungsprogramm in der FBS- und AWL-Sprache



### AWL

```
LD SR04.Q1
AND TS
ST SR05.SET1
LD SR01.Q1
OR RESET
ST SR05.RESET
CAL SR05
```

SR02.Q1 — Y1

```
LD SR02.Q1
ST Y1
```

SR03.Q1 — Y2

```
LD SR03.Q1
ST Y2
```

SR05.Q1 — Y3

```
LD SR05.Q1
ST Y3
```

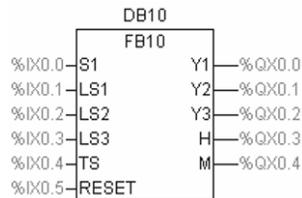
SR04.Q1 — H

```
LD SR04.Q1
ST H
```



```
LD SR05.Q1
OR RESET
ST I_M.RESET
CAL I_M(SET1 := SR03.Q1)
LD I_M.Q1
STM
```

### Aufruf des Funktionsbausteins FB10



```
CAL DB10 (
S1 := %IX0.0,
LS1 := %IX0.1,
LS2 := %IX0.2,
LS3 := %IX0.3,
TS := %IX0.4,
RESET := %IX0.5)
```

```
LD DB10.Y2
ST %QX0.1
```

```
LD DB10.Y3
ST %QX0.2
```

```
LD DB10.H
ST %QX0.3
```

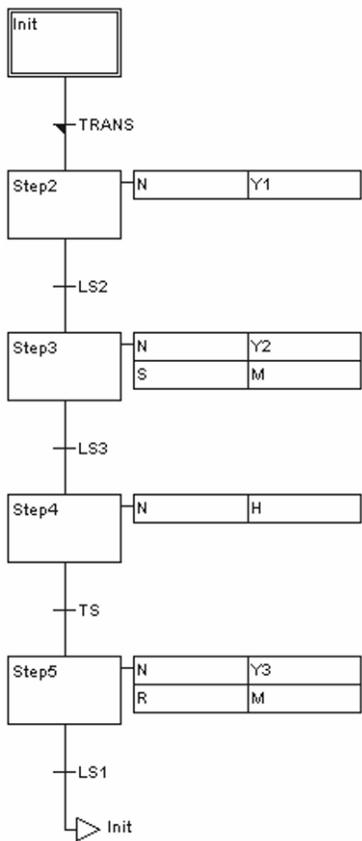
```
LD DB10.M
ST %QX0.4
```

```
LD DB10.Y1
ST %QX0.0
```

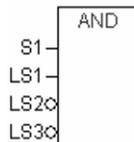
### 3.4.2 Realisierung mit der Ablaufsprache AS nach EN 61131-3

#### Steuerungsprogramm in der AS-Sprache

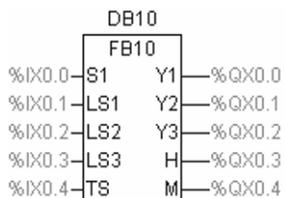
Das Steuerungsprogramm in der Ablaufsprache AS wird wieder im Funktionsbaustein FB 10 realisiert.



TRANS:



#### Aufruf des Funktionsbausteins FB10



```

CAL DB10 (
S1 := %IX0.0,   LD DB10.Y3
LS1 := %IX0.1, ST %QX0.2
LS2 := %IX0.2, LD DB10.H
LS3 := %IX0.3, ST %QX0.3
TS := %IX0.4) LD DB10.M
                ST %QX0.4
LD DB10.Y2     LD DB10.Y1
ST %QX0.1     ST %QX0.0
  
```

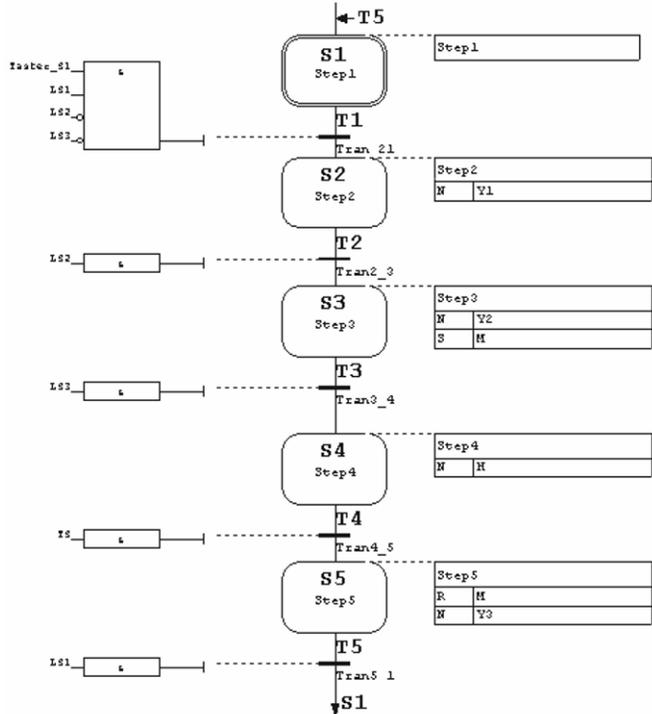
## Steuerungstechnik

### Ablaufsteuerungen mit SPS

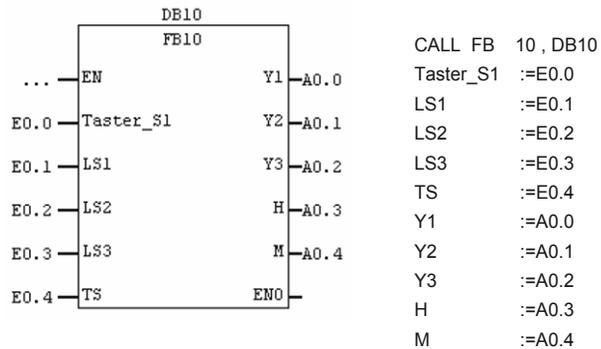
#### 3.4.3 Realisierung mit der Ablaufsprache AS nach S7-GRAPH

##### Steuerungsprogramm

Das Steuerungsprogramm wird wieder im Funktionsbaustein FB 10 realisiert.



##### Aufruf des Bausteins im OB1



## 1 Grundlagen

### 1.1 Begriffe

|  |  |
|--|--|
| <b>Größenwert, Zahlenwert, Einheit</b> | Größenwert = Zahlenwert · Einheit<br>Beispiel: Größenwert 5 V → Zahlenwert 5; Einheit V  |
| <b>Messen</b>                          | Experimenteller Vorgang, durch den ein spezieller Wert einer physikalischen Größe als Vielfaches einer Einheit oder eines Bezugswertes ermittelt wird  |
| <b>Messwert</b>                        | Gemessener spezieller Wert einer Messgröße   |
| <b>Messergebnis</b>                    | Ein aus mehreren Messwerten einer physikalischen Größe oder aus Messwerten für verschiedene Größen nach einer festgelegten Beziehung ermittelter Wert oder Werteverlauf  |
| <b>Messprinzip</b>                     | Charakteristische physikalische Erscheinung, die bei der Messung benutzt wird. Beispiel: Temperaturmessung → Änderung des elektrischen Widerstandes eines metallischen Leiters durch Temperaturänderung                |
| <b>Messverfahren</b>                   | Spezielle Art der Anwendung eines Messprinzips.<br>Beispiel: Abgleich einer Instrumentenanzeige auf Null. Wird z. B. bei Brückenschaltungen als <i>Nullabgleichverfahren</i> bezeichnet.                               |
| <b>Messgerät</b>                       | Liefert oder verkörpert Messwerte  |
| <b>Messbereich</b>                     | Bereich von Werten des Eingangssignals eines Messgerätes, der entsprechend der Kennlinie dieses Messgerätes eindeutig und innerhalb vorgegebener Fehlergrenzen durch Werte des Ausgangssignals abgebildet wird         |
| <b>Empfindlichkeit</b>                 | Verhältnis der Änderung einer Ausgangsgröße zu der sie verursachenden Eingangsgröße  |
| <b>Kalibrieren</b>                     | Ermitteln des gültigen Zusammenhanges zwischen dem Messwert oder dem Wert des Ausgangssignals und dem konventionell richtigen Wert der Messgröße   |
| <b>Justieren</b>                       | Einstellen oder Abgleichen eines Messgerätes mit dem Ziel, die Anzeige des Messgerätes möglichst nahe an den richtigen Wert der Messgröße anzugleichen   |
| <b>Eichen</b>                          | Von einer Eichbehörde nach den gesetzlichen Vorschriften und Anforderungen vorzunehmende Prüfung und Stempelung von Messgeräten. Beispiele: Elektrizitätszähler, Waagen, Zapfsäulen                                    |
| <b>Messumformer</b>                    | Messgerät, das ein analoges Eingangssignal in ein eindeutig damit zusammenhängendes analoges Ausgangssignal umformt. Beispiel: Temperaturmessung → Eine Temperaturänderung wird in eine Widerstandsänderung umgeformt. |
| <b>Messwandler</b>                     | Am Ein- und Ausgang tritt die gleiche physikalische Größe auf; es wird keine Hilfsenergie benötigt. Beispiele: Spannungswandler, Stromwandler  |

# Messtechnik

## Grundlagen

### Messumsetzer

Die Signalstruktur von Ein- und Ausgang ist entweder unterschiedlich (analog-digital bzw. digital-analog) oder nur digital.

### Analoge Messverfahren

Der Messgröße wird ein Signal zugeordnet, das mindestens im Idealfall eine eindeutig umkehrbare Abbildung der Messgröße ist (häufig Skalenanzeige).

### Digitale Messverfahren

Der Messgröße wird ein Signal zugeordnet, das eine mit fest gegebenen Schritten quantisierte Abbildung der Messgröße ist (häufig Ziffernanzeige).

## 1.2 Einheiten

### SI-Basiseinheiten

| Basisgröße                  | Basiseinheit |                  |
|-----------------------------|--------------|------------------|
|                             | Name         | Einheitenzeichen |
| Länge                       | Meter        | m                |
| Masse                       | Kilogramm    | kg               |
| Zeit                        | Sekunde      | s                |
| Elektrische Stromstärke     | Ampere       | A                |
| Thermodynamische Temperatur | Kelvin       | K                |
| Lichtstärke                 | Candela      | cd               |
| Stoffmenge                  | Mol          | mol              |

### Abgeleitete SI-Einheiten (Auswahl)

| Abgeleitete Größe        | Name   | Zeichen  | Zusammenhang zu anderen SI-Einheiten            |
|--------------------------|--------|----------|---|
| Kraft                    | Newton | N        | $1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2$ |
| Energie                  | Joule  | J        | $1 \text{ J} = 1 \text{ Nm}$                    |
| Leistung                 | Watt   | W        | $1 \text{ W} = 1 \text{ J/s}$                   |
| Elektrische Spannung     | Volt   | V        | $1 \text{ V} = 1 \text{ W/A}$                   |
| Elektrischer Widerstand  | Ohm    | $\Omega$ | $1 \Omega = 1 \text{ V/A}$                      |
| Elektrische Kapazität    | Farad  | F        | $1 \text{ F} = 1 \text{ As/V}$                  |
| Elektrische Induktivität | Henry  | H        | $1 \text{ H} = 1 \text{ Vs/A}$                  |
| Magnetischer Fluss       | Weber  | Wb       | $1 \text{ Wb} = 1 \text{ Vs}$                   |

## 1.3 Messabweichung, Messfehler

### Messabweichung $F$

**Messabweichung:** Unterschied zwischen dem *erhaltenen* ( $x_a$ ) und dem wahren Wert ( $x_r$ ), oder, wenn der wahre Wert nicht bekannt ist, einem als richtig geltenden Wert, dem *konventionell richtigen Wert*. Der früher durchgehend gebrauchte Begriff *Fehler* sollte der Beschreibung von Messgeräten vorbehalten bleiben, die festgestellte systematische Abweichungen aufweisen (DIN 1319). Im Folgenden wird vorwiegend der Begriff Abweichung benutzt.

$$F = x_a - x_r$$

### Messfehler $F$

$$f = \frac{F}{x_r} = \frac{x_a - x_r}{x_r}$$

### Relative Messabweichung $f$

$$f = \frac{x_a - x_r}{x_r} \cdot 100 \text{ in } \%$$

### Relativer Messfehler $f$

### Wahrer Wert

### Konventionell richtiger Wert

### Systematische Abweichungen $A_a$

$A_a$ : Bekannt nach Betrag und Vorzeichen, deshalb korrigierbar. Messergebnis ist unrichtig. Beispiel: Einschalten eines Strommessgerätes in einen Messkreis  $\rightarrow$  der Innenwiderstand beeinflusst den Kreis und macht das Messergebnis unrichtig.

$$K = -A_a$$

### Korrektur $K$

$$x_r = x_a + K$$

### Berichtigter Messwert $x_r$

**Zufällige Abweichungen  $\Delta x_z$**

$\Delta x_z$ : Statistischer Natur; z. B. Rauschen, Störungen. Sie sind nicht bekannt und damit nicht korrigierbar. Sie machen ein Messergebnis unsicher. Häufig angebar sind Abweichungsgrenzen  $G$ , innerhalb derer der Messwert „mit großer Wahrscheinlichkeit“ liegt. Der Erfahrung entsprechend werden die Abweichungsgrenzen symmetrisch zum konventionell richtigen Wert angegeben.

Messwert mit Abweichungsgrenzen:  
 $x_r \pm G$

Beispiel:  $3 \text{ V} \pm 0,2 \text{ V}$

**Abweichungsgrenzen  $G$**

**(Maximale) relative Messabweichung  $f$**

Der Begriff maximal entfällt häufig. Zur Festlegung von  $G$  werden Erfahrungen, häufige Messungen und die Statistik herangezogen.

$$f = \frac{\pm G}{x_r}$$

**Arithmetischer Mittelwert  $\bar{x}$**

Der arithmetische Mittelwert ( $n < \infty$ ) kommt erfahrungsgemäß dem konventionell richtigen Wert häufig schon sehr nahe. Der Erwartungswert ( $n \rightarrow \infty$ ) repräsentiert mit großer Wahrscheinlichkeit den konventionell richtigen Wert. Näherung:  $\bar{x} \hat{=} \mu$  für großes  $n$ .

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_i$$

**Erwartungswert  $\mu$**

$n$  Zahl der Messwerte  
 $x_i$  Messwerte,  $i = 1 \dots n$ ,  $n < \infty$   
 $x_{in}$  Messwerte,  $n \rightarrow \infty$

$$\mu = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \frac{x_{in}}{n}$$

**Standardabweichung  $s$**

Je größer die Standardabweichung ist, desto mehr „streuen“ die Messwerte, und desto weniger wird man vom arithmetischen Mittelwert auf den konventionell richtigen Wert schließen können.

$$s = + \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

**Varianz  $s^2$  bzw.  $\sigma^2$**

Formelzeichen siehe arithmetischer Mittelwert.

**Abweichungsfortpflanzung**

Die Gesamtmessabweichung  $F_g$  berechnet sich aus der Summe der Einzelmessabweichungen. Mathematisch: Totales Differential. In der Praxis werden für  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta z$ ,... die Abweichungsgrenzen  $\pm G_x$ ,  $\pm G_y$ ,  $\pm G_z$ ,... eingesetzt. Das Vorzeichen der einzelnen Abweichungsgrenzen ist so zu wählen, dass sich die größtmögliche Gesamtabweichungsgrenze ergibt. Die tatsächlich auftretende Gesamtabweichungsgrenze liegt damit innerhalb der berechneten.

$$F_g = \frac{\partial f(x, y, z, \dots)}{\partial x} \cdot \Delta x + \frac{\partial f(x, y, z, \dots)}{\partial y} \cdot \Delta y + \frac{\partial f(x, y, z, \dots)}{\partial z} \cdot \Delta z + \dots$$

**Fehlerfortpflanzung**

Beispiel: Teilspannungen  $U_1 = 12 \text{ V} \pm 0,2 \text{ V}$ ;  $U_2 = 16 \text{ V} \pm 0,1 \text{ V}$ . Gesucht: Gesamtspannung  $U_g$  und Gesamtabweichungsgrenze.

$$x \leftrightarrow U_1; y \leftrightarrow U_2. \Rightarrow F = f(U_1, U_2) = U_1 + U_2$$

$$\Delta x = \Delta U_1 = \pm 0,2 \text{ V}; \Delta y = \Delta U_2 = \pm 0,1 \text{ V}$$

$$\Delta F = \frac{\partial (U_1 + U_2)}{\partial U_1} \cdot \Delta U_1 + \frac{\partial (U_1 + U_2)}{\partial U_2} \cdot \Delta U_2 = 1 \cdot \Delta U_1 + 1 \cdot \Delta U_2$$

$$U_g = (12 + 16) \text{ V} + \Delta F = 28 \text{ V} \pm (0,2 + 0,1) \text{ V} = 28 \text{ V} \pm 0,3 \text{ V}$$

# Messtechnik

## Grundlagen

### Fehler von analog anzeigenden Messgeräten

#### Klasse

Klasse: Betrag der Fehlergrenze in Prozent. Absoluter Fehler  $F$  i. a. bezogen auf den Messbereichsendwert (ME). Diese Fehlergrenze gilt für jeden Messwert. Der relative Messfehler  $f$  ist um so größer, je mehr Messwert und Skalenendwert voneinander abweichen.

In DIN 43780 festgelegte Klassen: 0,05; 0,1; 0,2; 0,5; 1; 2,5; 5.  $G_{\%}$  Zahlenwert der Klasse;  $x$  Messwert.

$$F = \pm(\text{ME} \cdot G_{\%})/100$$

$$f = \frac{F}{x}$$

### Fehler von digital anzeigenden Messgeräten

Die Fehlerangabe ist zurzeit noch nicht genormt.

$F_{\max}$ : maximaler absoluter Fehler

$f_1, f_2$ : Zahlenwert der Fehler

v.A.: von der Anzeige (Messwert)

v.E.: vom Endwert (Messbereichsendwert)

LSB: least significant bit (1 LSB: i. a. Quantisierungsfehler)

Beispiel:

$$F_{\max} = \pm(f_1 \% \text{ v.A.} + f_2 \% \text{ v.E.} + 1 \text{ LSB})$$

### 1.4 Mittelwerte, Häufigkeitsverteilungen, Vertrauensbereich

#### Arithmetischer Mittelwert

$\bar{x}$

Gleichanteil von  $x$ . Wird von Drehspulmesswerken und manchmal auch von einfachen Digitalvolt- oder Digitalvielfach-Messgeräten intern erfasst und zur Anzeige in den Effektivwert umgerechnet.

$x$  stellvertretend für Spannung  $u$  oder Strom  $i$

$T$  Periodendauer des periodischen Signalverlaufes  $x(t)$

$$\bar{x} = \frac{1}{T} \int_0^T \{x(t)\} dt$$

#### Effektivwert $X$

$x$  stellvertretend für Spannung  $u$  oder Strom  $i$ ,

$T$  Periodendauer des periodischen Signalverlaufes  $x(t)$ .

$$X = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T \{x(t)\}^2 dt}$$

#### Normalverteilung, Gaußverteilung

Voraussetzungen: 1. Zahl  $n$  der Messwerte sehr groß (ideal:  $n \rightarrow \infty$ ); 2. Vorhandensein von zufälligen Messabweichungen (Fehlern). Auftragen der einzelnen Messwerte in einem Häufigkeitsdiagramm  $\rightarrow$  Kurve stellt eine Häufigkeitsverteilung  $p(x)$  dar und nähert sich mit wachsendem  $n$  der Normalverteilung (Gaußverteilung, „Gaußsche Glockenkurve“). Je besser die Annäherung an die Normalverteilung ist, desto wahrscheinlicher entspricht der arithmetische Mittelwert dem konventionell richtigen Wert.

$\sigma^2$  Varianz

$\bar{x}$  arithmetischer Mittelwert

$p(x) =$

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi \cdot \sigma^2}} \cdot e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}}$$

Vertrauensgrenzen

Vertrauensbereich

Vertrauensniveau

Vertrauensgrenzen: Grenzen eines Intervalls, in dem der wahre Wert mit einer vorgegebenen Wahrscheinlichkeit  $(1 - \alpha)$  liegt. Das Intervall ist der Vertrauensbereich.  $(1 - \alpha)$  ist das Vertrauensniveau und wird vom Anwender gewählt.  
 $\bar{x}$  arithmetischer Mittelwert  
 $n$  Zahl der Messwerte  
 $s$  Standardabweichung  
 $t/\sqrt{n}$  nach DIN 1319, Teil 3; Auszug siehe folgende Tabelle

Obere Vertrauensgrenze

$$\bar{x} + \frac{t}{\sqrt{n}} \cdot s$$

Untere Vertrauensgrenze

$$\bar{x} - \frac{t}{\sqrt{n}} \cdot s$$

| Anzahl $n$<br>der Einzel-<br>messungen | $(1 - \alpha) = 68,26 \%$ |              | $(1 - \alpha) = 95 \%$ |              | $(1 - \alpha) = 99,5 \%$ |              |
|--|---------------------------|--------------|------------------------|--------------|--------------------------|--------------|
|  | $t$                       | $t/\sqrt{n}$ | $t$                    | $t/\sqrt{n}$ | $t$                      | $t/\sqrt{n}$ |
| 2                                      | 1,84                      | 1,30         | 12,71                  | 8,98         | 127,32                   | 90,03        |
| 5                                      | 1,15                      | 0,51         | 2,78                   | 1,24         | 5,60                     | 2,50         |
| 10                                     | 1,06                      | 0,34         | 2,26                   | 0,71         | 3,69                     | 1,17         |
| 30                                     | 1,02                      | 0,19         | 2,05                   | 0,37         | 3,04                     | 0,56         |
| 100                                    | 1,00                      | 0,10         | 1,98                   | 0,20         | 2,87                     | 0,29         |

## 2 Messverfahren zur Messung elektrischer Größen (Auswahl)

### 2.1 Spannungs- und Strommessung

Anzeige verschiedener Messgeräte bei Wechselgrößen

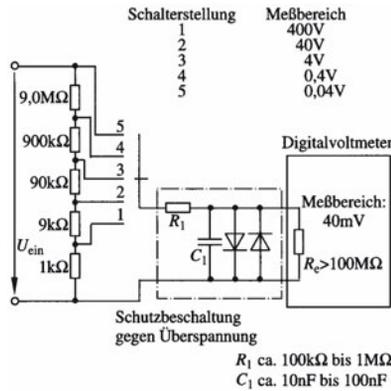
- Drehspulmessinstrument:** Zeigt den arithmetischen Mittelwert von Strom und Spannung an. Durch Gleichrichtung und Skalenkalibrierung wird nur der Effektivwert für eine sinusförmige Messgröße richtig angezeigt.
- Dreheisenmessinstrument:** Zeigt zwar prinzipiell den Effektivwert an, aber nur für im Signalverlauf enthaltene Frequenzanteile bis etwa 500 Hz bis 1000 Hz.
- Messinstrument mit Thermoumformer:** Zeigt den Effektivwert an für im Signalverlauf enthaltene Frequenzanteile bis etwa 65 MHz, Sonderausführungen bis 1000 MHz.
- Digitalmultimeter:** Es gibt drei Ausführungen:
  - Untere Preisklasse: Gemessen wird häufig der Scheitelwert, durch  $\sqrt{2}$  geteilt und angezeigt → nur für sinusförmige Größen geeignet.
  - Mittlere Preisklasse; „Echt-Effektivwertmessung“: Ein im zu messenden Signal enthaltener Gleichanteil wird nicht erfasst.
  - Obere Preisklasse: Die Effektivwertmessung ist von der Form des zu messenden Signals unabhängig. Zu beachten ist nur die obere Frequenzgrenze.

# Messtechnik

## Messverfahren zur Messung elektrischer Größen (Auswahl)

Gleichspannung

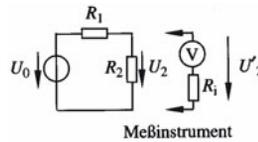
Wechselspannung



Digitalvoltmeter, Digital-Multimeter. Je nach Form der Messgröße geeignetes Messgerät verwenden. Innenwiderstand  $\geq 10 M\Omega$ ; zufällige relative Messabweichung  $\leq |\pm 5 \cdot 10^{-3}|$

Eingangskreis eines Digitalvoltmeters

Messabweichung durch den Innenwiderstand des Spannungsmessers



Systematische Messabweichung

$$f = -\frac{1}{1 + \frac{R_1}{R_1 \parallel R_2}}$$

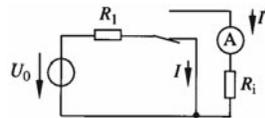
Gleichstrom

Wechselstrom

Strommessung durch Spannungsmessung an einem bekannten Widerstand. Der kleinste Spannungsmessbereich bei Digitalmultimetern liegt bei 40 mV...200 mV. Ein Strom von 10 mA erfordert einen Widerstand im Bereich 4 Ω bis 20 Ω.

Digitalmultimeter. Je nach Form der Messgröße geeignetes Messgerät verwenden. Innenwiderstand  $\leq 20 \Omega$ ; zufällige relative Messabweichung  $\leq |\pm 5 \cdot 10^{-2}|$

Messabweichung durch den Innenwiderstand des Strommessers



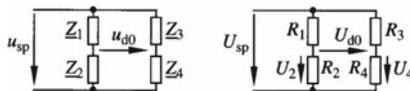
Systematische Messabweichung

$$f = -\frac{1}{1 + \frac{R_1}{R_i}}$$

### 2.2 Widerstands- und Impedanzmessung

Wheatstonesche Messbrücke im Abgleichverfahren

Abgleichverfahren:  $u_{d0} = 0$  bzw.  $U_{d0} = 0$



a) allgemein

b) Ohmsche Widerstände

$$Z_1 = Z_2 \cdot \frac{Z_3}{Z_4} \text{ oder}$$

$$|Z_1| = |Z_2| \cdot \left| \frac{Z_3}{Z_4} \right| \text{ und}$$

$$\varphi_1 + \varphi_4 = \varphi_2 + \varphi_3 ;$$

$$\text{bzw. } R_1 = R_2 \cdot \frac{R_3}{R_4}$$

Wheatstonesche Messbrücke im Ausschlagverfahren

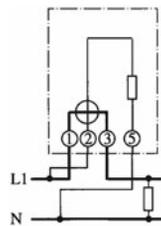
Ausschlagverfahren:  $u_{d0} = f(\Delta R)$  bzw.  $U_{d0} = f(\Delta R)$ ;  $\Delta R = 0 \Rightarrow$  Brücke abgeglichen.

| Brückenordnung | exakt  | Näherung                              |
|----------------|--|---------------------------------------|
|                | $U_{d0} = -U_{sp} \frac{\Delta R}{4R + 2\Delta R}$                     | $\approx -U_{sp} \frac{\Delta R}{4R}$ |
|                | $U_{d0} = U_{sp} \frac{\Delta R}{4R + 2\Delta R}$                      | $\approx U_{sp} \frac{\Delta R}{4R}$  |
|                | $U_{d0} = -U_{sp} \frac{\Delta R}{2R + \Delta R}$                      | $\approx -U_{sp} \frac{\Delta R}{2R}$ |
|                | $U_{d0} = -U_{sp} \frac{\Delta R}{2R}$                                 |                                       |
|                | $U_{d0} = -U_{sp} \frac{2R \cdot \Delta R}{4R^2 - (\Delta R)^2}$       | $\approx -U_{sp} \frac{\Delta R}{2R}$ |
|                | $U_{d0} = -U_{sp} \frac{\Delta R(2R - \Delta R)}{4R^2 - (\Delta R)^2}$ | $\approx -U_{sp} \frac{\Delta R}{2R}$ |
|                | $U_{d0} = -U_{sp} \frac{\Delta R}{R}$                                  |                                       |

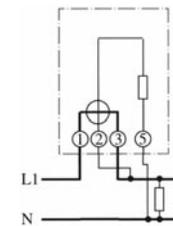
Viertel-, Halb- und Vollbrücke mit  $\Delta R$  bzw.  $\pm \Delta R$

### 2.3 Wirkleistungsmessung

#### Zweileitersystem



a) stromrichtig



b) spannungsrichtig

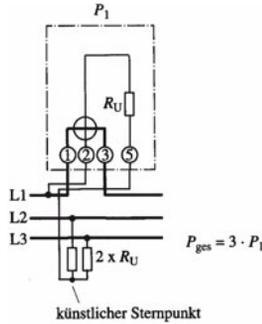
$$P = U \cdot I \cdot \cos \varphi$$

$\varphi$  Winkel der Last  $P$ :  
von der Last aufgenommene und vom Leistungsmessgerät angezeigte Wirkleistung

# Messtechnik

## Messverfahren zur Messung elektrischer Größen (Auswahl)

**Dreileitersystem  
(Vierleitersystem),  
symmetrische Last**



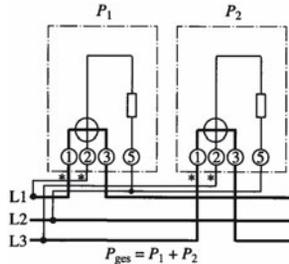
$$P_{ges} = 3 \cdot P_1$$

$P_{ges}$ : in den drei Lastimpedanzen umgesetzte Gesamt-Wirkleistung;

$P_1$ : vom Leistungsmessgerät angezeigte Wirkleistung-

Der Null- oder Neutralleiter kann bei symmetrischer Last entfallen.

**Dreileitersystem, beliebige Last: ARON-Schaltung, Zwei-Leistungsmesser-Verfahren**

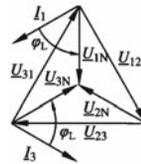


$$P_{ges} = P_1 + P_2, \text{ vorzeichenrichtig addiert!}$$

$P_1, P_2$ : von den Leistungsmessgeräten angezeigte Wirkleistungen,  $\varphi$ : Winkel der Last.

Da  $P_1$  oder  $P_2$  negativ sein kann, müssen die Leistungsmessgeräte wie folgt angeschlossen werden: Gekennzeichneten Strom- und Spannungspfadanschluss mit dem Netz verbinden, siehe „Sternkennzeichnung“ im Bild.

a) Anordnung der Leistungsmesser

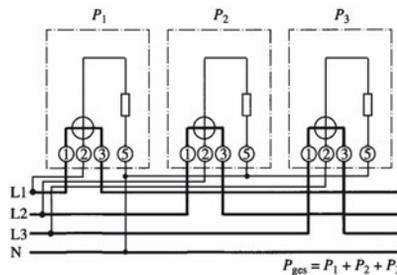


$\varphi_L$  Winkel der Last

b) Zeigerdiagramm für symmetrische Last

**Vierleitersystem**

**Beliebige Last**



$$P_{ges} = P_1 + P_2 + P_3$$

$P_{ges}$ : in den Lastimpedanzen umgesetzte Gesamt-Wirkleistung;

$P_1, P_2, P_3$ : von den Leistungsmessgeräten angezeigte Wirkleistungen.

### 2.4 Messung von L, C, Gütefaktor und Verlustfaktor

**Gütefaktor Q**

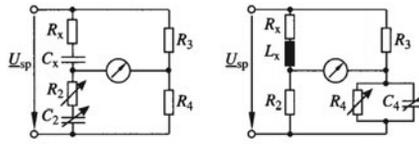
**Verlustfaktor tan  $\delta$**

**Verlustwinkel  $\delta$**

Spule:  $Q = 1 / \tan \delta = \omega \cdot L / R_L$ ;  $R_L$  in Reihe mit L

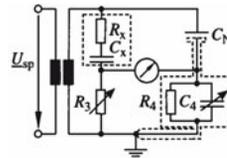
Kondensator:  $Q = 1 / \tan \delta = \omega \cdot C \cdot R_C$ ;  $R_C$  parallel zu C

Messung von  $Z_L, Z_C$



$C_x = C_2 \cdot \frac{R_4}{R_3}; R_x = R_2 \cdot \frac{R_3}{R_4}$        $L_x = R_2 \cdot R_3 \cdot C_4; R_x = R_2 \cdot \frac{R_3}{R_4}$

- a) Kapazitätsmessbrücke
- b) Induktivitätsmessbrücke nach Maxwell-Wien



Dim.:  $R_4 = \frac{1000}{\pi} \Omega$      $\tan \delta = R_4 \omega C_4$   
 $C_x = C_N \cdot \frac{R_4}{R_3}; R_x = R_3 \cdot \frac{C_1}{C_N}$   
 $\tan \delta = 10^5 \cdot \frac{C_4}{F}$   
 mit  $\omega = 2 \cdot \pi \cdot 50 \frac{1}{s}$

- c) Schering-Messbrücke

Häufig verwendet:  
 $U_{sp} = 10 \text{ V}; f = 1 \text{ kHz}$

$R_x, C_x, L_x$ : zu messende Größen.  
 Schering-Messbrücke:  
 Frequenz  $f = 50 \text{ Hz}$ ,  
 Speisespannung der Brücke im kV-Bereich.  
 Bestimmung von  $\tan \delta$  ermöglicht Rückschlüsse auf Isolationsfehler in Hochspannungskabeln.

3 Messung von nichtelektrischen Größen (Auswahl)

3.1 Widerstandsaufnehmer

Einflussgröße

Temperatur  $T$

Widerstandsänderung

$R(T)$  Widerstand bei der Temperatur  $T$

$R_0$  Widerstand bei der Temperatur  $T_0$ , häufig  $0 \text{ }^\circ\text{C}$ .

Abhängigkeit des Widerstandes von der Temperatur:

- $R(T) = R_0 (1 + A(T - T_0) + B(T - T_0)^2)$ , gilt allgemein für metallische Leiter, z. B. Cu, Pt, Ni. Näherung:  $R(T) \approx R_0(1 + A(T - T_0))$ , für A wird hier auch  $\alpha$  verwendet.  
 A (bzw.  $\alpha$ ), B: Materialkonstanten; A im Bereich  $(3...6) \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ , B im Bereich  $(-1...+10) \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-2}$ ; Silizium-Tempersensoren  $A \approx 7,7 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ ,  $B \approx 19 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-2}$ ;  $R_0$  im Bereich (1...10) k $\Omega$ .
- $R(T) = R_0 \exp(B(1/T - 1/T_0))$ , gilt für spezielle Materialien, hier NTC-Widerstand, B Materialkonstante in der Größenordnung 3000 K bis 4000 K.
- $R(T) = R_N \exp(\alpha(T - T_N))$ , gilt für spezielle Materialien, hier PTC-Widerstand, näherungsweise in einem begrenzten, technisch ausgenutzten Temperaturbereich  $T_{max} \geq T \geq T_N$  gültig; Typenspektrum für  $T_N$  im Bereich von ca.  $-20 \text{ }^\circ\text{C}$  bis  $350 \text{ }^\circ\text{C}$  und für  $R_N$  im Bereich von ca. 1  $\Omega$  bis 100 k $\Omega$ ;  $\alpha$  Materialkonstante im Bereich (0,1...0,7)  $\text{K}^{-1}$  oder meist angegeben in der Form (10...70) %/K.

$R(E) = R_0 (E / E_0)^{-\gamma}$ ;  $R(E)$  Widerstand bei der Beleuchtungsstärke  $E$ ;  
 $R_0$  Widerstand bei der Beleuchtungsstärke  $E_0$ ;  $\gamma$  Materialkonstante im Bereich 0,5...1,2.

Strahlung, hier  
 Beleuchtungsstärke  $E$

## Messtechnik

### Messung von nichtelektrischen Größen (Auswahl)

**Kraft, hier mechanische relative Dehnung  $\Delta l / l$  eines elektrischen Leiters**

$\Delta R/R = K \cdot \Delta l / l$ ; Anwendung: Dehnungsmessstreifen (DMS).  
 $K$  Materialkonstante, mit „K-Faktor“ bezeichnet; bei DMS gilt:  $K \approx 2$ .  $\Delta R/R$  relative Widerstandsänderung des DMS;  $\Delta l / l$  relative Längenänderung von DMS und Werkstück. Der DMS ist auf das Werkstück aufgeklebt.

**Magnetfeld, hier magnetische Flussdichte  $B$**

$R_B = R_0 (1 + k B^2)$ ;  $R_B$  Widerstand bei der Flussdichte  $B$ ;  
 $R_0$  Widerstand bei der Flussdichte 0;  $k$  Materialkonstante, angegeben wird meist  $R_B/R_0$ , liegt bei  $B = 1 \text{ T}$  im Bereich 5 bis 15;  $R_0$  im Bereich ca.  $10 \Omega$  bis  $1 \text{ k}\Omega$ .

### 3.2 Kapazitive Aufnehmer

**Plattenkondensator**

$\epsilon_0$  elektrische Feldkonstante  
 $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ As/Vm}$   
 $\epsilon_r$  Dielektrizitätszahl, materialabhängig  
 $A$  Fläche einer Platte in  $\text{m}^2$   
 $d$  Plattenabstand in m

$$C = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{A}{d}$$

**Änderung des Plattenabstandes**

Anwendung: Abstandsmessungen, Messung der Oberflächenrauheit.  $\Delta C$  Änderung der Kapazität (in F) infolge einer Plattenabstandsänderung von  $d_0$  auf  $d_0 + \Delta d$  (in m),  $C_0$  Kapazität beim Plattenabstand  $d_0$  in m. Praxis:  $\Delta d \geq 10^{-7} \text{ m}$ .

$$\frac{\Delta C}{C_0} = -\frac{\Delta d}{d_0} \cdot \frac{1}{1 + \frac{\Delta d}{d_0}}$$

**Änderung der Dielektrizitätszahl**

Anwendung: Füllstandsmesser. Rechteckförmiger Behälter, zwei gegenüberliegende Seiten als Kondensatorplatten ausgebildet.  $\Delta C$  Änderung der Kapazität durch Einfüllen eines Mediums mit  $\epsilon_r > 1$  in F  
 $C_0$  Kapazität ohne Medium mit  $\epsilon_r > 1$  in F  
 $x$  Füllhöhe des Mediums mit  $\epsilon_r > 1$  in m  
 $h$  Gesamthöhe des Behälters in m

$$\frac{\Delta C}{C_0} = \frac{x \cdot (\epsilon_r - 1)}{h}$$

**Änderung der Dielektrizitätszahl**

Anwendung: Messung der Schichtdicke von Kunststofffolien. Die Folie befindet sich zwischen den Kondensatorplatten.  $\Delta C$  Änderung der Kapazität durch Einbringen einer Folie mit  $\epsilon_r > 1$  in F  
 $C_0$  Kapazität ohne Folie in F  
 $x$  Dicke der Folie in m  
 $d$  Abstand der Kondensatorplatten in m

$$\frac{\Delta C}{C_0} = \frac{x \cdot (\epsilon_r - 1)}{\epsilon_r \cdot d - x \cdot (\epsilon_r - 1)}$$

### 3.3 Induktive Aufnehmer

**Spule**

$\mu_0$  magnetische Feldkonstante  
 $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Vs/Am}$   
 $\mu_r$  Permeabilitätszahl, materialabhängig  
 $N$  Windungszahl der Spule  
 $A$  Querschnittsfläche der Spule in  $\text{m}^2$   
 $l$  Länge der Spule in m  
 $r$  Radius einer Windung

$$L \approx \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \frac{N^2 \cdot A}{l}$$

für  $l \gg r$

**Änderung der Induktivität durch Einschieben eines Eisenkernes**

Ein Eisenkern mit  $\mu_r \gg 1$  wird teilweise in die Spule eingeschoben. Die Änderung der Induktivität  $\Delta L$  (in H) ergibt sich bei entsprechendem Spulenaufbau in erster Näherung proportional zur Änderung der Einschiebtiefe  $\Delta l$  (in m) des Eisenkernes.

$$\Delta L \approx K \cdot \Delta l$$

K: Konstante in H/m

**3.4 Drehzahlmessung, Drehfrequenzmessung**

Drehzahl

Drehfrequenz

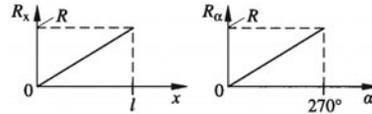
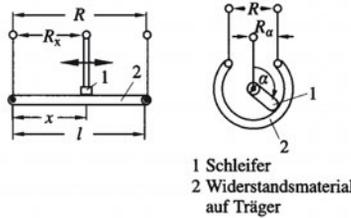
Drehzahl in 1/min; Drehfrequenz in 1/s.  
 N Zahl der gezählten Impulse in einem vorgegebenen Zeitintervall  
 n Drehzahl (Drehfrequenz) in 1/min (1/s)  
 p Zahl der Impulse pro Umdrehung  
 t Messzeit in s

$$N = n \cdot p \cdot t$$

$p \gg 1$  ermöglicht eine wesentliche Verkürzung der Messzeit.

**3.5 Weg- und Winkelmessung**

Widerstandsgeber



Prinzip und Kennlinie

Wegmessung:

$$x = l \cdot \frac{R_x}{R}$$

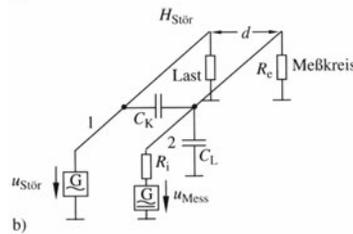
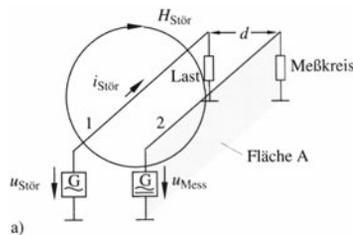
Winkelmessung:

$$\alpha = 270^\circ \cdot \frac{R_\alpha}{R}$$

Verwendet werden auf Keramikkörper gewickelte Drahtpotentiometer. Die über den Schleifer abgegriffenen Werte sind stufig, die Potentiometer wenig stör anfällig.

**4 Messdatenaufbereitung**

Einwirken von Störsignalen in einen Messkreis



a) induktiv; b) kapazitiv

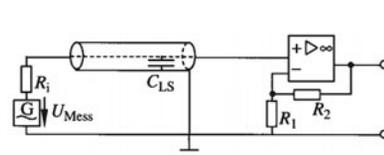
Maßnahmen zur Störsignalverringerung:

1. Amplitude des Messsignals so groß wie möglich.
2. Messkreisleitungen abschirmen.

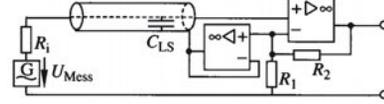
Weitere Maßnahmen:

- a) Induktive Einwirkung: Abstand  $d$  so groß wie möglich; Fläche  $A$  so klein wie möglich, z. B. durch Verdrehen von Hin- und Rückleitung. Nachteil: Kapazität steigt, dadurch evtl. Signalverfälschung.
- b) Kapazitive Einwirkung: Abstand  $d$  so groß wie möglich,  $R_i$  und  $R_e$  so klein wie möglich,  $C_L$  so groß wie möglich  $\rightarrow$  evtl. Signalverfälschung.

**Abschirmung von Signalleitungen**



a)

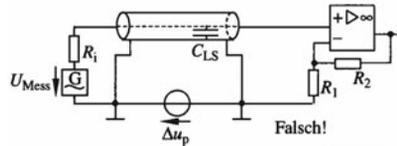


b)

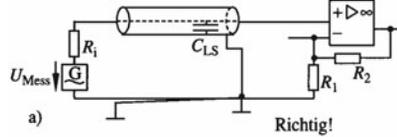
a) Grundschaltung; b) Abschirmung mit nachgeführtem Potential

Anschluss der Kabelabschirmung einseitig am Verstärkereingang (Messgeräteeingang). Störsignale werden in die Abschirmung eingekoppelt (induktiv, kapazitiv) und damit unwirksam. Allerdings kann  $C_{LS}$  die Signalform beeinflussen. Wird die Abschirmung auf gleichem Potential wie das Signal gehalten, ist  $C_{LS}$  unwirksam. Wichtig: Innenwiderstand  $R_i$  der Spannungsfolgerquelle:  $R_i \rightarrow 0$ .

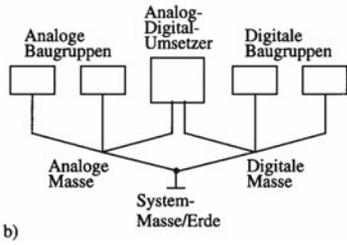
**Erdung von Messsystemen**



a)



b)

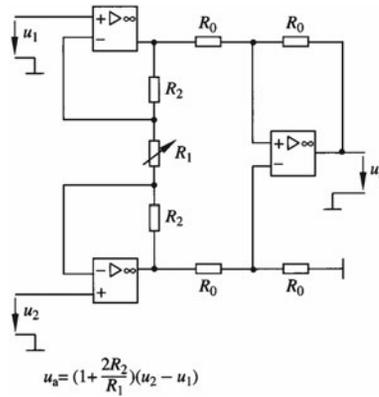


b)

a) Wirkung einer Erdschleife; b) sternförmige Erdung, Analog- und Digitalteil getrennt

Die Erdung einzelner Systemkomponenten muss an einem Punkt zentral erfolgen. Die in Digitalbaugruppen auftretenden höheren Ströme verursachen auf Erdungsleitungen entsprechend höhere Störspannungen  $\Delta u_p$ , deshalb sind ihre Erdungskreise von denen der Analogkreise zu trennen.

Messverstärker



Ziel: Differenzverstärker mit hoher Gleichtaktunterdrückung  
 Die Widerstandswerte von  $R_0$  bzw.  $R_2$  dürfen sich nur um wenige  $10^{-3}$  voneinander unterscheiden.  
 Nachteile einer Differenzverstärker-Schaltung mit nur einem Operationsverstärker: Eingangswiderstand beider Eingänge unterschiedlich; Verstärkung beider Eingänge unterschiedlich; Schaltung vom Aufbau und der Anordnung unsymmetrisch.

5 Bussysteme für die Messtechnik

5.1 IEC-Bus

| Daten                                 |                                       | Erläuterungen, Ergänzungen                                 |
|---------------------------------------|---------------------------------------|--|
| Normen                                | IEEE-488                              | 24-poliger Stecker   |
|                                       | IEC 625                               | 25-poliger Stecker   |
| max. Gerätezahl                       | 15                                    | 1 Controller;<br>14 Messgeräte                             |
| max. Leitungslänge insgesamt          | 20 m                                  |  |
| max. Leitungslänge zwischen 2 Geräten | 2 m                                   | Verbindung der Geräte über Stecker-Buchsen-Kombination     |
| Übertragungsrate                      | 20...1000 kByte/s                     | evtl. schnelle Treiber erforderlich                        |
| Leitungen                             | 8 Datenleitungen (D0...D7):           | für parallele Übertragung                                  |
|                                       | 3 Steuerleitungen:                    | Datenübergabe/Handshake                                    |
|                                       | 5 Steuerleitungen:                    | Steuerung Datenaustausch                                   |
| Steuersignale                         | TTL-Pegel: 0 V...1,4 V<br>2,5 V...5 V | negative Logik; Open-Collector-Verbindung aller Teilnehmer |
| Daten                                 | TTL-Pegel: 0 V...1,4 V<br>2,5 V...5 V | positive Logik   |

## Messtechnik

### Bussysteme für die Messtechnik

#### Befehle am IEC-Bus

| Befehl | Bedeutung                                | Funktion   |
|--------|--|--|
| REN    | remote enable                            | Gerätebedienung nur über IEC-BUS                 |
| ATN    | Attention                                | Gerätenachrichten oder Schnittstellennachrichten |
| SRQ    | service request                          | Dienstanforderung                                |
| EOI    | end of identify                          | letztes Byte der Übertragung                     |
| IFC    | interface clear                          | Rücksetzen der Geräte in Ausgangszustand         |
| DAV    | data valid<br>(Handshake-Befehl)         | Daten sind gültig                                |
| NRFD   | not ready for data<br>(Handshake-Befehl) | nicht zur Datenaufnahme bereit                   |
| NDAC   | no data accepted<br>(Handshake-Befehl)   | Daten nicht übernommen                           |

#### Befehle innerhalb der Schnittstelleninformation

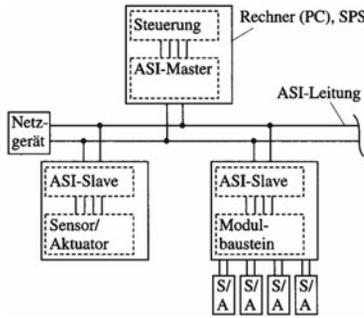
| Universalbefehle | Bedeutung                 | Funktion                   |
|------------------|---------------------------|----------------------------|
| LLO              | local lockout             | Sperren der Bedienelemente |
| DCL              | device clear              | Rücksetzen                 |
| PPU              | parallel poll unconfigure | Ende Statusabfrage         |
| SPE              | serial poll enable        | Statusabfrage              |
| SPD              | serial poll disable       | Sperren Statusabfrage      |

| Adressierte Befehle | Bedeutung               | Funktion                |
|---------------------|-------------------------|-------------------------|
| GTL                 | go to local             | manueller Gerätebetrieb |
| GET                 | group execute trigger   | Trigger für Messstart   |
| SDC                 | select device clear     | Rücksetzen Listener     |
| PPC                 | parallel poll configure | Listenerkonfiguration   |

| Weitere Befehle | Bedeutung       | Funktion                                |
|-----------------|-----------------|---|
| UNL             | unlisten        | Adressen aller Listener-Geräte gelöscht |
| UNT             | untalk          | Adressen aller Talker-Geräte gelöscht   |
| LAD x           | listener adress | Empfängeradresse x                      |
| TAD x           | talker adress   | Senderadresse x                         |

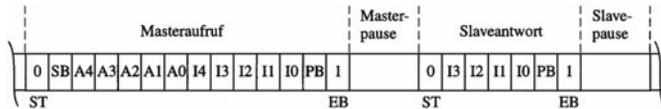
5.2 Aktor-Sensor-Interface, ASI

Prinzipieller Systemaufbau



Slave-Chip, kann in den Sensor/Aktor (Aktor) eingebaut werden, dann nur ein Sensor/Aktor anschließbar, oder als getrennter Modulbaustein, dann sind bis zu vier Sensoren/Aktoren anschließbar. Nur Digitalsignale übertragbar.

Beispiel Sensor: Grenzwertschalter für Maximaltemperatur;  
Beispiel Aktor: Ein-Aus-Schalter für Heizung.



- ST Startbit
- SB Steuerbit
- A4 ... A0 Slaveadresse
- I4 ... I0 Information Master an Slave
- I3 ... I0 Information Slave an Master
- PB Paritätsbit
- EB Endebit (Stopbit)

Aufbau einer ASI-Nachricht

| Eigenschaft        | Daten  | Erläuterungen  |
|--------------------|--|--|
| Organisation       | 1 Master; max. 31 Slaves   | je Slave max. 4 binäre Sensoren/Aktoren; 5-bit-Adresse erforderlich  |
| Übertragungsart    | seriell  | mit Start- und Stopbit   |
| Datenwortlänge     | Masteraufruf: 14 bit; Slaveantwort: 7 bit  | siehe auch Bild oben   |
| Prüfverfahren      | Startbitfehler<br>Alternierungsfehler<br>Pausenfehler<br>Informationsfehler<br>Paritätsfehler<br>Endebitfehler<br>Aufrüflängenfehler | 1. Impuls stets negativ<br>strenger Wechsel pos/neg.<br>Pause: max. 1 Impulslänge<br>folgt aus Codeeigenschaft<br>gerade Parität (posit. Imp.)<br>letzter Impuls stets positiv<br>Zeiten definierter Pause |
| Verbindungsleitung | Energieversorgung (24 V DC) und Datenübertragung über gemeinsame Zweidrahtleitung, nicht abgeschirmt                                 | Entkopplung über Parallelschaltung $R$ mit $L$ je Leiter (39 $\Omega$ , 50 $\mu\text{H}$ )   |
| Übertragungsrage   | 167 kbit/s; davon 53,3 kbit/s für Daten  | Systemreaktionszeit max. 5 ms (bei 31 Slaves); verringert sich mit abnehmender Slaveanzahl   |

| Eigenschaft                  | Daten  | Erläuterungen   |
|------------------------------|--|---|
| maximale Leitungslänge       | 100 m  | Repeater für größere Leitungslängen                                 |
| Steckverbindung              | M 12, vierpolig, nach IEC 947-5-2 Anhang D   |   |
| Netz-Topologie               | Linie, Baum und deren Kombinationen  |   |
| Energieversorgung der Slaves | 24 V DC; max. ca. 100 mA je Slave; max. ca. 2 A insgesamt  | bei höherem Gesamtstrom größere Leitungsquerschnitte erforderlich   |
| Modulationsart               | Sensor: Non-Return-to-Zero-Kode (NRZ); daraus Manchester-II-Kode, übertragen in alternierender Puls-Modulation (APM) | siehe Nachrichtentechnik, Kapitel 5.4; Impulse in $(\sin^2x)$ -Form |

### 5.3 DIN-Messbus, DIN 66 348, Teil 2

| Kenngroße  | Daten   | Erläuterungen  |
|--|---|--|
| Organisation   | 1 Master, Slaves  | Regelfall: Rechner als Master, Messgeräte als Slaves   |
| maximale Teilnehmerzahl                                  | 32  |  |
| Übertragungsart  | seriell, asynchron  |  |
| Datenwortlänge   | 7 bit + Paritätsbit   |  |
| Prüfverfahren  | Paritätsbit + Blockprüfung (DIN 66 022, 66 219)   | evtl. Polynomprüfung möglich (DIN 66219)   |
| Betriebsart  | Blockübertragung mit Start-Stopp-Betrieb, max. 128 Byte je Block                                |  |
| Übertragungsrate   | typisch 9,6 kbit/s; bis zu 1 Mbit/s möglich   |  |
| maximale Bus-Leitungslänge                               | 500 m   | mit Repeatern einige km; Busleitung an den Enden mit Widerständen abgeschlossen (100...510 $\Omega$ ; DIN 666348, Teil 2)    |
| maximale Leitungslänge Gerät-Bus                         | ca. 5 m   |  |
| Verbindungsleitung (Busleitung und Verbindung Gerät-Bus) | 5-adrig + Abschirmung: 2 für Senden<br>2 für Empfangen<br>1 für Betriebserde<br>1 für Schirmung | Signalleitungen paarweise verdrillt; Betriebserde: Verbindung der potentialfreien Bezugspunkte untereinander                 |
| Spannungspegel   | Einzelheiten u. a. in EIA RS-485  | Galvanische Trennung zwischen Bus und Geräten vorgeschrieben   |
| Steckverbindung  | Sub-D-Stecker, 15-polig, abgeschirmt, am Gerät  | Pin-Nr. Belegung:<br>1 Abschirmung;<br>2 Sender-Daten; 9 Sender-Daten; 4 Empfänger-Daten; 11 Empfänger-Daten; 8 Betriebserde |

# 1 Elektrische Maschinen

## 1.1 Transformatoren

### 1.1.1 Begriffe

#### Transformator

In der Energietechnik zum Erzeugen von bedarfsgerechten Spannungen  
In der Nachrichtentechnik (Übertrager) zum Anpassen der Signalspannung  
In der Messtechnik (Wandler) zum Anpassen der Messsignale an das Messgerät

### 1.1.2 Kühlarten

#### Kühlmittel

|  |   |
|--|---|
| Mineralöle oder entsprechende synthetische Flüssigkeiten mit einem Brennpunkt $\leq 300\text{ °C}$ | O |
| andere synthetische Flüssigkeiten  | L |
| Gas, Brennpunkt $> 300\text{ °C}$  | G |
| Luft   | A |
| Wasser   | W |

#### Kühlmittelbewegung

|                            |   |
|----------------------------|---|
| Natürlich                  | N |
| erzwungen; gerichtet       | D |
| erzwungen; nicht gerichtet | F |

### 1.1.3 Leerlauf

#### Leerlauf-Primärspannung $\underline{U}_{10}$

$$\underline{U}_{10} = j \cdot 4,44 \cdot f \cdot N_1 \cdot \Phi_h$$

#### Leerlauf-Sekundärspannung $\underline{U}_{20}$

$$\underline{U}_{20} = j \cdot 4,44 \cdot f \cdot N_2 \cdot \Phi_h$$

#### Übersetzungsverhältnis $\underline{u}$

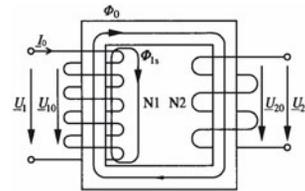
$$\underline{u} = \frac{U_{10}}{U_{20}} = \frac{N_1}{N_2}$$

#### Primärspannung $\underline{U}_1$

$$\underline{U}_1 = (R_1 + jX_{1\sigma}) \cdot I_1 + \underline{U}_{1h}$$

#### Sekundärspannung $\underline{U}_2$

$$\underline{U}_2 = \underline{U}_{20}$$



Einphasentransformator im Leerlauf

### 1.1.4 Belastung

#### Primärspannung $\underline{U}_1$

$$\underline{U}_1 = (R_1 + jX_{1s}) \cdot I_1 + \underline{U}_{1h}$$

#### Sekundärspannung $\underline{U}_2$

$$\underline{U}_2 = -(R_2 + jX_{2s}) \cdot I_2 + \underline{U}_{20s}$$

#### Stromübersetzungsverhältnis $I_1/I_2$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{\underline{u}}$$

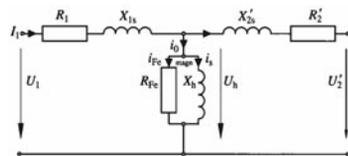
#### Umrechnungsgrößen auf die Sekundärseite:

##### Spannung $U'_2$

$$U'_2 = \underline{u} \cdot U_2 \quad U'_2 = \underline{u} \cdot U_2$$

##### Strom $I'_2$

$$I'_2 = \frac{1}{\underline{u}} \cdot I_2$$



Vollständiges Ersatzschaltbild des Einphasentransformators

Widerstand  $R'_2$

$$R'_2 = \dot{u}^2 \cdot R_2$$

Induktivität  $X'_{2\sigma}$

$$X'_{2\sigma} = \dot{u}^2 \cdot X_{2\sigma}$$

### 1.1.5 Leerlaufversuch

Eisenverluststrom  $I_{Fe}$

$$I_{Fe} = I_0 \cdot \cos \varphi_0$$

Magnetisierungsstrom  $I_{\text{magn}}$

$$I_{\text{magn}} = I_0 \cdot \sin \varphi_0$$

Eisenverlustwiderstand  $R_{Fe}$

$$R_{Fe} = \frac{U_{10}}{I_{Fe}}$$

Blindwiderstand der  
Hauptinduktivität  $X_h$

$$X_h = \frac{U_{10}}{I_{\text{magn}}}$$

Nenn-Leerlaufstrom  $I_{0n}$

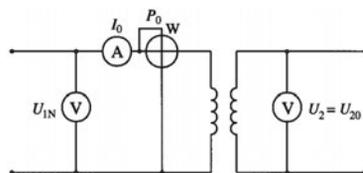
$$I_{0n} = I_0 \cdot \left( \frac{U_{1n}}{U_{10}} \right)$$

Relatives Leerlaufstrom-  
verhältnis  $i_0$

$$i_0 = \left( \frac{I_{0N}}{I_{1N}} \right) \cdot 100\%$$

Eisenverlustleistung  $P_{Fe}$

$$\begin{aligned} P_{Fe} &= P_{10N} = \\ &= U_{10} \cdot I_0 \cdot \cos \varphi_0 \end{aligned}$$



Schaltung im Leerlaufversuch  
mit Messanordnung

### 1.1.6 Kurzschlussversuch

Kurzschlussimpedanz  $Z_k$

$$Z_k = \frac{U_k}{I_k}$$

Kurzschlusswiderstand  $R_k$

$$R_k = Z_k \cdot \cos \rho_k$$

Kurzschlussblind-  
widerstand  $X_k$

$$X_k = Z_k \cdot \sin \rho_k$$

Widerstand Primärkreis  $R_1$

$$R_1 = \frac{R_k}{2}$$

Widerstand Sekundär-  
kreis  $R_2$

$$R_2 = \frac{R_k}{2 \cdot \dot{u}^2}$$

Streublindwiderstand  
Primärkreis  $X_{S1}$

$$X_{S1} = \frac{X_k}{2}$$

Streublindwiderstand  
Sekundärkreis  $X_{S2}$

$$X_{S2} = \frac{X_k}{2 \cdot \dot{u}^2}$$

Nenn-Kurzschluss-  
spannung  $U_{kN}$

$$U_{kN} = U_k \cdot \left( \frac{I_{kN}}{I_k} \right)$$

Nenn-Kurzschluss-  
verluste  $P_{kN}$

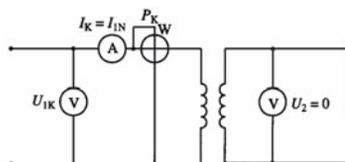
$$P_{kN} = P_k \cdot \left( \frac{I_{kN}}{I_k} \right)^2$$

Relative Kurzschluss-  
spannung  $u_k$

$$u_k = \left( \frac{U_{kN}}{U_N} \right) \cdot 100\%$$

Dauerkurzschlussstrom  
 $I_D$

$$I_D = \frac{I_N}{u_k} \cdot 100\%$$



Schaltung im Kurzschlussversuch  
mit Messanordnung

1.1.7 Wirkungsgrad

Allgemeine Formel des Wirkungsgrades  $\eta$

Arbeitspunkt unabhängig Wirkungsgrad

Optimaler Wirkungsgrad  
Jahreswirkungsgrad  $\eta_a$   
Elektrische Jahresarbeit  
Jahres-Leerlaufarbeit  
Jahres-Wirkverlustarbeit

Diese Berechnungsformel gilt für die im Nennpunkt berechneten Werte.

In dieser Formel werden die Eisenverluste  $P_{Fe}$  und die Kupferverluste  $P_{Cu}$  auf die tatsächlich vorhandenen Betriebswerte umgerechnet.

Der optimale Wirkungsgrad wird erreicht, wenn die Eisenverluste gleich den Kupferverlusten sind.

$$\eta = \frac{P_{ab}}{P_{ab} + P_{Fe} + P_{Cu}}$$

$$\eta = \frac{P_{ab}}{P_{ab} + P_{Fe} \cdot \left(\frac{U}{U_N}\right)^2 + P_{Cu} \cdot \left(\frac{I}{I_N}\right)^2}$$

$$P_{ab} = P_N \cdot \sqrt{\frac{P_{Fe}}{P_{Cu}}}$$

$$\eta_a = \frac{W_{ab}}{W_{ab} + W_{Fe} + W_{Cu}}$$

$$W_{ab} = P_{ab} \cdot t_B$$

$$W_{Fe} = P_{Fe} \cdot t_E$$

$$W_{Cu} = P_{Cu} \cdot t_B$$

1.1.8 Drehstromtransformatoren

Dreiecksschaltung

Nennstrangleistung  $S_{NStr}$

Nennstrangspannung  $U_{NStr}$

Nennstrangstrom  $I_{NStr}$

Sternschaltung:

Nennstrangleistung  $S_{NStr}$

Nennstrangspannung  $U_{NStr}$

Nennstrangstrom  $I_{NStr}$

Schaltgruppen

$$S_{NStr} = \frac{1}{3} \cdot S_N$$

$$U_{NStr} = U_N$$

$$I_{NStr} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot I_N$$

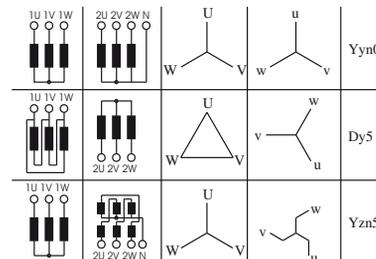
$$S_{NStr} = \frac{1}{3} \cdot S_N$$

$$U_{NStr} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot U_N$$

$$I_{NStr} = I_N$$

Bei Drehstromtransformatoren werden drei Einphasentransformatoren auf einen gemeinsamen Eisenkern gewickelt. Bei symmetrischer Last kann das Betriebsverhalten des Drehstromtransformators wie das eines Einphasentransformators betrachtet werden. Hieraus ergibt sich, dass sämtliche Rechnungen vorzugsweise im Strang erfolgen sollten!

|                    | OS | US |
|--------------------|----|----|
| Dreieck            | D  | d  |
| Stern              | Y  | y  |
| Zickzack           | -  | z  |
| Sternpunkt geerdet | N  | n  |



Transformatoren der Schaltgruppen Yyn, Dyn, Yzn und Dzn können unsymmetrische Lasten problemlos übertragen.

Auswahl von Schaltgruppen

### 1.1.9 Parallelschalten von Transformatoren

**Ausgleichsstrom  $I_a$**

**Relative Ersatzkurzschlussspannung  $u_{kers}$**

Bedingungen für die Parallelschaltung von Transformatoren: Übersetzungsverhältnis muss gleich sein und Schaltgruppen müssen passen, sonst Ausgleichsströme im Leerlauf. Kurzschlussspannungen gleich bei maximaler Abweichung 10 % ( $u_{k1} \cong u_{k2}$ ), sonst unterschiedliche Lastaufteilung. Nennleistungsverhältnis nicht kleiner als 1:3.

Die Zusammenschaltung zweier Transformatoren mit unterschiedlichen Schaltgruppen kann nach VDE 0532 Teil 10 erfolgen.

$S_{ges}$  tatsächlich abgenommene Scheinleistung der Parallelschaltung.

$S_1$  maximal übertragbare Leistung am Transformator mit der kleinsten relativen Kurzschlussspannung.

$$I_a = \frac{\Delta u}{\left(\frac{u_{k1}}{I_{1N}}\right) + \left(\frac{u_{k2}}{I_{2N}}\right)}$$

$$u_{kers} \frac{S_{Nges}}{\left\{\frac{S_{N1}}{u_{k1}} + \frac{S_{N2}}{u_{k2}} + \frac{S_{N3}}{u_{k3}}\right\}}$$

$$S_1 = S_{N1} \cdot \frac{(u_{kers} \cdot S_{ges})}{(u_{k1} \cdot S_{Nges})}$$

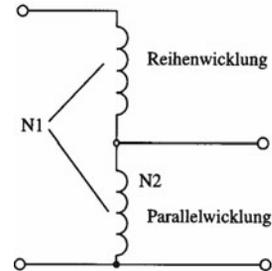
### 1.1.10 Spartransformatoren

**Durchgangsleistung  $S_{ND}$**

**Eigenleistung  $S_{NE}$**

$$S_{ND} = U_{1N} \cdot I_{1N}$$

$$S_{NE} = (U_{1N} - U_{2N}) \cdot I_{1N}$$



Ersatzschaltbild eines Spartransformators

### 1.1.11 Drosselspulen

**Eigenleistung  $S_E$**

**Bauleistung  $S_D$**

**Prozentualer Spannungsfall  $\Delta u_N$**

**Feldstärke durch die Drosselspule  $H$**

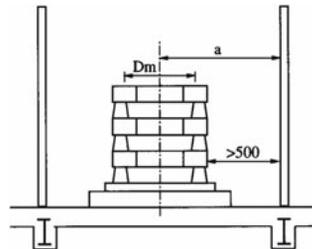
$$S_E = 3 \cdot \Delta U_{Nstr} \cdot I_N$$

$$S_D = \sqrt{3} \cdot U_N \cdot I_N$$

$$\Delta u_N = \frac{\Delta U_{Nstr}}{U_N} \cdot \sqrt{3} \cdot 100 \%$$

$$H = 0,1 \cdot \frac{I_N \cdot N \cdot D_m}{a^2}$$

Der Abstand von Stahl sowie Eisenarmierung sollte mindestens 500 mm betragen.

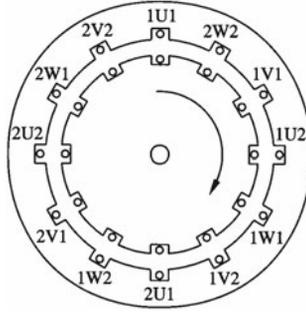


Aufstellung einer Strombegrenzungsspule

1.2 Drehstrom-  
maschinen

1.2.1 Asynchronmaschinen

Aufbau einer Asynchron-  
maschine



Grundaufbau einer vierpoligen Drehfeldmaschine

Abhängigkeit  
Pole – Drehzahl

| Polpaarzahl | Polzahl | Anzahl der Spulen | Winkel zwischen den Spulen in ° | Zeit für eine Umdrehung des Drehfeldes |
|-------------|---------|-------------------|---------------------------------|--|
| 1           | 2       | 3                 | 120                             | 1 T                                    |
| 2           | 4       | 6                 | 60                              | 2 T                                    |
| 3           | 6       | 9                 | 40                              | 3 T                                    |
| p           | 2p      | 3p                | $\frac{360^\circ}{3p}$          | p T                                    |

Drehzahl  $n$

$$n = \frac{f \cdot 60}{p}$$

Schlupf  $s$

$$s = \frac{n_0 - n_L}{n_0} = \frac{f - f_L}{f} = \frac{\Delta f}{f}$$

Ständerspannungs-  
gleichung  $\underline{U}_1$

$$\underline{U}_1 = I_1 \cdot (R_1 + jX_{s1}) + I_0 \cdot \left\{ \frac{(R_{Fe} \cdot jX_H)}{(R_{Fe} + jX_H)} \right\}$$

Läuferspannungs-  
gleichung  $\underline{U}'_2$

$$\underline{U}'_2 = 0 = -I'_2 \cdot \left( \frac{R'_2}{s} + jX'_{s2} \right) + I_0 \cdot \left\{ \frac{(R_{Fe} \cdot jX_H)}{(R_{Fe} + jX_H)} \right\}$$

Läuferwiderstand  $\frac{R'_2}{s}$

$$\frac{R'_2}{s} = R'_2 + \frac{1-s}{s} \cdot R'_2$$

Aufgenommene Wirk-  
leistung  $P_{zu}$

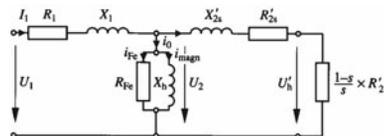
$$P_{zu} = P_{el} = 3 \cdot U_{Str1} \cdot I_{Str1} \cdot \cos \rho_1$$

Luftspaltleistung  $P_\delta$

$$P_\delta = P_{el} - (P_{Cu1} + P_{Fe}) = 3 \cdot U_H \cdot I'_2 \cdot \cos \rho_2$$

Kupferverlustleistung  
im Läufer  $P_{Cu2}$

$$P_{Cu2} = 3 \cdot I_{2Str}^2 \cdot R'_2 = s \cdot P_\delta$$



Vollständiges Ersatzschaltbild der Asynchronmaschine als Käfigläufer

**Mechanisch abgebbare Leistung  $P_{ab}$**

$$P_{ab} = P_{mech} = P_{\delta} - P_{Cu2} \\ = P_{\delta} - s \cdot P_{\delta} = (1-s) \cdot P_{\delta}$$

**Wirkungsgrad  $\eta$**

$$\eta = \frac{P_{ab}}{P_{zu}} = \\ = \frac{P_{mech}}{P_{\delta} + P_{Fe} + P_{Cu1}} \\ \cong \frac{P_{\delta} - P_{Cu2}}{P_{\delta}}$$

**Motormoment  $M$**

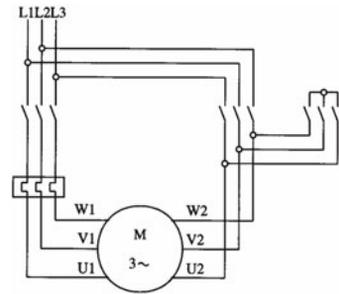
$$M = \frac{P_{mech}}{2 \cdot p \cdot n} \\ M = \frac{P_{\delta}}{2 \cdot p \cdot n_0}$$

**Stromverhältnis beim Stern-Dreieck-Anlauf**

$$\frac{I_Y}{I_{\Delta}} = \frac{\frac{U}{\sqrt{3} \cdot Z}}{\frac{\sqrt{3} \cdot U}{Z}} = \frac{1}{3}$$

**Momentenverhältnis beim Stern-Dreieck-Anlauf**

$$\frac{M_Y}{M_{\Delta}} = \left(\frac{U}{\sqrt{3} \cdot U}\right)^2 = \frac{1}{3}$$



Stern-Dreieck-Anlauf-Stromlaufplan

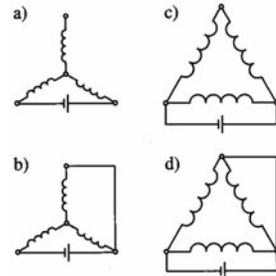
**Bremsgleichstrom  $I_{BG}$**

$$I_{BG} \leq k \cdot I_N \cdot 1,5$$

**Bremsgleichspannung  $U_{GI}$**

$$U_{GI} = C \cdot I_{BG} \cdot R_{Str_{warm}}$$

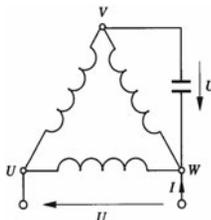
$$U_{GI} = 1,3 \cdot C \cdot I_{BG} \cdot R_{Str_{kalt}}$$



Schaltung zum Gleichstrombremsen von Asynchronmotoren

| Schaltungsart | a     | b    | c     | d    |
|---------------|-------|------|-------|------|
| k-Faktor      | 1,225 | 1,41 | 2,21  | 2,45 |
| C-Faktor      | 2     | 1,5  | 0,667 | 0,5  |

**Drehstrommotor im Einphasenbetrieb**

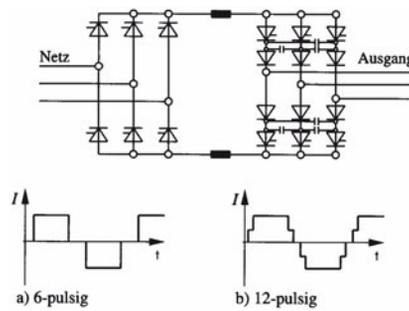


Schaltung eines Asynchronmotors im Einphasenbetrieb

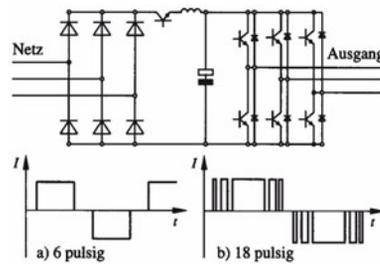
Kapazitätsgröße  
in Abhängigkeit von  
der Nennspannung

| $C_B$ ( $\mu\text{F/kW}$ ) | $U_N$ (V) |
|----------------------------|-----------|
| 220                        | 127       |
| 70                         | 230       |
| 25                         | 380       |

Steuerung durch Zwischen-  
kreisumrichter



Stromzwischenkreisumrichter



Spannungszwischenkreisumrichter

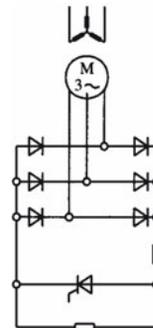
Schleifringläufer-  
asynchronmotoren

Läuferwiderstand  $R_v$

$$R_v = R_2 \cdot \left( \frac{1}{s_K} - 1 \right)$$

Verluste im Vorwider-  
stand  $P_{R_v}$

$$P_{R_v} = 3 \cdot I_2^2 \cdot R_v$$



Widerstandsanlagen von  
Schleifringläufermotoren

**Gleichspannung Läuferkreis**  $U_{=}$

$$U_{=} = \left( \frac{\sqrt{2} \cdot 3}{\pi} \right) \cdot U_L$$

**Gleichgerichtete Läuferspannung**  $U_{=s}$

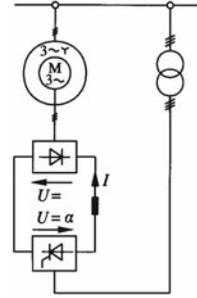
$$U_{=s} = s \cdot U_{=}$$

**Wechselrichterspannung**  $U_{=a}$

$$U_{=s} = -U_{=a} \\ = -U_{=T} \cdot \cos \alpha$$

**Netzspannung  $U_{=T}$**   
**Ansteuerwinkelabhängige**

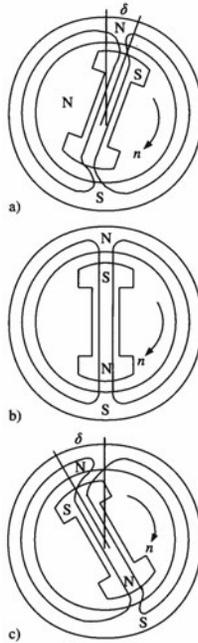
$$n_0^* = n_0 \cdot \left[ 1 + \left( \frac{U_{=T}}{U_{=}} \cdot \cos \alpha \right) \right]$$



Untersynchrone Kaskade bei Schleifringläufermotoren

**1.2.2 Synchronmaschinen**

**Polradstellung**



Stellung des Polrades der Synchronmaschine

Drehzahl  $n$

$$n = \frac{f \cdot 60}{p}$$

Polradspannung  $U_p$

$$U_p = B \cdot l \cdot v \cdot N$$

Ständerspannungs-  
gleichung  $U_1$

$$\underline{U}_1 = L_1 \cdot (R_1 + jX_{S1}) + [(L_1 + L_e) \cdot jX_H]$$

Polradspannungs-  
gleichung  $U_p, U_1$

$$\underline{U}_p = I_e \cdot jX_H$$

$$\underline{U}_1 = L_1 \cdot (R_1 + j[X_{S1} + X_H]) + \underline{U}_p$$

Aufgenommene Wirk-  
leistung  $P$

$$P = U_1 \cdot I_1$$

Mechanisch abgebbare  
Leistung  $P_n$

(ideale Maschine)

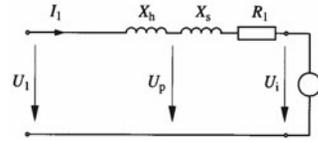
$$P_n = P$$

Wirkungsgrad  $\eta$

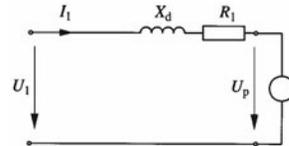
$$\eta = 1$$

Motormoment  $M$

$$M = \frac{P_n}{2\pi \cdot n} \cdot \sin \delta$$



Vollständiges Ersatzschaltbild der Drehstromsynchronmaschine



Vereinfachtes Ersatzschaltbild der Synchronmaschine

### 1.3 Gleichstrom- maschinen

Induzierte Spannung  $U_i$

$$U_i = k_1 \cdot \Phi \cdot n$$

$k_1$  Maschinenkonstante

Motorgleichung (1)

$$U = U_i + I \cdot R_a \quad (1)$$

$R_a$  Widerstand im Ankerkreis

Generatorgleichung (2)

$$U = U_i - I \cdot R_a \quad (2)$$

Motorleistung (3)

$$U \cdot I = I \cdot U_i + I^2 \cdot R_a \quad (3)$$

$$P_{el} = P_{mech} + P_v \quad (3)$$

Generatorleistung (4)

$$U \cdot I = I \cdot U_i - I^2 \cdot R_a \quad (4)$$

$$P_{el} = P_{mech} - P_v \quad (4)$$

Drehmoment  $M$  (5)

$$M = \frac{P_{mech}}{2 \cdot \pi \cdot n} \quad (5)$$

Drehzahl  $n$

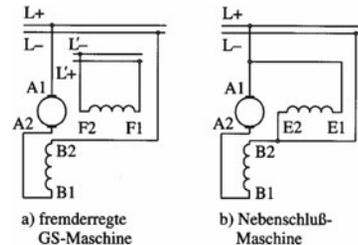
$$n = \frac{U - I \cdot R_a}{\Phi \cdot k_1}$$

Leerlaufdrehzahl  $n_0$

$$n_0 = \frac{U_N}{k_1 \cdot \Phi_N}$$

Anlaufmoment  $M_A$

$$M_A = \frac{k_2 \cdot \Phi_N \cdot U_N}{R_a}$$



Schaltungen von Gleichstrommaschinen

Induktionsspannung  $U_i$

$$k_2 = \frac{k_1}{2 \cdot \pi}$$

$k_2$  Maschinenkonstante

$$U_i = k_3 \cdot I \cdot n$$

$$k_3 = k_1 \cdot c^*$$

$k_3$  Maschinenkonstante

Mechanische Leistung  $P_{\text{mech}}$

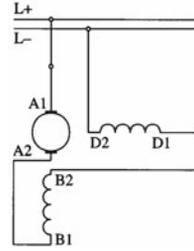
$$P_{\text{mech}} = k_3 \cdot n \cdot I^2$$

Motormoment (6)

$$M = k_4 \cdot I^2 \quad (6)$$

$$k_4 = \frac{k_3}{2 \cdot \pi}$$

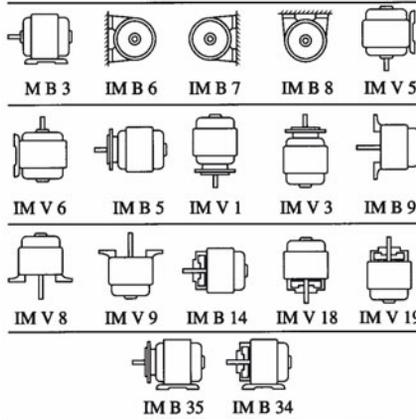
$k_4$  Maschinenkonstante



Schaltungen von Gleichstrom-reihenschlussmaschinen

### 1.4 Auswahl von Motoren

Bauformen und Baugrößen



Die gebräuchlichsten Bauformen für Drehstrommotoren

| DIN IEC 34 | Teil 7  | DIN 42950 |
|------------|---------|-----------|
| IM B3      | IM 1001 | B 3       |
| IM V 5     | IM 1011 | V 5       |
| IM V 6     | IM 1031 | V 6       |
| IM B 6     | IM 1051 | B 6       |
| IM B7      | IM 1061 | B 7       |
| IM B 8     | IM 1071 | B 8       |
| IM B 35    | IM 2001 | B 3/B 5   |
| IM B 34    | IM 2101 | B 3/B 14  |
| IM B 5     | IM 3001 | B 5       |
| IM V 1     | IM 3011 | V 1       |
| IM V 3     | IM 3031 | V 3       |
| IM B 14    | IM 3601 | B 14      |
| IM V 18    | IM 3611 | V 18      |

| DIN IEC 34 | Teil 7  | DIN 42950 |
|------------|---------|-----------|
| IM V 19    | IM 3631 | V 19      |
| IM B 10    | IM 4001 | B 10      |
| IM V 10    | IM 4011 | V 10      |
| IM V 14    | IM 4031 | V 14      |
| IM V 16    | IM 4131 | V 16      |
| IM B 9     | IM 9101 | B 9       |
| IM V 8     | IM 9111 | V 8       |
| IM V 9     | IM 9131 | V 9       |

Gegenüberstellung der Kurzzeichen für die Bauformen nach DIN IEC 34 Teil 7 und der alten DIN 42950

**Schutzart**  
**IP XXBB**  
**X = Kennziffer muss**  
**vorhanden sein**  
**B = Buchstabe kann**  
**entfallen**

| 1. Kennziffer   | 2. Kennziffer  | 3. Buchstabe   | 4. Buchstabe  |
|---|--|--|---|
| Erklärung   | Erklärung  | Erklärung  | Erklärung   |
| 0 Kein Schutz   | 0 Kein Schutz  |  |   |
| 1 Schutz gegen zufälliges großflächiges Berühren; Schutz gegen Eindringen von Fremdkörpern größer als 50 mm | 1 Schutz gegen senkrecht fallendes Wasser                            | A Geschützt gegen Zugang mit dem Handrücken (50 mm)                      | M Betriebsmittel geprüft auf die schädliche Wirkung durch Eintritt von Wasser, wenn die beweglichen Teile des Betriebsmittels in Betrieb sind |
| 2 Schutz gegen Berühren durch Finger; Schutz gegen Eindringen von Fremdkörpern >12,5 mm                     | 2 Schutz gegen Tropfwasser bei Schrägstellung des Gerätes bis zu 15° | B Geschützt gegen Zugang durch Finger (12 mm Durchmesser, 80 mm Länge)   | W Geeignet zur Verwendung unter festgelegten Wetterbedingungen und ausgestattet mit zusätzlichen schützenden Maßnahmen oder Verfahren         |
| 3 Schutz gegen Berühren mit Werkzeugen oder gegen Eindringen von Fremdkörpern von einer Dicke > 2,5 mm      | 3 Schutz gegen Sprühwasser aus einem Winkel bis zu 60°               | C Geschützt gegen Zugang mit Werkzeug (2,5 mm Durchmesser, 100 mm Länge) | H Hochspannungsbetriebsmittel   |
| 4 Schutz gegen Berühren mit Werkzeugen oder gegen Eindringen von Fremdkörpern von einer Dicke >1 mm         | 4 Schutz gegen Spritzwasser aus beliebigen Richtungen                | D Geschützt gegen Zugang mit Draht (1,0 mm Durchmesser, 100 mm Länge)    | S Betriebsmittel geprüft auf schädliche Wirkung durch Eindringen von Wasser, wenn die beweglichen Teile im Stillstand sind                    |

| 1. Kennziffer | 2. Kennziffer  | 3. Buchstabe | 4. Buchstabe   |
|---------------|--|--------------|--|
| Erklärung     | Erklärung  | Erklärung    | Erklärung  |
| 0             | Kein Schutz  | 0            | Kein Schutz  |
| 5             | Vollständiger Schutz gegen Berühren; Schutz gegen schädliche Staubablagerungen | 5            | Schutz gegen Strahlwasser aus allen Richtungen                 |
| 6             | Vollständiger Schutz gegen Berühren; Schutz gegen Eindringen von Staub         | 6            | Schutz gegen vorübergehende Überflutung, z.B. schwere See      |
| 7             |  | 7            | Schutz gegen schädliches Eindringen von Wasser beim Eintauchen |
| 8             |  | 8            | Schutz gegen jegliches Eindringen von Wasser                   |

Schutzarten

**Kühlarten**  
**IC XX**

| 1. Kennziffer | Bedeutung   | 2. Kennziffer | Bedeutung  |
|---------------|---|---------------|--|
| 0             | Maschine mit freiem Luftein- und austritt                         | 0             | Selbstkühlung  |
| 1             | Maschine mit Rohranschluss, ein Einlasskanal                      | 1             | Eigenkühlung (Ventilator)  |
| 2             | Maschine mit Rohranschluss, ein Auslasskanal                      | 2             | Eigenkühlung durch eine nicht auf der Welle angebrachten Belüftungseinrichtung                                   |
| 3             | Maschine mit Rohranschluss, Ein- und Auslasskanal                 | 3             | Fremdkühlung durch eine an die Maschine angebaute Belüftungseinrichtung. Antrieb von der Maschine abhängig       |
| 4             | Oberflächengekühlte Maschine (Umgebungsluft)                      | 4             |  |
| 5             | Maschine mit eingebautem Wärmetauscher (Kühlmittel Umgebungsluft) | 5             | Fremdkühlung durch eine eingebaute Belüftungseinrichtung. Antrieb nicht von der Maschine abhängig                |
| 6             | Maschine mit aufgebautem Wärmetauscher (Kühlmittel Umgebungsluft) | 6             | Fremdkühlung durch eine an die Maschine angebaute Belüftungseinrichtung. Antrieb nicht von der Maschine abhängig |

Reduktionsfaktoren für die Nennleistung abhängig von der Höhe der Aufstellung und der Kühlmitteltemperatur

Grenztemperaturen von Isolierungen

Betriebsarten

| 1. Kennziffer | Bedeutung   | 2. Kennziffer | Bedeutung   |
|---------------|---|---------------|---|
| 7             | Maschine mit eingebautem Wärmetauscher (Kühlmittel ist nicht Umgebungsluft) | 7             | Fremdkühlung durch eine nicht auf die Maschine aufgebaute Belüftungseinrichtung. Antrieb nicht von der Maschine abhängig oder durch Druckluft aus dem Versorgungsnetz |
| 8             | Maschine mit aufgebautem Wärmetauscher (Kühlmittel ist nicht Umgebungsluft) | 8             | Verdrängungskühlung (Fahrwind)  |
| 9             | Maschine mit getrennt aufgestelltem Wärmetauscher                           |               |   |

Kühlungsarten von Motoren

| Aufstellungshöhe über NN in m | Kühlmitteltemperatur (KT) in °C |         |      |      |      |      |
|-------------------------------|---------------------------------|---------|------|------|------|------|
|                               | < 30                            | 30 – 40 | 45   | 50   | 55   | 60   |
| 1000                          | 1,07                            | 1,00    | 0,96 | 0,92 | 0,87 | 0,82 |
| 1500                          | 1,04                            | 0,97    | 0,93 | 0,89 | 0,84 | 0,79 |
| 2000                          | 1,00                            | 0,94    | 0,90 | 0,86 | 0,82 | 0,77 |
| 2500                          | 0,96                            | 0,90    | 0,86 | 0,83 | 0,78 | 0,74 |
| 3000                          | 0,92                            | 0,86    | 0,82 | 0,79 | 0,75 | 0,70 |
| 3500                          | 0,88                            | 0,82    | 0,79 | 0,75 | 0,71 | 0,67 |
| 4000                          | 0,82                            | 0,77    | 0,74 | 0,71 | 0,67 | 0,63 |

| Klasse                | Y  | A   | E   | B   | F   | H   | C     |
|-----------------------|----|-----|-----|-----|-----|-----|-------|
| Grenztemperatur in °C | 90 | 105 | 120 | 130 | 155 | 180 | > 180 |

|   |  |
|---|--|
| S1-Dauerbetrieb                                     | Betrieb mit konstantem Belastungszustand, dessen Dauer ausreicht, den thermischen Beharrungszustand zu erreichen. Vorgabe ist die Leistung. Beispiel: S1; 50 kW  |
| S2-Kurzzeitbetrieb                                  | Betrieb mit konstantem Belastungszustand, der aber nicht so lange dauert, dass der thermische Beharrungszustand erreicht wird. Mit einer nachfolgenden Pause, die so lange besteht, bis die Maschinentemperatur nicht mehr als 2 K von der Temperatur des Kühlmittels abweicht. Vorgabe ist die Leistung und die Betriebsdauer. Beispiel: S2; 20 min; 30 kW                        |
| S3-Aussetzbetrieb ohne Einfluss des Anlaufvorganges | Betrieb, der sich aus einer Folge gleichartiger Spiele zusammensetzt, von denen jedes eine Zeit mit konstanter Belastung und eine Pause umfasst. Der Anlaufstrom beeinflusst die Erwärmung nicht merklich. Vorgabe ist die Leistung, die Einschaltzeit $t_B$ und die Spieldauer $t_S$ oder die relative Einschaltdauer $t_r$ . $t_r = t_B/t_S$ . Beispiel: S3; 10 %; 50 min; 20 kW |
| S4-Aussetzbetrieb mit Einfluss des Anlaufvorganges  | Betrieb, der sich aus einer Folge gleichartiger Spiele zusammensetzt, von denen jedes eine merkliche Anlaufzeit $t_A$ , eine Zeit mit konstanter Belastung und eine Pause $t_{St}$ umfasst. Vorgabe ist die relative Einschaltdauer, die Zahl der Anläufe pro Stunde und die Leistung.<br>$t_r = (t_A + t_B)/(t_A + t_B + t_{St})$ .<br>Beispiel: S4; 35 %; 400 Anläufe; 25 kW.    |

|   |   |
|---|---|
| S5- Aussetzbetrieb mit Einfluss des Anlaufvorganges und der elektrischen Bremsung | Betrieb, der sich aus einer Folge gleichartiger Spiele zusammensetzt, von denen jedes eine merkliche Anlaufzeit, eine Zeit mit konstanter Belastung, eine Zeit schneller elektrischer Bremsung $t_{Br}$ und eine Pause umfasst. Vorgabe wie bei der Betriebsart S4, jedoch mit der Angabe der Bremsart. $t_r = (t_A + t_B + t_{Br}) / (t_A + t_B + t_{Br} + t_{St})$ . Beispiel: S5; 25 %; 250 Spiele/h Gegenstrombremsung; 40 kW                       |
| S6- Durchlaufbetrieb mit Aussetzbelastung   | Betrieb, der sich aus einer Folge gleichartiger Spiele zusammensetzt, von denen jedes eine Zeit mit konstanter Belastung und eine Leerlaufzeit umfasst. Es tritt keine Pause auf. Vorgabe wie Betriebsart S3. $t_r = t_B / t_S$ . Beispiel: S6; 20 %; 45 kW.  |
| S7- Ununterbrochener Betrieb mit Anlauf und elektrischer Bremsung                 | Betrieb, der sich aus einer Folge gleichartiger Spiele zusammensetzt, von denen jedes eine merkliche Anlaufzeit, eine Zeit mit konstanter Belastung und eine Zeit mit schneller elektrischer Bremsung umfasst. Es tritt keine Pause auf. Vorgabe wie Betriebsart S5, jedoch keine relative Einschaltzeit $t_r = 1$ . Beispiel: S7; 10 kW; 300 Reversierungen/h.   |
| S8- Ununterbrochener Betrieb mit periodischer Drehzahländerung                    | Betrieb, der sich aus einer Folge gleichartiger Spiele zusammensetzt. Jedes Spiel umfasst eine Zeit mit konstanter Belastung und bestimmter Drehzahl. Anschließend eine oder mehrere Zeiten mit anderer Belastung, denen unterschiedliche Drehzahlen entsprechen. Vorgaben wie bei Betriebsart S5, jedoch für jede Drehzahl.  |
| S9- Ununterbrochener Betrieb mit nichtperiodischer Last- und Drehzahländerung     | Betrieb, bei dem sich Belastung und Drehzahl innerhalb des zulässigen Betriebsbereiches nichtperiodisch ändern. Es treten häufig Belastungsspitzen auf, die weit über der Nennleistung liegen können. Vorgabe ist eine passend gewählte Dauerbelastung, deren Grundlage die Wurzel aus dem quadratischen Mittelwert der Leistung oder des Stromes sein sollte. $P = \sqrt{\frac{P_1^2 \cdot t_1 + P_2^2 \cdot t_2 + P_3^2 \cdot t_3}{t_1 + t_2 + t_3}}$ |

**Überlastungsschutz von Motoren**

| Schutzeinrichtung                                    | Überlastschutz |                 |                | Kurzschlusschutz |         | Schalthäufigkeit |
|--|----------------|-----------------|----------------|------------------|---------|------------------|
|  | Leitung        | Motor (Ständer) | Motor (Läufer) | Motor            | Leitung |                  |
| Sicherung, Leistungsschalter (Überlast; Kurzschluss) | ++             | ++              | ++             | ++               | ++      | -                |
| Sicherung; Schütz; Überlastschutz                    | ++             | ++              | ++             | ++               | ++      | ++               |
| Sicherung; Leistungsschalter (Überlast); Thermistor  | +              | ++              | +              | ++               | ++      | -                |
| Sicherung; Schütz; Thermistor                        | +              | ++              | +              | ++               | ++      | ++               |
| Sicherung; Schütz; Überlastschutz; Thermistor        | ++             | ++              | ++             | ++               | ++      | ++               |

Überlastschutzeinrichtungen im Vergleich (++ sehr gut; + gut; - gering)

**Störungen an Gleichstrommaschinen, ihre mögliche Ursache und Behebung**

| Gleichstrommaschine    |                                       |   |
|------------------------|---------------------------------------|---|
| Störungsart            | Ursache                               | Abhilfe   |
| Motor läuft nicht an   | Sicherung defekt                      | Sicherung ersetzen  |
|                        | Bürsten liegen nicht auf              | Bürstensitz überprüfen, Bürstenhalter reinigen, Bürsten auswechseln |
|                        | Lager festgefressen                   | Lager auswechseln   |
|                        | Anker- oder Feldwicklung unterbrochen | Durchgang überprüfen, Wicklung ersetzen                             |
| Motor läuft schwer an  | Körperschluss der Wicklung            | Auf Körperschluss prüfen (Kurbelinduktor) Wicklung erneuern         |
|                        | Erregerwicklung unterbrochen          | Erregerwicklung auf Durchgang prüfen                                |
|                        | Bürstenbrücke verstellt               | Bürstenbrückenstellung prüfen (Markierung beachten)                 |
| Unruhiger Lauf         | defekte Kugellager                    | Kugellager ersetzen   |
|                        | verspannte Lager-schilder             | Befestigungsschrauben gleichmäßig nachziehen                        |
| Bürstenfeuer zu stark  | Motor überlastet                      | Belastung verringern  |
|                        | Kollektor unrund oder verschmutzt     | Kollektor abdrehen, Glimmerisolation auskratzen, Kollektor reinigen |
|                        | Wendepole falsch geschaltet           | Schaltung überprüfen  |
| Motor läuft zu schnell | Erregerwicklung hat Windungsschluss   | Wicklung erneuern   |
|                        | Klemmenspannung zu hoch               | Gleichspannung verringern   |

**Störungen an Asynchronmaschinen, ihre mögliche Ursache und Behebung**

| Asynchronmotor                        |   |   |
|---------------------------------------|---|---|
| Motor läuft nicht an                  | Schutz hat angesprochen   | Schutzgerät überprüfen, einschalten                   |
|                                       | Lager festgefressen   | Lager auswechseln                                     |
| Motor läuft schwer an                 | Wicklungsstrang im Läufer unterbrochen                            | Wicklungsstränge auf Durchgang prüfen                 |
|                                       | Ständerwicklungen haben Phasen- oder Körperschluss                | Wicklungen überprüfen, auswechseln                    |
|                                       | Klemmenspannung zu niedrig  | Spannungsfall auf Zuleitung überprüfen                |
| Motor wird im Leerlauf zu warm        | Windungsschluss   | Strangwiderstände messen, defekten Strang austauschen |
|                                       | falsche Ständerschaltung bei zu hoher Betriebsspannung            | Ständer von Dreieck- auf Sternschaltung umschalten    |
| Motor wird im Dauerbetrieb zu warm    | Belastung zu hoch   | Verringerung der Belastung                            |
|                                       | Eine Sicherung hat angesprochen (Zweiphasenlauf)                  | Klemmenspannung prüfen                                |
|                                       | Belüftung fehlt   | Motor abstellen, bis Belüftung wieder vorhanden       |
| Motor brummt                          | Wicklungsstrang des Ständers hat Wicklungsschluss                 | Wicklung durchmessen, austauschen                     |
|                                       | Zweiphasenlauf  | Klemmenspannung messen                                |
|                                       | Am Klemmbrett sind zwei Phasen und der Mittelleiter angeschlossen | Klemmenspannung messen                                |
| Drehzahl sinkt bei Belastung stark ab | Maschine überlastet   | Verringerung der Belastung                            |
|                                       | Läuferstäbe ausgelötet oder abgerissen                            | Läuferwicklung prüfen (Brandstellen)                  |
|                                       | Läuferblechpaket auf der Welle verschoben                         | Sitz des Läuferblechpaketes prüfen                    |

# Energietechnik

## Elektrische Energietechnik

### 2 Elektrische Energietechnik

#### 2.1 Energieträger

Entwicklung der Primärenergieträger, die zur Verstromung eingesetzt werden

| Jahr        | 1955  | 1973  | 1991 | 2000 | 2002  |
|-------------|-------|-------|------|------|-------|
| Steinkohle  | 54%   | 34%   | 28%  | 25%  | 23%   |
| Braunkohle  | 24,3% | 25%   | 29%  | 26%  | 27,5% |
| Wasser      | 15,8% | 5,2%  | 3%   | 4%   | 4,5%  |
| Gas         | 4,6%  | 15,8% | 7%   | 9%   | 9%    |
| Heizöl      | 1,3%  | 14,4% | 3%   | 1%   | 1%    |
| Kernenergie | –     | 3,9%  | 27%  | 30%  | 28,5% |
| Wind        | –     | –     | –    | 2%   | 3%    |
| Sonstiges   | –     | 1,7%  | 3%   | 3%   | 3,5%  |

(Quelle: DIW; statistisches Bundesamt; VDEW)

Energieinhalte von verschiedenen Energieträgern

| Energieträger                                       | Energieinhalt in SKE |
|---|----------------------|
| Braunkohle  | 0,31                 |
| Holz  | 0,5                  |
| Steinkohle  | 1                    |
| Erdgas (m <sup>3</sup> )                            | 1,08                 |
| Rohöl   | 1,45                 |
| Heizöl, leicht                                      | 1,45                 |
| Benzin  | 1,48                 |
| Kernbrennstoff (Urandioxid, angereichert auf 3,2 %) | 84022                |

Energiereserven und Ressourcen

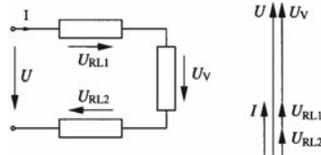
|            | Steinkohle | Ölschiefer | Braunkohle | Erdgas | Erdöl | Uran |
|------------|------------|------------|------------|--------|-------|------|
| Ressourcen | 8000       | 2000       | 1000       | 500    | 400   | 60   |
| Reserven   | 800        | 200        | 110        | 200    | 300   | 30   |

#### 2.2 Elektrische Energieerzeugung

Spannungsarten und ihre Anwendung

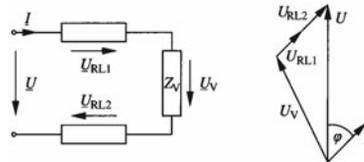
|                        | Anwendung   | Erzeugung   |
|------------------------|---|---|
| Drehstrom              | Energieübertragung, Energieerzeugung, Energieverteilung, Verbraucher mit großen Leistungen, Motoren   | Synchrongenerator   |
| Einphasen-Wechselstrom | Haushaltsgeräte, Werkzeuge, Werkzeugmaschinen, Verbraucher mit kleinen Leistungen, Beleuchtung, Frequenz 16 2/3Hz, Fahrmotoren für Bahnen   | Entnahme aus dem Drehstromnetz, Synchrongenerator, Umrichter, rotierende Umformer |
| Gleichstrom            | Elektrolyse, Galvanotechnik, Antriebe, Bahnmotore, Erregung von Magneten, Erregung von Synchronmaschinen, Elektrofiter, Farbspritzen, Steuerungen, Computer, Energieübertragung (Hochspannungs-Gleichstrom-Übertragung) | Batterien, Brennstoffzellen, Gleichrichter, Gleichstromgenerator                  |

**Gleichstromnetz**



Gleichstromnetz mit Zeigerbild von Strom und Spannung

**Wechselstromnetz**



Wechselstromnetz mit Zeigerbild von Strom und Spannung (Leitung nur mit R)

**2.2.1 Drehstromnetz**

**Sternschaltung:**  
Symmetriebedingung (1)

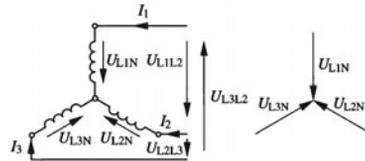
$$U = U_{12} = U_{23} = U_{31} \quad (1)$$

Leiterspannung  $U$

$$U = \sqrt{3} \cdot U_{Str}$$

Leiterstrom  $I$

$$I = I_{Str}$$



Sternschaltung mit Zeigerbild der Sternspannungen

**Dreieck-Schaltung:**  
Symmetriebedingung (2)

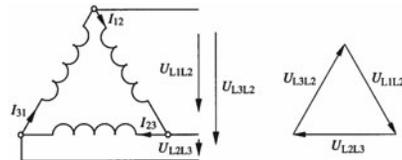
$$I = I_1 = I_2 = I_3 \quad (2)$$

Leiterspannung  $U$

$$U = U_{Str}$$

Leiterstrom  $I$

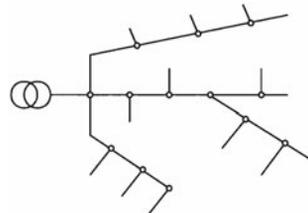
$$I = \sqrt{3} \cdot I_{Str}$$



Dreiecksschaltung mit Zeigerbild der Spannungen

**2.2.2 Netzstrukturen**

**Strahlennetz**

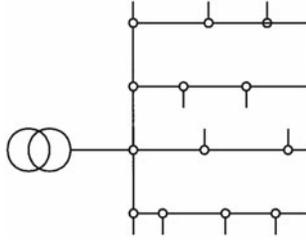


Strahlennetz

- Vorteile:**  
übersichtlich  
kostengünstig  
einfacher Schutz
- Nachteile:**  
geringer Lastausgleich  
geringe Versorgungssicherheit  
begrenzt Erweiterbar  
selektives Abschalten nicht möglich

**Energietechnik**  
Elektrische Energietechnik

**Ringnetz**



Ringnetz

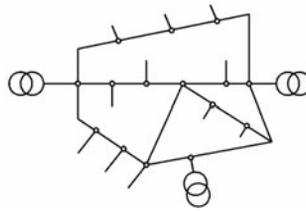
**Vorteile:**

Leitungsreserven  
höhere Versorgungssicherheit  
verbesserter Lastausgleich  
selektives Abschalten möglich

**Nachteile:**

Versorgung nur über eine Station  
erhöhter Anspruch an Schutz  
kostenintensivere

**Maschennetz**



Maschennetz

**Vorteile:**

sehr hohe Versorgungssicherheit  
beliebig erweiterbar  
guter Lastausgleich  
geringe Spannungsschwankungen

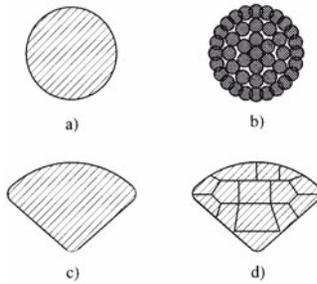
**Nachteile:**

hohe Investitionskosten  
sehr hohe Anforderungen an Schutz  
schwierige Netzauslegung  
hohe Anforderungen an Schaltgeräte

**2.3 Betriebsmittel der Energietechnik**

**2.3.1 Kabel**

**Werkstoffe**



Leiterformen

**Leitermaterial:**

Kupfer  
Aluminium  
Stahl (Freileitungen)

**Isoliermaterial:**

Polyvinylchlorid (PVC)  
Polyäthylen (PE)  
vernetztem Polyäthylen (VPE)  
halogenfreie Isolierungen (HX)

**Schirmquerschnitt (PE)**

|   |                        |    |                 |
|---|------------------------|----|-----------------|
| Nennquerschnitt des Außenleiters in mm <sup>2</sup> | 1,5 – 16               | 25 | 35 – 240        |
| Nennquerschnitt des Schirms in mm <sup>2</sup>      | gleich dem Außenleiter | 16 | 0,5-Außenleiter |

Abmessungen des Schirms bei Niederspannungskabeln

**Normierte Kurzzeichen für Kabel**

|   |          |           |           |
|---|----------|-----------|-----------|
| Nennquerschnitt des Außenleiters in mm <sup>2</sup> | 25 – 120 | 150 – 300 | 400 – 500 |
| Nennquerschnitt des Schirms in mm <sup>2</sup>      | 16       | 25        | 35        |

Abmessung des Schirms bei Hochspannungskabeln

| Kurzzeichen | Bedeutung  |
|-------------|--|
| N           | Normleitung oder -kabel  |
| A           | Aluminiumleiter  |
| Y           | Leiter- oder Mantelisolierung aus PVC                              |
| 2Y          | Leiter- oder Mantelisolierung aus Polyäthylen (PE)                 |
| 2X          | Leiter- oder Mantelisolierung aus vernetztem Polyäthylen (VPE)     |
| HX          | Leiter- oder Mantelisolierung aus vernetztem halogenfreiem Polymer |
| F           | flache Leitungsform  |
| M           | Leitungsmantel für mittlere mechanische Beanspruchung              |
| C           | konzentrischer Leiter  |
| CW          | wendelförmig aufgebrachter konzentrischer Leiter                   |
| –J          | Zusatz mit grüngelbem Leiter (Schutzleiter)                        |
| –O          | Zusatz ohne grüngelben Leiter                                      |
| RE          | eindrähtiger Rundleiter  |
| RM          | mehrdrähtiger Rundleiter   |
| SE          | eindrähtiger Sektorleiter  |
| SM          | mehrdrähtiger Sektorleiter   |
| RF          | feindrähtiger Rundleiter   |

**Kurzschlusschutz**

**Maximale Kurzschlussdauer**

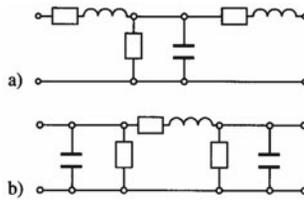
|                    | Werkstoff der Isolierung |        |        |        |
|--------------------|--------------------------|--------|--------|--------|
| Anfangs-temperatur | 60 °C                    | 70 °C  | 90 °C  | 85 °C  |
| End-temperatur     | 200 °C                   | 160 °C | 250 °C | 220 °C |
| Leiter-material    | G                        | PVC    | VPE    | IHK    |
| Cu                 | 141                      | 115    | 143    | 134    |
| Al                 | 87                       | 76     | 94     | 89     |
|                    | Werkstoff der Isolierung |        |        |        |
| Anfangs-temperatur | e                        | 30 °C  | 30 °C  | 30 °C  |
| End-temperatur     | 200 °C                   | 160 °C | 250 °C | 220 °C |
| Leiter-material    | G                        | PVC    | VPE    | IHK    |
| Cu                 | –                        | 143    | 176    | 166    |
| Al                 | –                        | 95     | 116    | 110    |

$$t = \frac{k^2 \cdot A^2}{I^2}$$

Faktor k für verschiedene Isolierwerkstoffe nach VDE 0100 T 540

## Energietechnik Elektrische Energietechnik

### Kenndaten von Kabeln



Ersatzschaltbild eines Kabelstücks

### Kenndaten von Kabeln

| Querschnitt in mm <sup>2</sup> | Typ         | Wirkwiderstand in Ω/km | Induktiver Widerstand in Ω/km | Kapazität in nF/km |
|--------------------------------|-------------|------------------------|-------------------------------|--------------------|
| 0,4 kV 4 × 35                  | NYY         | 0,52                   | 0,09                          | –                  |
| 10 kV 3 × 35                   | Gürtelkabel | 0,52                   | 0,12                          | 300                |
| 20 kV 3 × 70                   | Hochstädter | 0,27                   | 0,13                          | 280                |

### 2.3.2 Leitungen

#### Mindestquerschnitt in Abhängigkeit von der Verlegeart

| Verlegungsart  | Mindestquerschnitt in mm <sup>2</sup> |     |
|--|---------------------------------------|-----|
|  | Cu                                    | Al  |
| festе, geschützte Verlegung  | 1,5                                   | 2,5 |
| Leitungen in Schaltanlagen und Verteilern bei Stromstärken bis 2,5 A<br>über 2,5 A bis 16 A<br>über 16 A     | 0,5                                   | –   |
|  | 0,75                                  | –   |
|  | 1,0                                   | –   |
| bewegliche Leitungen für den Anschluss von Geräten bis 1 A Stromaufnahme, maximale Länge der Leitung 2 m     | 0,1                                   | –   |
| bewegliche Leitungen für den Anschluss von Geräten bis 2,5 A Stromaufnahme, maximale Länge der Leitung 2 m   | 0,5                                   | –   |
| bewegliche Leitungen für den Anschluss von Geräten bis 10 A Stromaufnahme                                    | 0,75                                  | –   |
| bewegliche Leitungen für den Anschluss von Geräten über 10 A bis 16 A Stromaufnahme, Mehrfachsteckdosen usw. | 1,0                                   | –   |

#### Kurzübersicht des vereinheitlichten Kennzeichnungssystem

| Kennzeichnung       | H – harmonisierte Bestimmung | A – anerkannter nationaler Typ             |                          |
|---------------------|------------------------------|--|--------------------------|
| Nennspannung        | 03 – 300 / 300 V             | 05 – 300 / 500 V                           | 07 – 450 / 750 V         |
| Isolierhülle Mantel | V – PVC                      | R – Natur und/oder synthetischer Kautschuk | S – Silikonkautschuk     |
| Leiterart           | -U – einadrätiger Leiter     | -R – mehradrätiger Leiter                  | -F – feindrätiger Leiter |

**Strombelastbarkeit von Kupferleitungen und -kabeln für feste Verlegung**

| Anzahl der belasteten Adern    | 2     |       | 3     |       | 2     |       | 3     |       | 2     |       |
|--------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|                                | A     |       |       |       | B1    |       |       |       | B2    |       |
| Verlegeart                     |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
| Querschnitt in mm <sup>2</sup> | $I_Z$ | $I_N$ |
| 1,5                            | 15,5  | 13    | 13    | 13    | 17,5  | 16    | 15,5  | 13    | 15,5  | 13    |
| 2,5                            | 19,5  | 16    | 18    | 16    | 24    | 20    | 21    | 20    | 21    | 20    |
| 4                              | 26    | 25    | 24    | 20    | 32    | 32    | 28    | 25    | 28    | 25    |
| 6                              | 34    | 32    | 31    | 25    | 41    | 40    | 36    | 35    | 37    | 35    |
| 10                             | 46    | 40    | 42    | 40    | 57    | 50    | 50    | 50    | 50    | 50    |
| 16                             | 61    | 63    | 56    | 56    | 76    | 80    | 68    | 63    | 68    | 63    |
| 25                             | 80    | 80    | 73    | 63    | 101   | 100   | 89    | 80    | 90    | 80    |
| 35                             | 99    | 80    | 89    | 80    | 125   | 125   | 111   | 100   | 110   | 100   |
| 50                             | 119   | 100   | 108   | 100   | 151   | 125   | 134   | 125   | –     | –     |
| 70                             | 151   | 125   | 136   | 125   | 192   | 160   | 171   | 160   | –     | –     |
| 95                             | 182   | 160   | 164   | 160   | 232   | 200   | 207   | 200   | –     | –     |
| 120                            | 210   | 200   | 188   | 160   | 269   | 250   | 239   | 250   | –     | –     |

| Anzahl der belasteten Adern    | 3     |       | 2     |       | 3     |       | 2     |       | 3     |       |
|--------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|                                | B2    |       | C     |       |       |       | E     |       |       |       |
| Verlegeart                     |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
| Querschnitt in mm <sup>2</sup> | $I_Z$ | $I_N$ |
| 1,5                            | 14    | 13    | 19,5  | 16    | 17,5  | 16    | 20    | 20    | 18,5  | 16    |
| 2,5                            | 19    | 16    | 26    | 25    | 24    | 20    | 27    | 25    | 25    | 25    |
| 4                              | 26    | 25    | 35    | 35    | 32    | 32    | 37    | 35    | 34    | 32    |
| 6                              | 33    | 32    | 46    | 40    | 41    | 40    | 48    | 40    | 43    | 40    |
| 10                             | 46    | 40    | 63    | 63    | 57    | 50    | 66    | 63    | 60    | 63    |
| 16                             | 61    | 50    | 85    | 80    | 76    | 63    | 89    | 80    | 80    | 80    |
| 25                             | 77    | 63    | 112   | 100   | 96    | 80    | 118   | 100   | 101   | 100   |
| 35                             | 95    | 80    | 138   | 125   | 119   | 100   | 145   | 125   | 126   | 125   |
| 50                             | –     | –     | –     | –     | –     | –     | –     | –     | 153   | 125   |
| 70                             | –     | –     | –     | –     | –     | –     | –     | –     | 196   | 160   |
| 95                             | –     | –     | –     | –     | –     | –     | –     | –     | 288   | 250   |
| 120                            | –     | –     | –     | –     | –     | –     | –     | –     | –     | –     |

**Umrechnungsfaktoren für verschiedene Belastungsarten**

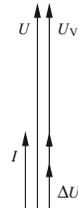
| Umgebungstemperatur in °C | Faktor $f_2$ |
|---------------------------|--------------|
| über 20 bis 25            | 1,06         |
| über 25 bis 30            | 1,00         |
| über 30 bis 35            | 0,94         |
| über 35 bis 40            | 0,87         |
| über 40 bis 45            | 0,79         |
| über 45 bis 50            | 0,71         |
| über 50 bis 55            | 0,61         |
| über 55 bis 60            | 0,5          |

$$I_z = \frac{I_N}{f_1 \cdot f_2}$$

| Anzahl der belasteten Leitungen | Faktor $f_1$ |
|---------------------------------|--------------|
| 1                               | 1,0          |
| 2                               | 0,79         |
| 3                               | 0,69         |
| 4                               | 0,63         |
| 6                               | 0,56         |
| 8                               | 0,52         |

**2.3.3 Spannungsfall auf Kabeln und Leitungen**

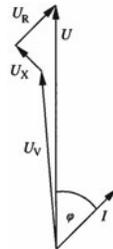
**Gleichstrom**



$$\Delta U = \frac{2 \cdot l \cdot I}{\chi \cdot A}$$

Zeigerbild der Spannungen bei Gleichstromleitungen/Kabel

**Wechselstrom**

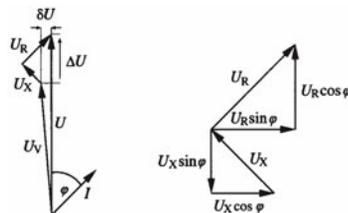


$$\Delta U = \frac{2 \cdot l \cdot I \cdot \cos \rho}{\chi \cdot A}$$

$$\Delta U = 2 \cdot l \cdot \left( R_\infty \cdot \cos \rho + X_\infty \cdot \sin \rho \right)$$

Zeigerbild der Spannungen bei Wechselstromleitungen/Kabel

**Drehstrom**



$$\Delta U = \frac{\sqrt{3} \cdot l \cdot I \cdot \cos \rho}{\chi \cdot A}$$

$$\Delta U = \sqrt{3} \cdot l \cdot \left( R_\infty \cdot \cos \rho + X_\infty \cdot \sin \rho \right)$$

Zeigerbild der Spannungen bei Drehstromleitungen/Kabel

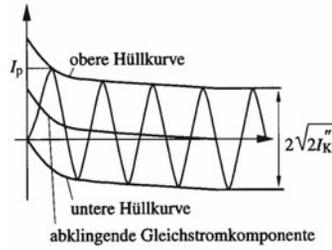
2.4 Kurzschlussstrom-  
berechnung

Dreipoliger Kurzschluss  $I_K$

Stoßkurzschluss  $I_P$

Gleichstromkomponente  
 $i_{DC}$

Systemkomponente  $\kappa$



Zeitlicher Verlauf eines generatorfernen Kurzschlusses

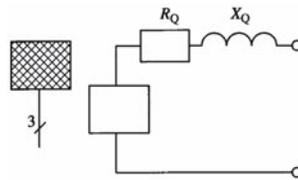
$$I_K = \frac{c \cdot U_N}{\sqrt{3} \cdot Z_K}$$

$$I_P = \kappa \cdot \sqrt{2} \cdot I''_k$$

$$i_{DC} = \sqrt{2} \cdot I''_k \cdot e^{-2\pi \cdot f \cdot t \cdot (R/X)}$$

$$\kappa = 1,02 + (0,98 \cdot e^{-3(R/X)})$$

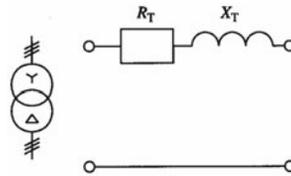
Netz



Netzersatzschaltung

$$Z_Q = \frac{c \cdot U_{QN}^2}{S_{QK}''}$$

Transformator

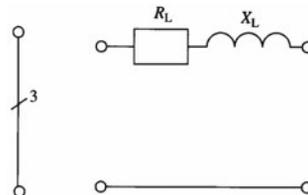


Transformatorersatzschaltung

$$Z_T = \frac{u_K \cdot U_{TN}^2}{100\% \cdot S_{TN}}$$

$$R_T = \frac{u_R \cdot U_{TN}^2}{100\% \cdot S_{TN}}$$

Leitung

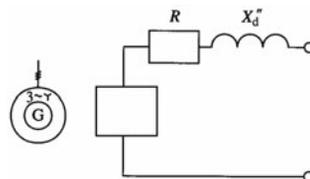


Leitungersatzschaltung

$$R_L = r'_L \cdot l$$

$$X_L = x'_L \cdot l$$

Synchronmaschine



Synchronmaschinenersatzschaltung

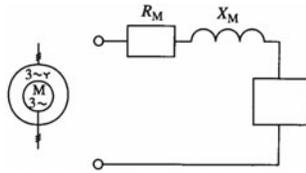
$$X_d'' = \frac{x_d'' \cdot U_N^2}{100\% \cdot S_{GN}}$$

$$R_G = k \cdot X_d''$$

Faktor k

| Generatormennspannung (kV) | Generatormennleistung (MVA) | k    |
|----------------------------|-----------------------------|------|
| > 1                        | > 100                       | 0,05 |
| > 1                        | < 100                       | 0,07 |
| < 1                        | -                           | 0,15 |

### Aynchronmaschine



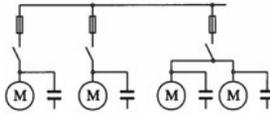
Aynchronmaschinenersatzschaltung

$$Z_M = \frac{I_{MN}}{I_A} \cdot \frac{U_{MN}^2}{S_{MN}}$$

$$R_M \approx 0,42 \cdot Z_M$$

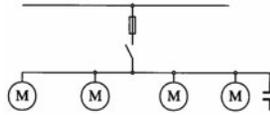
### 2.5 Kompensationsanlagen

#### Einzelkompensation



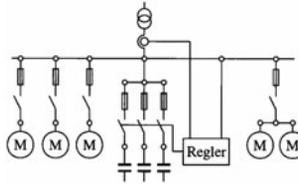
Einzelkompensation

#### Gruppenkompensation



Gruppenkompensation

#### Zentralkompensation



Zentralkompensation

**Kondensatorleistung zur Kompensation eines Motors auf  $\cos \varphi = 0,9$  bei Nennlast**

| Vorhandener $\cos \rho$ | gewünschter $\cos \rho$ |      |      |      |      |
|-------------------------|-------------------------|------|------|------|------|
|                         | 0,80                    | 0,85 | 0,90 | 0,92 | 0,94 |
| 0,50                    | 0,98                    | 1,11 | 1,25 | 1,31 | 1,37 |
| 0,60                    | 0,58                    | 0,71 | 0,85 | 0,91 | 0,97 |
| 0,70                    | 0,27                    | 0,40 | 0,54 | 0,60 | 0,66 |
| 0,80                    | –                       | 0,13 | 0,27 | 0,33 | 0,39 |
| 0,82                    | –                       | 0,08 | 0,21 | 0,27 | 0,33 |
| 0,84                    | –                       | 0,03 | 0,16 | 0,22 | 0,28 |
| 0,86                    | –                       | –    | 0,11 | 0,17 | 0,23 |
| 0,88                    | –                       | –    | 0,06 | 0,11 | 0,17 |
| 0,90                    | –                       | –    | –    | 0,06 | 0,12 |
| 0,92                    | –                       | –    | –    | –    | 0,06 |

$$Q_C = 0,9 \cdot \sqrt{3} \cdot U \cdot I_0$$

$I_0$  Leerlaufstrom des Motors

$$Q_C = P \cdot \text{Faktor}$$

Faktor zur Ermittlung der erforderlichen Kompensationsleistung je kW Wirkleistung eines Motors; Erfahrungswerte

**Ermittlung der Kompensationsleistung mittels Faktor**

**Transformator-kompensation  
Kondensatorleistung  $Q_C$   
Spannungsüberhöhung an der Unterspannungsseite im Leerlauf  $\Delta u$**

| Bemessungsleistung des Transformators in kVA | Transformator mit Oberspannung<br>Kondensatorleistung in kvar |            |            |
|--|---|------------|------------|
|  | 5 – 10 kV   | 15 – 20 kV | 25 – 30 kV |
| 25   | 2   | 2,5        | 3          |
| 50   | 3,5   | 5          | 6          |
| 75   | 5   | 6          | 7          |
| 100  | 6   | 8          | 10         |
| 160  | 10  | 12,5       | 15         |
| 250  | 15  | 18         | 22         |
| 315  | 18  | 20         | 24         |
| 400  | 20  | 22,5       | 28         |
| 630  | 28  | 32,5       | 40         |

$$Q_C = P \cdot \text{Faktor}$$

$$\Delta u = u_k \cdot \frac{Q_C}{S_{NT}}$$

# 1 Begriffe, Grundlagen

|   |  |  |
|---|--|--|
| <b>Nachricht</b>  | Besteht aus der Information und dem Signal. Wird unverändert weitergegeben.  | z. B. der Termin „9:00 Uhr“.   |
| <b>Information</b>  | Sinngehalt der Nachricht (was übertragen werden soll)  |  |
| <b>Signal</b>   | Die physikalische Realisierung der Nachricht (wie es übertragen wird)  | z. B. akustisches Signal (durch Rufen)   |
| <b>Daten</b>  | Im Gegensatz zur Nachricht weiterverarbeitet und verändert   | z. B. Datenverkehr zwischen Flugzeug und Bodenstation  |
| <b>Informationsgehalt <math>I_i</math> eines Zeichens oder Ereignisses <math>i</math></b> | $I_i = \text{ld} \frac{1}{p_i} \text{ in bit}$ <p>ld Logarithmus zur Basis 2<br/> <math>p_i</math> Wahrscheinlichkeit für das Auftreten des Zeichens oder Ereignisses <math>i</math></p> <p>Der Informationsgehalt ist um so größer, je unwahrscheinlicher das Zeichen (Ereignis) ist. Beispiel: Lottospiel „6 aus 49“. Das Ereignis „6 Richtige“ ist äußerst selten und hat damit einen hohen Informationsgehalt. Das „fast sichere“ Ereignis „Nicht 6 Richtige“ wird erwartet und hat damit geringen Informationsgehalt.</p> | $I(\text{„6 Richtige“}) = \text{ld} \binom{49}{6} \approx \text{ld}(14 \cdot 10^6) \approx 23,7 \text{ bit}$<br>$I(\text{„Nicht 6 Richtige“}) \approx 1 \cdot 10^{-7} \text{ bit}$ |
| <b>Entropie, mittlerer Informationsgehalt</b>   | $H = \sum_i p_i \cdot \text{ld} \frac{1}{p_i} \text{ in bit; } p_i \text{ Wahrscheinlichkeit für das Auftreten des Zeichens oder Ereignisses } i.$   | Deutsche Sprache, 26 Buchstaben:<br>$H \approx 1,3 \text{ bit}$ (nach Küpfmüller)  |
| <b>Entscheidungsgehalt <math>H_0</math></b>   | <p>Maximalwert der Entropie, ergibt sich, wenn alle Zeichen mit gleicher Wahrscheinlichkeit <math>p_0</math> auftreten: <math>p_1 = p_2 = \dots p_n = p_0</math>:</p> $H_0 = H_{\max} = \sum_{i=1}^n p_{0i} \cdot \text{ld} \frac{1}{p_{0i}} = \frac{1}{n} \cdot n \cdot \text{ld} \frac{1}{p_0} = \text{ld} \frac{1}{p_0} \text{ in bit}$   | Deutsche Sprache, wenn alle 26 Buchstaben gleich wahrscheinlich wären:<br>$H_0 \approx 4,7 \text{ bit}$  |
| <b>Redundanz <math>R</math>, „Weitschweifigkeit“</b>                                      | $R = H_0 - H$ in bit; eigentlich überflüssig, da sie keine Information enthält; dient aber z. B. zur Fehlererkennung und -korrektur.   | Deutsche Sprache:<br>$R \approx 3,4 \text{ bit}$   |
| <b>Relative Redundanz <math>r</math></b>  | $r = \frac{H_0 - H}{H_0} = \frac{R}{H_0};$ <p>nur 28 % der deutschen Sprache enthält Information. Die Redundanz trägt aber z. B. dazu bei, dass aus Wortfetzen (Fabrikhalle) der Gesamttext mehr oder weniger fehlerfrei gebildet werden kann.</p>   | Deutsche Sprache, 26 Buchstaben:<br>$r \approx 72 \%$  |

# Nachrichtentechnik

## Begriffe, Grundlagen

### Informationsfluss $F$

$F = \frac{H}{T_m}$  in bit/s;  $T_m$  mittlere Zeit zur Übermittlung eines Nachrichtenelementes. Besteht ein Nachrichtenelement aus mehreren Zeichen, gilt:  $T_m = \sum_i p_i \cdot T_i$ .

$p_i$  s. Entropie,  
 $T_i$  Übertragungszeit für Zeichen bzw. Element  $i$

### Kanalkapazität $C$

### Dynamik $D$

Maximaler Informationsfluss, der über einen gegebenen Kanal fehlerfrei übertragen werden kann:

$$C = F_{\max} = \left( \frac{H}{T_m} \right)_{\max} = 2 \cdot B \cdot D \text{ in bit/s}$$

$D = \text{ld } N$  in bit  
mit  $N$  Anzahl der diskreten Amplitudenstufen  
 $B$  Bandbreite des Signals in Hz

Analoge Signale werden entsprechend digitalisiert

### Nachrichtenquader

Zu übertragendes Signal (Nachricht, Daten {block}) wird dargestellt als Quader mit dem „Volumen“:  $2 \cdot B_{S1} \cdot D_{S1} \cdot T_S$ . Jeder Übertragungskanal hat seinen spezifischen Kanalquerschnitt (Kanalkapazität)  $C = 2 \cdot B \cdot D$  mit dem „Volumen“  $2 \cdot B \cdot D \cdot T$ . Das zu übertragende Signal muss so „umgeformt“ werden, dass gilt:

$$\frac{2 \cdot B \cdot D}{C} = 2 \cdot \underbrace{B_{S2} \cdot D_{S2}}_{C_S}$$

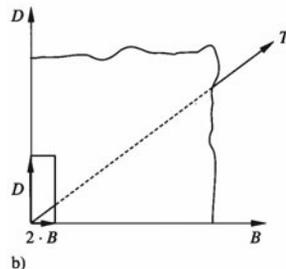
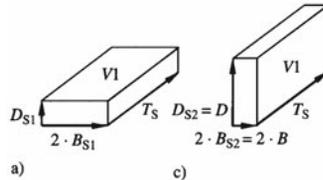
$T_S \neq T$  gewählt werden.

$C = C_S$ : Echtzeitübertragung,  $C > C_S$  nicht sinnvoll

$B = B_S, D = D_S$ :  
Einseitenbandamplitudenmodulation

$D_S > D$ : Frequenz-,  
Pulskodemodulation

$D_S < D$ : Pulskode-  
modulation

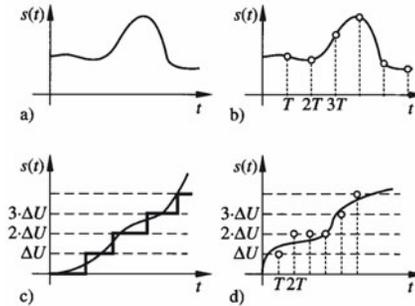


- a) gegebenes Signal mit  $D_{S1}, B_{S1}, T_S$
- b) Kanal mit gegebenem  $B, D$
- c) an den Kanal (b) angepasstes Signal (a)

## 2 Signale

### 2.1 Signale im Zeit- und Frequenzbereich

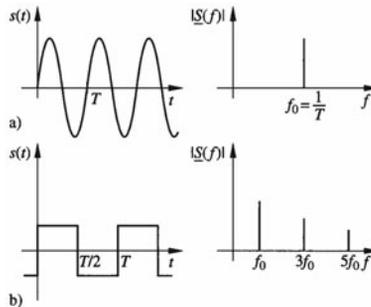
#### Signaldarstellung im Zeitbereich



Signaldarstellungen im Zeitbereich

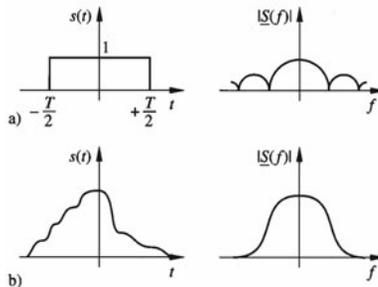
- a) zeit- und amplitudenkontinuierlich, analog
- b) zeitdiskret, amplitudenkontinuierlich, analog
- c) zeitkontinuierlich, amplitudendiskret, digital
- d) zeit- und amplitudendiskret, digital

#### Signaldarstellung im Zeit- und im Frequenzbereich



Signaldarstellung periodischer Funktionen im Zeit- und im Frequenzbereich

- a) sinusförmiges Signal
- b) rechteckförmiges Signal



Signaldarstellung nichtperiodischer Funktionen im Zeit- und Frequenzbereich

- a) Rechteckimpuls
- b) stochastisches Signal

# Nachrichtentechnik

## Signale

### 2.2 Zufällige (stochastische) Signale, Rauschen

#### Zufällige (stochastische) Signale

Kennzeichen: Nicht vorhersagbar.  
Erscheinungsformen:  
1. „Echte“ Nachrichten und Daten  
2. Rauschen

„echt“ im Sinne von nicht vorhersagbar. Rauschen in der Regel als Störsignal.

#### Äußere Rauschquellen

Atmosphärisches Rauschen: z. B. Blitzentladungen  
Kosmisches Rauschen: Radiostrahlung entfernter Sterne

Bis ca. 10 MHz

Ab ca. 50 MHz

#### Innere Rauschquellen

1. Widerstands- oder thermisches Rauschen. Entsteht durch Wärmebewegung.

$\bar{u}_R$  (Mittelwert der) Rauschspannung

$\bar{i}_R$  (Mittelwert des) Rauschstromes

$P_R$  (Mittelwert der) Rauschleistung eines rauschenden Widerstandes an einem nicht rauschenden Widerstand bei Leistungsanpassung

$k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ W} \cdot \text{s/K}$  (Boltzmann-Konstante)

$T$  absolute (thermodynamische) Temperatur in K

$B$  Bandbreite (ausgewerteter oder berücksichtigter Frequenzbereich) in Hz

$R$  Widerstand in  $\Omega$

2.  $1/f$ -Rauschen. Tritt unterhalb 1 kHz auf. Macht sich unangenehm bei Halbleitern (Transistoren) bemerkbar.

$f$  Frequenz in Hz

3. „Popcorn“-Rauschen. Sporadisch auftretend, Dauer im  $\mu\text{s}$ -Bereich, Amplituden wesentlich größer als die des übrigen Rauschens.

4. Schrotrauschen: Durch ungleichmäßige Ladungsträgerinjektion bzw. -emission in Halbleitern bzw. Röhren.

$q_e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ As}$  (Elementarladung des Elektrons)

$I$  Anoden- bzw. Halbleiterstrom in A;

$B$  Bandbreite (ausgewerteter oder berücksichtigter Frequenzbereich) in Hz

5. Stromverteilungsrauschen. Durch statistische Schwankungen der Stromaufteilung auf Basis und Kollektor beim Transistor bzw. Gitter und Anode bei der Röhre.

$$\bar{u}_R = \sqrt{4kTB R}$$

$$\bar{i}_R = \sqrt{4kTB / R}$$

$$P_R = \frac{\bar{u}_R}{2} \cdot \frac{\bar{i}_R}{2} = kTB$$

$$\bar{u}_R \sim 1/f$$

$$\bar{i}_S^2 = 2 \cdot q_e \cdot I \cdot B$$

#### Weißes Rauschen

Im betrachteten bzw. ausgewerteten Frequenzbereich sind, über einen (sehr) großen Zeitbereich betrachtet, alle Frequenzen mit gleicher Amplitude vorhanden.

Betrachteter Frequenzbereich muss endlich sein.

**Störabstand S**

$P_S$  (mittlere) Signalleistung (engl.: Signal) in W  
 $P_N$  (mittlere) Rauschleistung (engl.: Noise) in W

$$S = \frac{P_S}{P_N} \text{ bzw. } S = 10 \cdot \lg \frac{P_S}{P_N} \text{ in dB}$$

**Rauschzahl F**

Verhältnis des Störabstandes am Eingang (Index e) eines Systems zu dem am Ausgang (Index a). Kennzeichnet den Rauschanteil des Systems.  $F = 1 \Rightarrow$  System ist rauschfrei.  
 $F_Z$  zusätzliche Rauschzahl des Systems

$$F = \frac{S_e}{S_a} = \frac{(P_S/P_N)_e}{(P_S/P_N)_a}$$

$$F = 1 + F_Z$$

**Rauschmaß  $F_R$**

Logarithmus  $F_R = 0 \text{ dB} \Rightarrow$  System ist rauschfrei.

$$F_R = 10 \cdot \lg (F) \text{ in dB}$$

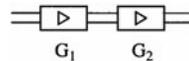
**Rauschmaß  $a_F$ ,  
Rauschabstand  $a_r$**

Werte in dB; z. T. alternative Bezeichnungen.  
 Formelzeichen siehe Störabstand bzw. Rauschzahl.

$$a_F = 10 \cdot \lg F$$

$$a_r = 10 \cdot \lg \frac{P_S}{P_N}$$

**Gesamtrauschzahl F  
zweistufiger Verstärker**



Rauschen zweistufiger Verstärker  
 $F_1$  bzw.  $F_2$ : Rauschzahl des Verstärkers 1 bzw. 2  
 $G_1$ : Leistungsverstärkung des Verstärkers 1

$$F = F_1 + \frac{F_2 - 1}{G_1};$$

$$F \approx F_1 \text{ für } F_1 \gg \frac{F_2}{G_1}$$

**Kenngrößen stochastischer Signale**

Arithmetischer Mittelwert

$$\bar{s} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \cdot \int_{-T}^T s(t) dt$$

Quadratischer Mittelwert

$$\bar{s}^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \cdot \int_{-T}^T [s(t)]^2 dt$$

Effektivwert  $s_{\text{eff}} = \sqrt{s^2}$

$$\text{Streuung } \sigma^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \cdot \int_{-T}^T [s(t) - \bar{s}]^2 dt$$

Standardabweichung  $\sigma = +\sqrt{\sigma^2}$

Grenzübergang  
 $T \rightarrow \infty$  in der Praxis nicht erreichbar; über Erfahrungswerte für endliches  $T$  kann der Wert aber angenähert werden.

**Korrelationsfunktionen**

Autokorrelationsfunktion (AKF):

$$\Phi_{ss}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \cdot \int_{-T}^T s(t) \cdot s(t - \tau) dt$$

Kreuzkorrelationsfunktion (KKF):

$$\Phi_{s_1s_2}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \cdot \int_{-T}^T s_1(t) \cdot s_2(t - \tau) dt$$

AKF: Ähnlichkeit eines Signals mit sich selber, wenn sie um  $\tau$  gegeneinander verschoben werden.

KKF: Ähnlichkeit zweier unterschiedlicher Signale, wenn sie um  $\tau$  gegeneinander verschoben werden.

# Nachrichtentechnik

## Signale

### Spektrale Leistungsdichte

Abhängigkeit der Leistung  $P$  eines Signals von der Frequenz  $f$ . Angabe in W/Hz.

$$\Phi_S(f) = \lim_{\Delta f \rightarrow 0} \frac{\Delta P}{\Delta f}$$

### Theorem von Wiener-Khintchine

Die spektrale Leistungsdichte ist die Fouriertransformierte der Autokorrelationsfunktion.  
 $F$  Fouriertransformierte

$$F^{-1}\{\Phi_S(f)\} = \Phi_{SS}(\tau)$$

$$F\{\Phi_{SS}(\tau)\} = \Phi_S(f)$$

## 2.3 Verzerrungen

### (Komplexer) Frequenzgang oder (komplexer) Übertragungsfaktor

$$\underline{H}(j\omega) = |\underline{H}(j\omega)| \cdot e^{j\phi(\omega)} = C \cdot e^{a(\omega)} \cdot e^{j\phi(\omega)} = R(\omega) + jX(\omega)$$

Kennzeichnet die Eigenschaften des Systems:

### Dämpfungsmaß

$a$  Dämpfungsmaß

$$\underline{U}_{\text{aus}}(j\omega) =$$

### Phasenmaß

$b$  Phasenmaß

$C$  Konstante

$R(\omega)$  Realteil

$X(\omega)$  Imaginärteil

$$\underline{U}_{\text{ein}}(j\omega) \cdot \underline{H}(j\omega)$$

### Dämpfungsverzerrungen

Das Dämpfungsmaß ist eine Funktion der Frequenz.  
 Beispiel: Passiver RC-Tiefpaß 1. Ordnung.

$$a = f(\omega)$$

### Phasenverzerrungen

Das Phasenmaß ist eine Funktion der Frequenz.  
 Beispiel: Passiver RC-Tiefpaß 1. Ordnung.

$$b = f(\omega)$$

### Lineare Verzerrungen

Ein- und Ausgangssignal eines Systems haben nicht den gleichen zeitlichen Verlauf; im Ausgangssignal treten gegenüber dem Eingangssignal aber *keine zusätzlichen* Frequenzen auf. Das Eingangssignal ist in der Regel über ein System mit inversem Übertragungsfaktor aus dem Ausgangssignal wiederherstellbar.

Beispiel: Linearer Tiefpaß

### Nichtlineare Verzerrungen

Ein- und Ausgangssignal eines Systems haben nicht den gleichen zeitlichen Verlauf; im Ausgangssignal treten gegenüber dem Eingangssignal aber *zusätzliche* Frequenzen auf. Das Eingangssignal ist nicht oder nur mit sehr großem Aufwand wiederherstellbar.

Beispiel: Elemente mit nichtlinearen Kennlinien (z. B. Dioden)

### Klirrfaktor

$$k = \frac{\sqrt{U_2^2 + U_3^2 + U_4^2 + \dots}}{\sqrt{U_1^2 + U_2^2 + U_3^2 + U_4^2 + \dots}} = \frac{\sqrt{\sum_{i=2}^{\infty} U_i^2}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{\infty} U_i^2}}$$

Es gibt 2 Definitionen. Zusammenhang:

$$k = \frac{k'}{\sqrt{1 + k'^2}}$$

oder

$$k' = \frac{\sqrt{U_2^2 + U_3^2 + U_4^2 + \dots}}{U_1} = \frac{\sqrt{\sum_{i=2}^{\infty} U_i^2}}{U_1}$$

$k \approx k'$  für  $k, k' \ll 1$   
 Anwendung: Maß für die Verzerrungen von Niederfrequenzverstärkern; Eingangsgröße ist ein (nahezu) ideales Sinussignal.

$U_i$  Effektivwert der  $i$ -ten Harmonischen

### 3 Kenngrößen einer Übertragungsstrecke / eines Systems

**Allgemein**

Zur Bildung der logarithmischen Maße sind stets positive Werte einzusetzen, in der Regel die Effektivwerte von  $U, I$ .

**Dämpfungsfaktor  $D$**

Leistungsdämpfungsfaktor  $D_P = \frac{P_1}{P_2}$

Spannungsdämpfungsfaktor  $D_U = \frac{U_1}{U_2}$

Stromdämpfungsfaktor  $D_I = \frac{I_1}{I_2}$

$P_1, U_1, I_1$  Eingangs-,  
 $P_2, U_2, I_2$  Ausgangs-  
größen des Systems.  
 $D > 1$  bedeutet  
Dämpfung,  
 $D < 1$  bedeutet  
Verstärkung.

**Übertragungsfaktor, Verstärkungsfaktor  $T$**

Leistungsübertragungsfaktor  $T_P = \frac{P_2}{P_1}$

Spannungsübertragungsfaktor  $T_U = \frac{U_2}{U_1}$

Stromübertragungsfaktor  $T_I = \frac{I_2}{I_1}$

Kehrwert des Dämpfungsfaktors.  
 $T < 1$  bedeutet Dämpfung,  
 $T > 1$  bedeutet Verstärkung.

**Dämpfungsmaß  $a$**

Leistungsdämpfungsmaß

$a_P = 10 \cdot \lg \frac{P_1}{P_2}$  in dB

Spannungsdämpfungsmaß

$a_U = 10 \cdot \lg \frac{U_1^2}{Z_1} \cdot \frac{Z_2}{U_2^2}$  in dB

$a_U = 20 \cdot \lg \frac{U_1}{U_2}$  in dB für  $Z_1 = Z_2$

Stromdämpfungsmaß

$a_I = 10 \cdot \lg \frac{I_1^2 \cdot Z_1}{I_2^2 \cdot Z_2}$  in dB

$a_I = 20 \cdot \lg \frac{I_1}{I_2}$  in dB für  $Z_1 = Z_2$

Formelgrößen siehe Dämpfungsfaktor.  
 $Z_1$  Widerstand am Eingang, reell;  
 $Z_2$  Widerstand am Ausgang, reell.

**Übertragungsmaß, Verstärkungsmaß  $v$**

Leistungsübertragungsmaß

$v_P = -a_P = 10 \cdot \lg \frac{P_2}{P_1}$  in dB

Spannungsübertragungsmaß

$v_U = -a_U = 10 \cdot \lg \frac{U_2^2}{Z_2} \cdot \frac{Z_1}{U_1^2}$  in dB

$v_U = 20 \cdot \lg \frac{U_2}{U_1}$  in dB für  $Z_1 = Z_2$

$v > 0$  dB bedeutet Verstärkung,  
 $v < 0$  dB bedeutet Dämpfung.

## Nachrichtentechnik

### Zweitore, Vierpole

|   |   |  |
|---|---|--|
|   | <p>Stromdämpfungsmaß</p> $v_1 = -a_1 = 10 \cdot \lg \frac{I_2^2 \cdot Z_2}{I_1^2 \cdot Z_1} \text{ in dB}$ $v_1 = 20 \cdot \lg \frac{I_2}{I_1} \text{ in dB für } Z_1 = Z_2$  |  |
| <b>Pegel</b>  | Verhältnis einer Größe (Spannung, Strom, Leistung) zu einer Bezugsgröße. Die Bezugsgröße muss eindeutig erkennbar sein bzw. angegeben werden.   | Allgemein verwendet, z. B. Schallpegel, Wasserstandspegel.   |
| <b>Absoluter Pegel <math>L</math>, bezogen auf Telefon-Kenndaten</b>                            | <p>Absoluter Leistungspegel</p> $L_{P \text{ abs}} = 10 \cdot \lg \frac{P_S}{1 \text{ mW}} \text{ in dBm}$ <p>Absoluter Spannungspegel</p> $L_{U \text{ abs}} = 20 \cdot \lg \cdot \frac{U_S}{775 \text{ mV}} \text{ in dB}$ <p>Absoluter Strompegel</p> $L_{I \text{ abs}} = 20 \cdot \lg \frac{I_S}{1,29 \text{ mA}} \text{ in dB}$ | <p>Abgeleitet vom Telefon:<br/>1 mW an 600 <math>\Omega</math> für Sprachverständlichkeit;<br/>Zusatz „m“ kennzeichnet die Bezugsgröße 1 mW.<br/>1 mW an 600 <math>\Omega \Rightarrow U = 775 \text{ mV}</math>;<br/><math>I = 1,29 \text{ mA}</math>.<br/>Es gilt Leistungsanpassung.</p> |
| <b>Absoluter Pegel <math>L</math>, bezogen auf 1 W bzw. 1 V</b>                                 | <p>Absoluter Leistungspegel</p> $L_{P \text{ (abs)}} = 10 \cdot \lg \frac{P_S}{1 \text{ W}} \text{ in dBW}$ <p>Absoluter Spannungspegel</p> $L_{U \text{ (abs)}} = 20 \cdot \lg \cdot \frac{U_S}{1 \text{ V}} \text{ in dBV}$   | <p>Es gilt Leistungsanpassung.<br/>Der Zusatz „abs“ entfällt häufig.</p>   |
| <b>Absoluter Pegel <math>L</math>, bezogen auf 1 <math>\mu\text{V}</math> (Antennentechnik)</b> | <p>Absoluter Spannungspegel</p> $L_{U \text{ (abs)}} = 20 \cdot \lg \cdot \frac{U_S}{1 \mu\text{V}} \text{ in dB } (\mu\text{V})$   | <p>Es gilt Leistungsanpassung. Der Zusatz „abs“ entfällt häufig.</p>   |
| <b>Relativer Pegel <math>L</math></b>   | <p>Relativer Leistungspegel</p> $L_P = 10 \cdot \lg \frac{P}{P_0} \text{ in dBr}$ <p>Relativer Spannungspegel</p> $L_U = 20 \cdot \lg \frac{U}{U_0} \text{ in dBr}$   | <p>Es gilt Leistungsanpassung.<br/>Die Bezugsgrößen <math>P_0</math>, <math>U_0</math> müssen angegeben werden.</p>  |

## 4 Zweitore, Vierpole

### 4.1 Grundbegriffe

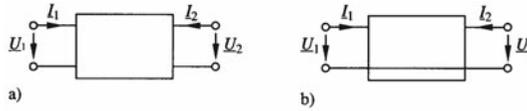
#### Passive und aktive Zweitore

Passives Zweitor: Die am Ausgang entnehmbare Leistung ist kleiner oder höchstens gleich der am Eingang eingespeisten Leistung. Aktives Zweitor: Die am Ausgang entnehmbare Leistung ist größer als die am Eingang eingespeiste Leistung.

Lineare und nichtlineare  
Zweitore

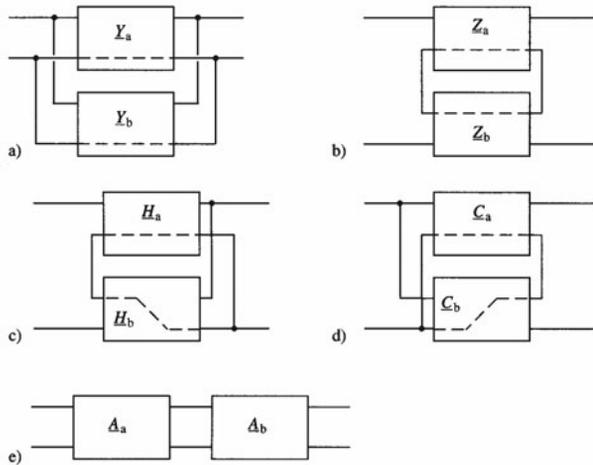
*Lineares Zweitor:* In den einzelnen Zweigen des Zweitores gilt, dass das Verhältnis von Spannung zu Strom nicht vom Strom bzw. der Spannung abhängt. *Nichtlineares Zweitor:* In mindestens einem Zweig ist das Verhältnis von Spannung zu Strom von der Spannung bzw. dem Strom abhängig. Beispiel: Das Zweitor enthält Dioden.

Zweitor, Ein- und  
Ausgangsgrößen



- a) Zweitor allgemein
- b) gemeinsamer Anschluss für Ein- und Ausgang

4.2 Zweitorgleichungen  
und Zusammen-  
schaltung von  
zwei Zweitoren



- Zusammenschaltung von Zweitoren a) Parallel-Parallel-Schaltung, b) Reihen-Reihen-Schaltung, c) Reihen-Parallel-Schaltung, d) Parallel-Reihen-Schaltung, e) Kettenschaltung

| Name der Parameter, Zweitorgleichungen   | Art der Zusammenschaltung zweier Zweitore                            | Zugehörige Parameteroperationen; Zweitor 1: Index a, Zweitor 2: Index b  |
|--|--|--|
| Zweitorgleichungen in Leitwertform:<br>Y-Parameter<br>$I_1 = Y_{11} * U_1 + Y_{12} * U_2$<br>$I_2 = Y_{21} * U_1 + Y_{22} * U_2$ | Parallel-Parallel-Schaltung:<br>Eingänge parallel, Ausgänge parallel | $Y_{11} = Y_{11a} + Y_{11b}$<br>$Y_{12} = Y_{12a} + Y_{12b}$<br>$Y_{21} = Y_{21a} + Y_{21b}$<br>$Y_{22} = Y_{22a} + Y_{22b}$ |
| Zweitorgleichungen in Impedanzform:<br>Z-Parameter<br>$U_1 = Z_{11} * I_1 + Z_{12} * I_2$<br>$U_2 = Z_{21} * I_1 + Z_{22} * I_2$ | Reihen-Reihen-Schaltung:<br>Eingänge in Reihe, Ausgänge in Reihe     | $Z_{11} = Z_{11a} + Z_{11b}$<br>$Z_{12} = Z_{12a} + Z_{12b}$<br>$Z_{21} = Z_{21a} + Z_{21b}$<br>$Z_{22} = Z_{22a} + Z_{22b}$ |

| Name der Parameter, Zweitorgleichungen  | Art der Zusammenschaltung zweier Zweitore  | Zugehörige Parameteroperationen; Zweitor 1: Index a, Zweitor 2: Index b  |
|---|--|--|
| <p>Zweitorgleichungen in Reihen-Parallel- oder Hybrid-Form:<br/> <b>H</b>-Parameter<br/> <math>\underline{U}_1 = \underline{H}_{11} * \underline{I}_1 + \underline{H}_{12} * \underline{U}_2</math><br/> <math>\underline{I}_2 = \underline{H}_{21} * \underline{I}_1 + \underline{H}_{22} * \underline{U}_2</math></p> <p>Alternative Schreibweise: <b>h</b>-Parameter<br/> <math>\underline{U}_1 = \underline{h}_{11} * \underline{I}_1 + \underline{h}_{12} * \underline{U}_2</math><br/> <math>\underline{I}_2 = \underline{h}_{21} * \underline{I}_1 + \underline{h}_{22} * \underline{U}_2</math><br/>                     siehe z. B. Transistor-Kenndaten</p> | <p>Reihen-Parallel-Schaltung:<br/>                     Eingänge in Reihe, Ausgänge parallel.</p> <p>Achtung: Zweites Zweitor muss am Ausgang „gedreht“ werden, siehe Bild.</p> | $\underline{H}_{11} = \underline{H}_{11a} + \underline{H}_{11b}$<br>$\underline{H}_{12} = \underline{H}_{12a} + \underline{H}_{12b}$<br>$\underline{H}_{21} = \underline{H}_{21a} + \underline{H}_{21b}$<br>$\underline{H}_{22} = \underline{H}_{22a} + \underline{H}_{22b}$<br>$\underline{h}_{11} = \underline{h}_{11a} + \underline{h}_{11b}$<br>$\underline{h}_{12} = \underline{h}_{12a} + \underline{h}_{12b}$<br>$\underline{h}_{21} = \underline{h}_{21a} + \underline{h}_{21b}$<br>$\underline{h}_{22} = \underline{h}_{22a} + \underline{h}_{22b}$ |
| <p>Zweitorgleichungen in Parallel-Reihen-Form:<br/> <b>C</b>-Parameter<br/> <math>\underline{I}_1 = \underline{C}_{11} * \underline{U}_1 + \underline{C}_{12} * \underline{I}_2</math><br/> <math>\underline{U}_2 = \underline{C}_{21} * \underline{U}_1 + \underline{C}_{22} * \underline{I}_2</math></p>  | <p>Eingänge parallel, Ausgänge in Reihe.</p> <p>Achtung: Zweites Zweitor muss am Ausgang „gedreht“ werden, siehe Bild.</p>   | $\underline{C}_{11} = \underline{C}_{11a} + \underline{C}_{11b}$<br>$\underline{C}_{12} = \underline{C}_{12a} + \underline{C}_{12b}$<br>$\underline{C}_{21} = \underline{C}_{21a} + \underline{C}_{21b}$<br>$\underline{C}_{22} = \underline{C}_{22a} + \underline{C}_{22b}$   |
| <p>Zweitorgleichungen in Kettenform:<br/> <b>A</b>-Parameter<br/> <math>\underline{U}_1 = \underline{A}_{11} * \underline{U}_2 + \underline{A}_{12} * (-\underline{I}_2)</math><br/> <math>\underline{I}_1 = \underline{A}_{21} * \underline{U}_2 + \underline{A}_{22} * (-\underline{I}_2)</math></p>  | <p>Kettenschaltung</p>   | $\begin{bmatrix} \underline{A}_{11} & \underline{A}_{12} \\ \underline{A}_{21} & \underline{A}_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{A}_{11a} & \underline{A}_{12a} \\ \underline{A}_{21a} & \underline{A}_{22a} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \underline{A}_{11b} & \underline{A}_{12b} \\ \underline{A}_{21b} & \underline{A}_{22b} \end{bmatrix}$ <p>Matrizenmultiplikation;<br/>                     Index a:<br/>                     linker Vierpol<br/>                     Index b:<br/>                     rechter Vierpol</p>         |

**Definitionsgleichungen und Bezeichnungen der Zweitorparameter**

**Y-Parameter**

$\underline{Y}_{11} = \left. \frac{\underline{I}_1}{\underline{U}_1} \right|_{\underline{U}_2=0}$  Kurzschluss-Eingangsadmittanz

$\underline{Y}_{12} = \left. \frac{\underline{I}_1}{\underline{U}_2} \right|_{\underline{U}_1=0}$  Kurzschluss-Übertragungsadmittanz rückwärts

$\underline{Y}_{21} = \left. \frac{\underline{I}_2}{\underline{U}_1} \right|_{\underline{U}_2=0}$  Kurzschluss-Übertragungsadmittanz vorwärts

$\underline{Y}_{22} = \left. \frac{\underline{I}_2}{\underline{U}_2} \right|_{\underline{U}_1=0}$  Kurzschluss-Ausgangsadmittanz

**Z-Parameter**

$$\underline{Z}_{11} = \left. \frac{U_1}{I_1} \right|_{I_2=0}$$

Leerlauf-Eingangsimpedanz

$$\underline{Z}_{12} = \left. \frac{U_1}{I_2} \right|_{I_1=0}$$

Leerlauf-Übertragungsimpedanz rückwärts

$$\underline{Z}_{21} = \left. \frac{U_2}{I_1} \right|_{I_2=0}$$

Leerlauf-Übertragungsimpedanz vorwärts

$$\underline{Z}_{22} = \left. \frac{U_2}{I_2} \right|_{I_1=0}$$

Leerlauf-Ausgangsimpedanz

**H-Parameter**

$$\underline{H}_{11} = \left. \frac{U_1}{I_1} \right|_{U_2=0}$$

Kurzschluss-Eingangsimpedanz

$$\underline{H}_{12} = \left. \frac{U_1}{U_2} \right|_{I_1=0}$$

Leerlauf-Spannungsrückwirkung

$$\underline{H}_{21} = \left. \frac{I_2}{I_1} \right|_{U_2=0}$$

Kurzschluss-Stromübersetzung vorwärts

$$\underline{H}_{22} = \left. \frac{I_2}{U_2} \right|_{I_1=0}$$

Leerlauf-Ausgangsadmittanz

**C-Parameter**

$$\underline{C}_{11} = \left. \frac{I_1}{U_1} \right|_{I_2=0}$$

Leerlauf-Eingangsadmittanz

$$\underline{C}_{12} = \left. \frac{I_1}{I_2} \right|_{U_1=0}$$

Kurzschluss-Stromrückwirkung

$$\underline{C}_{21} = \left. \frac{U_2}{U_1} \right|_{I_2=0}$$

Leerlauf-Spannungsübersetzung

$$\underline{C}_{22} = \left. \frac{U_2}{I_2} \right|_{U_1=0}$$

Kurzschluss-Ausgangsimpedanz

**A-Parameter**

$$\underline{A}_{11} = \left. \frac{U_1}{U_2} \right|_{I_2=0}$$

reziproke Leerlauf-Spannungsübersetzung vorwärts

$$\underline{A}_{12} = \left. \frac{U_1}{-I_2} \right|_{U_2=0}$$

negative reziproke Kurzschluss-Übertragungsadmittanz vorwärts

$$\underline{A}_{21} = \left. \frac{I_1}{U_2} \right|_{I_2=0}$$

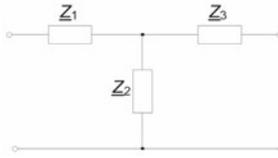
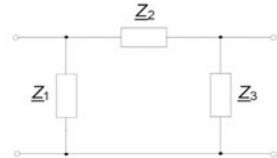
reziproke Leerlauf-Übertragungsimpedanz vorwärts

$$\underline{A}_{22} = \left. \frac{I_1}{-I_2} \right|_{U_2=0}$$

negative reziproke Kurzschluss-Stromübersetzung vorwärts

Parameter der Elementarvierpole „T-Zweitor“ und „ $\pi$ -Zweitor“

T-Zweitor

 $\pi$ -ZweitorY-Parameter

$$Y_{11} = \frac{Z_2 + Z_3}{Z_1 Z_2 + Z_1 Z_3 + Z_2 Z_3}$$

$$Y_{12} = \frac{-Z_2}{Z_1 Z_2 + Z_1 Z_3 + Z_2 Z_3}$$

$$Y_{21} = \frac{-Z_2}{Z_1 Z_2 + Z_1 Z_3 + Z_2 Z_3}$$

$$Y_{22} = \frac{Z_1 + Z_2}{Z_1 Z_2 + Z_1 Z_3 + Z_2 Z_3}$$

$$Y_{11} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2}$$

$$Y_{12} = -\frac{1}{Z_2}$$

$$Y_{21} = -\frac{1}{Z_2}$$

$$Y_{22} = \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3}$$

Z-Parameter

$$Z_{11} = Z_1 + Z_2$$

$$Z_{12} = Z_2$$

$$Z_{21} = Z_2$$

$$Z_{22} = Z_2 + Z_3$$

$$Z_{11} = \frac{Z_1(Z_2 + Z_3)}{Z_1 + Z_2 + Z_3}$$

$$Z_{12} = \frac{Z_1 Z_3}{Z_1 + Z_2 + Z_3}$$

$$Z_{21} = \frac{Z_1 Z_3}{Z_1 + Z_2 + Z_3}$$

$$Z_{22} = \frac{Z_3(Z_1 + Z_2)}{Z_1 + Z_2 + Z_3}$$

H-Parameter

$$H_{11} = \frac{Z_1 Z_2 + Z_1 Z_3 + Z_2 Z_3}{Z_2 + Z_3}$$

$$H_{12} = \frac{Z_2}{Z_2 + Z_3}$$

$$H_{21} = \frac{-Z_2}{Z_2 + Z_3}$$

$$H_{22} = \frac{1}{Z_2 + Z_3}$$

$$H_{11} = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2}$$

$$H_{12} = \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2}$$

$$H_{21} = \frac{-Z_1}{Z_1 + Z_2}$$

$$H_{22} = \frac{Z_1 + Z_2 + Z_3}{Z_3(Z_1 + Z_2)}$$

C-Parameter

$$C_{11} = \frac{1}{Z_1 + Z_3}$$

$$C_{12} = \frac{-Z_2}{Z_1 + Z_2}$$

$$C_{21} = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2}$$

$$C_{22} = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2}$$

$$C_{11} = \frac{Z_1 + Z_2 + Z_3}{Z_1(Z_2 + Z_3)}$$

$$C_{12} = \frac{-Z_3}{Z_2 + Z_3}$$

$$C_{21} = \frac{Z_2}{Z_2 + Z_3}$$

$$C_{22} = \frac{Z_2 Z_3}{Z_2 + Z_3}$$

A-Parameter

$$A_{11} = 1 + \frac{Z_1}{Z_2}$$

$$A_{12} = Z_1 + Z_3 + \frac{Z_1 Z_3}{Z_2}$$

$$A_{21} = \frac{1}{Z_2}$$

$$A_{22} = 1 + \frac{Z_3}{Z_2}$$

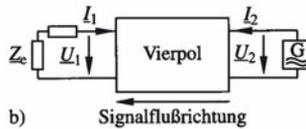
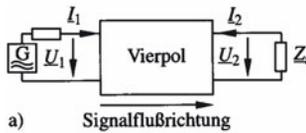
$$A_{11} = 1 + \frac{Z_2}{Z_3}$$

$$A_{12} = Z_2$$

$$A_{21} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_3} + \frac{Z_2}{Z_1 Z_3}$$

$$A_{22} = 1 + \frac{Z_2}{Z_1}$$

4.3 Betriebskenngrößen  
mit Lastadmittanz  
 $Y_a = 1/Z_a$  bzw.  
Eingangsadmittanz  
 $Y_e = 1/Z_e$



Zweiter mit Lastadmittanz  $Y_a$ ; Signalflussrichtung:  
a) Vorwärtsrichtung, b) Rückwärtsrichtung

| Betriebskenngröße im Vorwärtsbetrieb | Definition                 | Betriebskenngröße im Rückwärtsbetrieb | Definition                  |
|--------------------------------------|----------------------------|---------------------------------------|-----------------------------|
| Eingangsadmittanz                    | $Y_{in} = \frac{I_1}{U_1}$ | Ausgangsadmittanz                     | $Y_{out} = \frac{I_2}{U_2}$ |
| Eingangsimpedanz                     | $Z_{in} = \frac{U_1}{I_1}$ | Ausgangsimpedanz                      | $Z_{out} = \frac{U_2}{I_2}$ |
| Übertragungsadmittanz vorwärts       | $Y_{uf} = \frac{I_2}{U_1}$ | Übertragungsadmittanz rückwärts       | $Y_{ür} = \frac{I_1}{U_2}$  |
| Übertragungsimpedanz vorwärts        | $Z_{uf} = \frac{U_2}{I_1}$ | Übertragungsimpedanz rückwärts        | $Z_{ür} = \frac{U_1}{I_2}$  |
| Spannungsübersetzung vorwärts        | $v_{uf} = \frac{U_2}{U_1}$ | Spannungsübersetzung rückwärts        | $v_{ür} = \frac{U_1}{U_2}$  |
| Stromübersetzung vorwärts            | $v_{if} = \frac{I_2}{I_1}$ | Stromübersetzung rückwärts            | $v_{ir} = \frac{I_1}{I_2}$  |

## Nachrichtentechnik

## Zweitore, Vierpole

Betriebskenngrößen im Vorwärtsbetrieb mit Lastadmittanz  $\underline{Y}_a = 1/\underline{Z}_a$ 

|                            | <u>Y</u> -Parameter  | <u>Z</u> -Parameter  | <u>H</u> -Parameter  | <u>C</u> -Parameter  | <u>A</u> -Parameter   |
|----------------------------|--|--|--|--|---|
| $\underline{Y}_{in}$       | $\frac{\det \underline{Y} + \underline{Y}_{11} \cdot \underline{Y}_a}{\underline{Y}_{22} + \underline{Y}_a}$     | $\frac{1 + \underline{Z}_{22} \cdot \underline{Y}_a}{\underline{Z}_{11} + \underline{Y}_a \cdot \det \underline{Z}}$ | $\frac{\underline{H}_{22} + \underline{Y}_a}{\det \underline{H} + \underline{H}_{11} \cdot \underline{Y}_a}$     | $\frac{\underline{C}_{11} + \underline{Y}_a \cdot \det \underline{C}}{1 + \underline{C}_{22} \cdot \underline{Y}_a}$ | $\frac{\underline{A}_{21} + \underline{A}_{22} \cdot \underline{Y}_a}{\underline{A}_{11} + \underline{A}_{12} \cdot \underline{Y}_a}$ |
| $\underline{Z}_{in}$       | $\frac{\underline{Y}_{22} + \underline{Y}_a}{\det \underline{Y} + \underline{Y}_{11} \cdot \underline{Y}_a}$     | $\frac{\underline{Z}_{11} + \underline{Y}_a \cdot \det \underline{Z}}{1 + \underline{Z}_{22} \cdot \underline{Y}_a}$ | $\frac{\det \underline{H} + \underline{H}_{11} \cdot \underline{Y}_a}{\underline{H}_{22} + \underline{Y}_a}$     | $\frac{1 + \underline{C}_{22} \cdot \underline{Y}_a}{\underline{C}_{11} + \underline{Y}_a \cdot \det \underline{C}}$ | $\frac{\underline{A}_{11} + \underline{A}_{12} \cdot \underline{Y}_a}{\underline{A}_{21} + \underline{A}_{22} \cdot \underline{Y}_a}$ |
| $\underline{Y}_{\bar{u}f}$ | $\frac{\underline{Y}_{21} \cdot \underline{Y}_a}{\underline{Y}_{22} + \underline{Y}_a}$                          | $\frac{-\underline{Z}_{21} \cdot \underline{Y}_a}{\underline{Z}_{11} + \underline{Y}_a \cdot \det \underline{Z}}$    | $\frac{\underline{H}_{21} \cdot \underline{Y}_a}{\det \underline{H} + \underline{H}_{11} \cdot \underline{Y}_a}$ | $\frac{-\underline{C}_{21} \cdot \underline{Y}_a}{1 + \underline{C}_{22} \cdot \underline{Y}_a}$                     | $\frac{-\underline{Y}_a}{\underline{A}_{11} + \underline{A}_{12} \cdot \underline{Y}_a}$  |
| $\underline{Z}_{\bar{u}f}$ | $\frac{-\underline{Y}_{21}}{\det \underline{Y} + \underline{Y}_{11} \cdot \underline{Y}_a}$                      | $\frac{\underline{Z}_{21}}{1 + \underline{Z}_{22} \cdot \underline{Y}_a}$  | $\frac{-\underline{H}_{21}}{\underline{H}_{22} + \underline{Y}_a}$   | $\frac{\underline{C}_{21}}{\underline{C}_{11} + \underline{Y}_a \cdot \det \underline{C}}$                           | $\frac{1}{\underline{A}_{21} + \underline{A}_{22} \cdot \underline{Y}_a}$   |
| $\underline{v}_{uf}$       | $\frac{-\underline{Y}_{21}}{\underline{Y}_{22} + \underline{Y}_a}$   | $\frac{\underline{Z}_{21}}{\underline{Z}_{11} + \underline{Y}_a \cdot \det \underline{Z}}$                           | $\frac{-\underline{H}_{21}}{\det \underline{H} + \underline{H}_{11} \cdot \underline{Y}_a}$                      | $\frac{\underline{C}_{21}}{1 + \underline{C}_{22} \cdot \underline{Y}_a}$  | $\frac{1}{\underline{A}_{11} + \underline{A}_{12} \cdot \underline{Y}_a}$   |
| $\underline{v}_{if}$       | $\frac{\underline{Y}_{21} \cdot \underline{Y}_a}{\det \underline{Y} + \underline{Y}_{11} \cdot \underline{Y}_a}$ | $\frac{-\underline{Z}_{21} \cdot \underline{Y}_a}{1 + \underline{Z}_{22} \cdot \underline{Y}_a}$                     | $\frac{\underline{H}_{21} \cdot \underline{Y}_a}{\underline{H}_{22} + \underline{Y}_a}$                          | $\frac{-\underline{C}_{21} \cdot \underline{Y}_a}{\underline{C}_{11} + \underline{Y}_a \cdot \det \underline{C}}$    | $\frac{-\underline{Y}_a}{\underline{A}_{21} + \underline{A}_{22} \cdot \underline{Y}_a}$  |

Betriebskenngrößen im Rückwärtsbetrieb mit Eingangsadmittanz  $\underline{Y}_e = 1/\underline{Z}_e$ 

|                            | <u>Y</u> -Parameter  | <u>Z</u> -Parameter  | <u>H</u> -Parameter  | <u>C</u> -Parameter  | <u>A</u> -Parameter   |
|----------------------------|--|--|--|--|---|
| $\underline{Y}_{out}$      | $\frac{\det \underline{Y} + \underline{Y}_{22} \cdot \underline{Y}_e}{\underline{Y}_{11} + \underline{Y}_e}$     | $\frac{1 + \underline{Z}_{11} \cdot \underline{Y}_e}{\underline{Z}_{22} + \underline{Y}_e \cdot \det \underline{Z}}$ | $\frac{\underline{H}_{22} + \underline{Y}_e \cdot \det \underline{H}}{1 + \underline{H}_{11} \cdot \underline{Y}_e}$ | $\frac{\underline{C}_{11} + \underline{Y}_e}{\det \underline{C} + \underline{C}_{22} \cdot \underline{Y}_e}$     | $\frac{\underline{A}_{21} + \underline{A}_{11} \cdot \underline{Y}_e}{\underline{A}_{22} + \underline{A}_{12} \cdot \underline{Y}_e}$ |
| $\underline{Z}_{out}$      | $\frac{\underline{Y}_{11} + \underline{Y}_e}{\det \underline{Y} + \underline{Y}_{22} \cdot \underline{Y}_e}$     | $\frac{\underline{Z}_{22} + \underline{Y}_e \cdot \det \underline{Z}}{1 + \underline{Z}_{11} \cdot \underline{Y}_e}$ | $\frac{1 + \underline{H}_{11} \cdot \underline{Y}_e}{\underline{H}_{22} + \underline{Y}_e \cdot \det \underline{H}}$ | $\frac{\det \underline{C} + \underline{C}_{22} \cdot \underline{Y}_e}{\underline{C}_{11} + \underline{Y}_e}$     | $\frac{\underline{A}_{22} + \underline{A}_{12} \cdot \underline{Y}_e}{\underline{A}_{21} + \underline{A}_{11} \cdot \underline{Y}_e}$ |
| $\underline{Y}_{\bar{u}r}$ | $\frac{\underline{Y}_{12} \cdot \underline{Y}_e}{\underline{Y}_{11} + \underline{Y}_e}$                          | $\frac{-\underline{Z}_{12} \cdot \underline{Y}_e}{\underline{Z}_{22} + \underline{Y}_e \cdot \det \underline{Z}}$    | $\frac{-\underline{H}_{12} \cdot \underline{Y}_e}{1 + \underline{H}_{11} \cdot \underline{Y}_e}$                     | $\frac{\underline{C}_{12} \cdot \underline{Y}_e}{\det \underline{C} + \underline{C}_{22} \cdot \underline{Y}_e}$ | $\frac{-\underline{Y}_e \cdot \det \underline{A}}{\underline{A}_{22} + \underline{A}_{12} \cdot \underline{Y}_e}$                     |
| $\underline{Z}_{\bar{u}r}$ | $\frac{-\underline{Y}_{12}}{\det \underline{Y} + \underline{Y}_{22} \cdot \underline{Y}_e}$                      | $\frac{\underline{Z}_{12}}{1 + \underline{Z}_{11} \cdot \underline{Y}_e}$  | $\frac{\underline{H}_{12}}{\underline{H}_{22} + \underline{Y}_e \cdot \det \underline{H}}$                           | $\frac{-\underline{C}_{12}}{\underline{C}_{11} + \underline{Y}_e}$   | $\frac{\det \underline{A}}{\underline{A}_{21} + \underline{A}_{11} \cdot \underline{Y}_e}$  |
| $\underline{v}_{ur}$       | $\frac{-\underline{Y}_{12}}{\underline{Y}_{11} + \underline{Y}_e}$   | $\frac{\underline{Z}_{12}}{\underline{Z}_{22} + \underline{Y}_e \cdot \det \underline{Z}}$                           | $\frac{\underline{H}_{12}}{1 + \underline{H}_{11} \cdot \underline{Y}_e}$  | $\frac{-\underline{C}_{12}}{\det \underline{C} + \underline{C}_{22} \cdot \underline{Y}_e}$                      | $\frac{\det \underline{A}}{\underline{A}_{22} + \underline{A}_{12} \cdot \underline{Y}_e}$  |
| $\underline{v}_{ir}$       | $\frac{\underline{Y}_{12} \cdot \underline{Y}_e}{\det \underline{Y} + \underline{Y}_{22} \cdot \underline{Y}_e}$ | $\frac{-\underline{Z}_{12} \cdot \underline{Y}_e}{1 + \underline{Z}_{11} \cdot \underline{Y}_e}$                     | $\frac{-\underline{H}_{12} \cdot \underline{Y}_e}{\underline{H}_{22} + \underline{Y}_e \cdot \det \underline{H}}$    | $\frac{\underline{C}_{12} \cdot \underline{Y}_e}{\underline{C}_{11} + \underline{Y}_e}$                          | $\frac{-\underline{Y}_e \cdot \det \underline{A}}{\underline{A}_{21} + \underline{A}_{11} \cdot \underline{Y}_e}$                     |

Folgende Abkürzungen wurden verwendet:

$$\det \underline{Z} = \underline{Z}_{11} \cdot \underline{Z}_{22} - \underline{Z}_{12} \cdot \underline{Z}_{21}; \det \underline{Y} = \underline{Y}_{11} \cdot \underline{Y}_{22} - \underline{Y}_{12} \cdot \underline{Y}_{21}; \det \underline{C} = \underline{C}_{11} \cdot \underline{C}_{22} - \underline{C}_{12} \cdot \underline{C}_{21};$$

$$\det \underline{H} = \underline{H}_{11} \cdot \underline{H}_{22} - \underline{H}_{12} \cdot \underline{H}_{21}; \det \underline{A} = \underline{A}_{11} \cdot \underline{A}_{22} - \underline{A}_{12} \cdot \underline{A}_{21}$$

4.4 Spezielle Zweitore

4.4.1 Allgemein

Übertragungssymmetrische Zweitore

|   |   |  |  |   |  |
|---|---|--|--|---|--|
| $\underline{Y}_{12} = \underline{Y}_{21}$ | $\underline{Z}_{12} = \underline{Z}_{21}$ | $\underline{H}_{12} = -\underline{H}_{21}$ | $\underline{C}_{12} = -\underline{C}_{21}$ | $\det \underline{A} = 1$                  | Es gilt der Kirchhoffsche Umkehrsatz   |
| $\underline{Y}_{11} = \underline{Y}_{22}$ | $\underline{Z}_{11} = \underline{Z}_{22}$ | $\det \underline{H} = 1$                   | $\det \underline{C} = 1$                   | $\underline{A}_{11} = \underline{A}_{22}$ |  |
| $\underline{Y}_{11} = \underline{Y}_{22}$ | $\underline{Z}_{11} = \underline{Z}_{22}$ | $\det \underline{H} = 1$                   | $\det \underline{C} = 1$                   | $\underline{A}_{11} = \underline{A}_{22}$ | Vor- und Rückwärtsbetrieb gleichwertig |
| $\underline{Y}_{12} = \underline{Y}_{21}$ | $\underline{Z}_{12} = \underline{Z}_{21}$ | $\underline{H}_{12} = -\underline{H}_{21}$ | $\underline{C}_{12} = -\underline{C}_{21}$ | $\det \underline{A} = 1$                  |  |
| $\underline{Y}_{12} = 0$                  | $\underline{Z}_{12} = 0$                  | $\underline{H}_{12} = 0$                   | $\underline{C}_{12} = 0$                   | $\det \underline{A} = 0$                  | Einsatz von aktiven Zweitoren          |

Widerstandssymmetrische Zweitore

Längssymmetrische Zweitore

Rückwirkungsfreie Zweitore

4.4.2 Wellenparameter längssymmetrischer passiver Zweitore

Wellenwiderstand

$$\underline{Z} = \sqrt{\underline{A}_{12} / \underline{A}_{21}}$$

In Analogie zur elektrischen Leitung

Übertragungsmaß

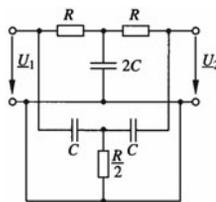
$$g = \ln (\underline{A}_{11} + \sqrt{\underline{A}_{12} \cdot \underline{A}_{21}}) \text{ in Np}$$

= a + jb ; mit  
a Dämpfungsmaß  
b Phasenmaß

Zweitore mit Wellenwiderstand abgeschlossen. Gilt für Spannung und Strom.

4.4.3 Häufig verwendete Zweitore

Doppel-T-Filter

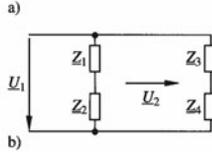
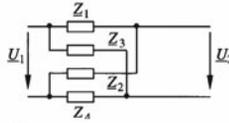


Bandsperr

$$|v_{uf}| = \left| \frac{U_2}{U_1} \right| = \frac{(1 - \omega^2 R^2 C^2)^2}{(1 - \omega^2 R^2 C^2)^2 + 16 \omega^2 R^2 C^2}$$

$v_{uf}$  ist (theoretisch) Null für  $\omega = 1/RC$ . In der Praxis: Relative Abweichung der Bauelementewerte voneinander <  $10^{-3}$ .

Kreuzschaltung



$$Z_{11} = \frac{(Z_1 + Z_3) \cdot (Z_2 + Z_4)}{N}$$

$$Z_{12} = \frac{Z_2 \cdot Z_3 - Z_1 \cdot Z_4}{N}$$

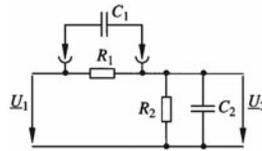
$$Z_{21} = \frac{Z_2 \cdot Z_3 - Z_1 \cdot Z_4}{N}$$

$$Z_{22} = \frac{(Z_1 + Z_2) \cdot (Z_3 + Z_4)}{N}$$

$$N = Z_1 + Z_2 + Z_3 + Z_4$$

- a) Schaltung mit Z-Parametern
- b) umgezeichnet zur *Wheatstoneschen* Brückenschaltung

Frequenzkompensierter Spannungsteiler

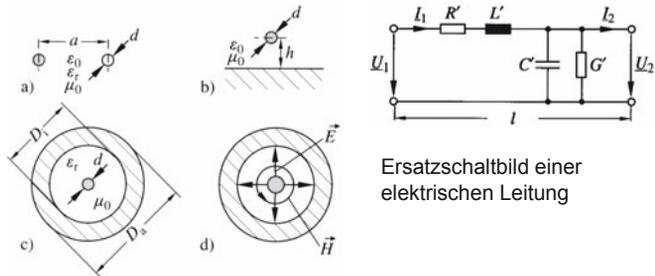


$$V_{uf} = \frac{U_2}{U_1} = \frac{1}{1 + \frac{R_1}{R_2} \cdot \frac{1 + j\omega R_2 C_2}{1 + j\omega R_1 C_1}}$$

$$V_{uf} |_{R_1 C_1 = R_2 C_2} = \frac{1}{1 + \frac{R_1}{R_2}} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \neq f(\omega)$$

5 Leitungen, Kabel

5.1 Anordnungen, Leitungsbeläge



Ersatzschaltbild einer elektrischen Leitung

Anordnungen von Zweidraht-Leitungen

- a) Zweidraht-Leitung
- b) Eindraht-Leitung, Erde als idealer Rückleiter
- c) Koaxial-Leitung
- d) Feldverläufe in der Koaxial-Leitung, (-Kabel)

Leitungs-Kenngrößen

- R (Verlust)-Widerstand, i. a. Ohmscher Leiterwiderstand
- L Induktivität (Leitung als Leiterschleife)
- C Kapazität (Leiter als „Kondensatorplatten“)
- G Leitwert (Isolationswiderstand)

Leitungsbeläge

Die auf eine Länge  $l$  (m oder km) bezogenen Leitungs-kenngrößen  $R, L, C$  und  $G$  einer Leitung. Die Werte für eine Leitung mit der Länge  $l_0$  ergeben sich durch Multiplikation mit  $l_0$ . Nachfolgende Tabellenangaben nach Küpfmüller.

$$R' = R/l; L' = L/l; C' = C/l; G' = G/l.$$

$$R_0 = R' \cdot l_0; L_0 = L' \cdot l_0;$$

$$C_0 = C' \cdot l_0; G_0 = G' \cdot l_0$$

| Widerstandsbelag $R'$  |   |  |
|--|---|--|
| Anordnung  | Niedrige Frequenzen   | hohe Frequenzen  |
| Zweidraht-Leitung  | $R' \approx 2 \cdot \frac{\rho \cdot l}{A} \cdot \frac{1}{l} = 2 \cdot \frac{\rho}{A}$ $\approx 2 \cdot \frac{l}{\gamma \cdot A} \cdot \frac{1}{l} = 2 \cdot \frac{1}{\gamma \cdot A}$  | $R' \approx 2 \cdot \frac{1}{\gamma \cdot A} \cdot \frac{d}{4} \cdot \sqrt{\pi \cdot f \cdot \gamma \cdot \mu}$ <p>für <math>\frac{d}{4} \cdot \sqrt{\pi \cdot f \cdot \gamma \cdot \mu} \gg 1</math></p>  |
| Eindraht-Leitung, Erde als idealer Rückleiter  | $R' \approx \frac{\rho}{A}$ $\approx \frac{1}{\gamma \cdot A}$  | $R' \approx \frac{1}{\gamma \cdot A} \cdot \frac{d}{4} \cdot \sqrt{\pi \cdot f \cdot \gamma \cdot \mu}$ <p>für <math>\frac{d}{4} \cdot \sqrt{\pi \cdot f \cdot \gamma \cdot \mu} \gg 1</math></p>          |
| Koaxial-Leitung, (-Kabel)  | $R' \approx \frac{1}{\gamma \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4}} + \frac{1}{\gamma \cdot \pi \cdot \frac{D_a^2 - D_i^2}{4}}$  | $R' \approx \frac{\sqrt{\pi \cdot f \cdot \gamma \cdot \mu}}{2 \cdot \pi \cdot \gamma \cdot \frac{d}{2}} + \frac{\sqrt{\pi \cdot f \cdot \gamma \cdot \mu}}{2 \cdot \pi \cdot \gamma \cdot \frac{D_a}{2}}$ |
| Induktivitätsbelag $L'$  |   |  |
| Zweidraht-Leitung  | $L' \approx \frac{\mu_0}{\pi} \cdot \ln \frac{2 \cdot a}{d}$  | $L' \approx 2,3 \cdot \frac{\mu_0}{\pi} \cdot \ln \frac{2 \cdot a}{d}$   |
| Eindraht-Leitung, Erde als idealer Rückleiter  | $L' \approx \frac{\mu_0}{2 \cdot \pi} \cdot \ln \frac{4 \cdot h}{d}$  | $L' \approx 1,15 \cdot \frac{\mu_0}{\pi} \cdot \ln \frac{4 \cdot h}{d}$  |
| Koaxial-Leitung, (-Kabel)  | $L' \approx \frac{\mu_0}{2 \cdot \pi} \cdot \ln \frac{D_i}{d}$  | $L' \approx \frac{\mu_0}{4 \cdot \pi} \cdot \ln \frac{D_i}{d}$   |
| Kapazitätsbelag $C'$   |   |  |
| Zweidraht-Leitung  | $C' \approx \frac{\pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r}{\ln \frac{2 \cdot a}{d}}$  | $C' \approx \frac{\pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r}{\ln \frac{2 \cdot a}{d}}$   |
| Eindraht-Leitung, Erde als idealer Rückleiter  | $C' \approx \frac{2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0}{\ln \frac{4 \cdot h}{d}}$   | $C' \approx \frac{2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0}{\ln \frac{4 \cdot h}{d}}$  |
| Koaxial-Leitung, (-Kabel)  | $C' \approx \frac{2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r}{\ln \frac{D_i}{d}}$  | $C' \approx \frac{2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r}{\ln \frac{D_i}{d}}$   |
| Leitwertbelag $G'$   |   |  |
| Zweidraht-Leitung  | $G' \approx \frac{\pi \cdot \gamma}{\ln \frac{2 \cdot a}{d}}$   | $G' \approx \frac{\pi \cdot \gamma}{\ln \frac{2 \cdot a}{d}}$  |
| Eindraht-Leitung, Erde als idealer Rückleiter  | $G' \approx \frac{2 \cdot \pi \cdot \gamma}{\ln \frac{4 \cdot h}{d}}$   | $G' \approx \frac{2 \cdot \pi \cdot \gamma}{\ln \frac{4 \cdot h}{d}}$  |
| Koaxial-Leitung, (-Kabel)  | $G' \approx \frac{2 \cdot \pi \cdot \gamma}{\ln \frac{D_i}{d}}$   | $G' \approx \frac{2 \cdot \pi \cdot \gamma}{\ln \frac{D_i}{d}}$  |
| Bedeutung der Formelzeichen  |   |  |
| $\rho$ spezifischer elektrischer Widerstand in $\Omega \cdot m$<br>$A$ Fläche des Leiters in $m^2$<br>$\epsilon_0$ elektrische Feldkonstante $\approx 8,86 \cdot 10^{-12} \frac{A \cdot s}{V \cdot m}$<br>$\epsilon_r$ Permittivitätszahl (Dielektrizitätszahl)<br>$\epsilon$ Permittivität (Dielektrizitätskonstante), $\epsilon = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r$<br>$d, a, h, D_i, D_a$ siehe Bild | $\gamma$ elektrische Leitfähigkeit in $1/(\Omega \cdot m)$ ; $\gamma = 1/\rho$<br>$f$ Frequenz in Hz<br>$\mu_0$ magnetische Feldkonstante $\approx 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \frac{V \cdot s}{A \cdot m}$<br>$\mu_r$ Permeabilitätszahl, materialabhängig<br>$\mu$ Permeabilität, $\mu = \mu_0 \cdot \mu_r$ |  |

# Nachrichtentechnik

## Leitungen, Kabel

### 5.2 Leitungsgleichungen, Lösungen

#### Leitungsgleichungen

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = R' \cdot G' \cdot u + (R' \cdot C' + L' \cdot G') \frac{\partial u}{\partial t} + L' \cdot C' \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

$$\frac{\partial^2 i}{\partial x^2} = R' \cdot G' \cdot i + (R' \cdot C' + L' \cdot G') \frac{\partial i}{\partial t} + L' \cdot C' \frac{\partial^2 i}{\partial t^2}$$

Partielle Differentialgleichung, Abhängigkeit vom Weg und der Zeit

#### Allgemeine Lösung für sinusförmige Spannungen und Ströme

$$u(x,t) = u_1 \cdot e^{-\alpha x} \cdot \cos(\omega t - \beta x) + u_2 \cdot e^{\alpha x} \cdot \cos(\omega t + \beta x)$$

$$i(x,t) = i_1 \cdot e^{-\alpha x} \cdot \cos(\omega t - \beta x) + i_2 \cdot e^{\alpha x} \cdot \cos(\omega t + \beta x)$$

Zeigerdarstellung (i. a. Amplitude längs der Leitung interessant):

$$\underline{U}(x) = \underline{U}_1 \cdot e^{-\gamma x} + \underline{U}_2 \cdot e^{\gamma x}$$

$$\underline{I}(x) = \frac{1}{Z} (\underline{U}_1 \cdot e^{-\gamma x} + \underline{U}_2 \cdot e^{\gamma x})$$

$u_1, u_2, i_1, i_2$ : Integrationskonstanten  
 $\alpha, \beta, \gamma, Z$ : siehe 5.3 unten

$\underline{U}_1, \underline{U}_2, I_1, I_2$ : Integrationskonstanten

#### Lösung für sinusförmige Spannungen und Ströme, wenn $\underline{U}_a, I_a$ am Leitungsanfang ( $x = 0$ ) vorgegeben sind

$$\underline{U}(x) = \frac{\underline{U}_a + Z \cdot I_a}{2} \cdot e^{-\gamma x} + \frac{\underline{U}_a - Z \cdot I_a}{2} \cdot e^{\gamma x}$$

$$\underline{I}(x) = \frac{\underline{U}_a + I_a}{2} \cdot e^{-\gamma x} - \frac{\underline{U}_a - I_a}{2} \cdot e^{\gamma x}$$

Überlagerung aus hin- (1. Summand, vom Leitungsanfang zum Ende) und zurücklaufender Welle (2. Summand, vom Leitungsende zum Anfang)

#### Lösung für sinusförmige Spannungen und Ströme, wenn $\underline{U}_e, I_e$ am Leitungsende ( $x = l$ ) vorgegeben sind

$$\underline{U}(x) = \frac{\underline{U}_e + Z \cdot I_e}{2} \cdot e^{\gamma(l-x)} + \frac{\underline{U}_e - Z \cdot I_e}{2} \cdot e^{-\gamma(l-x)}$$

$$\underline{I}(x) = \frac{\underline{U}_e + I_e}{2} \cdot e^{\gamma(l-x)} - \frac{\underline{U}_e - I_e}{2} \cdot e^{-\gamma(l-x)}$$

Überlagerung aus hin- (1. Summand, vom Leitungsanfang zum Ende) und zurücklaufender Welle (2. Summand, vom Leitungsende zum Anfang)

### 5.3 Leitungskenngrößen

#### Wellenwiderstand $Z$

$R', L', C', G'$ : Leitungsbeläge nach 5.1.  
Koaxialkabel:  $Z \approx (50 \dots 75) \Omega$ ; Telefon-Zweidrahtleitung:  $Z \approx 600 \Omega$ ; 20-kV-Erdkabel:  $Z \approx 35 \Omega$ ; alle nahezu reell.

$$Z = \sqrt{\frac{R' + j\omega L'}{G' + j\omega C'}}$$

#### Ausbreitungskoeffizient $\gamma$

$$\underline{\gamma} = \sqrt{(R' + j\omega L') \cdot (G' + j\omega C')} = \alpha + j\beta$$

$\alpha$  Realteil,  $\beta$  Imaginärteil des Ausbreitungskoeffizienten

$\alpha$  Dämpfungskoeffizient

$\beta$  Phasen-  
koeffizient

Phasengeschwindigkeit  $v$

$\beta$  Phasenkoeffizient,  
 $f$  Signalfrequenz

$$v = \frac{\omega}{\beta} = \frac{2 \cdot \pi \cdot f}{\beta}$$

Gruppengeschwindigkeit  $v_{gr}$

$\beta$  Phasenkoeffizient  
 $f$  Signalfrequenz

$$v_{gr} = \frac{d\omega}{d\beta}$$

5.4 Leitungen mit beliebiger Lastimpedanz am Leitungsende

Reflexionsfaktor  $\underline{r}$

$\underline{Z}_e$  Lastimpedanz am Ende der Leitung  
 $\underline{Z}$  Wellenwiderstand der Leitung  
 $\underline{U}_h$  auf das Leitungsende zulaufende Welle  
 $\underline{U}_r$  in Richtung Leitungsanfang reflektierte Welle

$$\underline{r} = \frac{\underline{U}_r}{\underline{U}_h} \Big|_{x=l} = \frac{\underline{Z}_e - \underline{Z}}{\underline{Z}_e + \underline{Z}}$$

Alternative Darstellung:

$\underline{r} = 0$  : Die Lastimpedanz am Ende der Leitung ist gleich dem Wellenwiderstand der Leitung,  $\underline{Z}_e = \underline{Z}$ . In der Lastimpedanz wird die maximal mögliche Leistung umgesetzt.

$$\underline{r} = \frac{\frac{\underline{Z}_e}{\underline{Z}} - 1}{\frac{\underline{Z}_e}{\underline{Z}} + 1} = \frac{\underline{z} - 1}{\underline{z} + 1}$$

$\underline{r} = 1$  : Leerlauf am Ende der Leitung,  $\underline{Z}_e \rightarrow \infty$

$\underline{r} = -1$  : Kurzschluss am Ende der Leitung,  
 $\underline{Z}_e = 0$

Spannungs-, Strom-Übertragungsfaktor

$\underline{u}_u$  Spannungsübertragungsfaktor  
 $\underline{u}_i$  Stromübertragungsfaktor  
 $\underline{U}_{h1}, I_{h1}$  vom Generator auf das Leitungsende zulaufende Welle  
 $\underline{U}_{h2}, I_{h2}$  an der Impedanz  $\underline{Z}_e$  wirksame Welle  
 $\underline{U}_{r1}, I_{r1}$  in Richtung Leitungsanfang reflektierte Welle

Am Leitungsende gilt:

$$\underline{U}_{h1} + \underline{U}_{r1} = \underline{U}_{h2}$$

$$I_{h1} - I_{r1} = I_{h2}$$

$$\underline{u}_u = \frac{\underline{U}_{h2}}{\underline{U}_{h1}} = \frac{2\underline{Z}_e}{\underline{Z}_e + \underline{Z}}$$

$$\underline{u}_i = \frac{I_{h2}}{I_{h1}} = \frac{2\underline{Z}}{\underline{Z}_e + \underline{Z}}$$

Eingangsimpedanz  $\underline{Z}_a$

$\underline{Z}_a = \underline{Z} \cdot \frac{\underline{Z}_e + \underline{Z} \cdot \tanh \gamma l}{\underline{Z} + \underline{Z}_e \cdot \tanh \gamma l}$   
 $\underline{Z}_a$  am Leitungsanfang vorhandene Impedanz einer Leitung, die mit der Lastimpedanz  $\underline{Z}_e$  abgeschlossen ist

$\underline{Z}_a \approx \underline{Z}$  für  
 $\gamma \cdot l > 3$

5.5 Sonderfälle

„Unendlich lange“ Leitung

$$\underline{U}(x) \approx \underline{U}_a \cdot e^{-\gamma x}; \quad \underline{I}(x) \approx \underline{I}_a \cdot e^{-\gamma x}; \quad \underline{I}_a = \frac{\underline{U}_a}{\underline{Z}}$$

Die rücklaufende Welle entfällt.

Anpassung:  $\underline{Z}_e = \underline{Z}$

$$\underline{U}(x) = \underline{U}_a \cdot e^{-\gamma x}; \quad \underline{I}(x) = \underline{I}_a \cdot e^{-\gamma x}; \quad \underline{I}_a = \frac{\underline{U}_a}{\underline{Z}}$$

Die rücklaufende Welle entfällt, unabhängig von der Leitungslänge.

# Nachrichtentechnik

## Leitungen, Kabel

### Verzerrungsfreie Leitung

Dämpfungskoeffizient  $\alpha$  und Phasengeschwindigkeit  $v$  sind unabhängig von der Frequenz.

Bedingung:

$$\alpha = R' \cdot \sqrt{\frac{C'}{L'}}; \underline{Z} = \sqrt{\frac{L'}{C'}}; \beta = \omega \cdot \sqrt{L'C'}$$

$$\frac{R'}{L'} = \frac{G'}{C'}$$

### Verlustlose Leitung

$$Z_{vL} = \sqrt{\frac{L'}{C'}}; \beta_{vL} = \omega \sqrt{L'C'}$$

Bedingung: Exakt

$$R' = 0; G' = 0;$$

Näherung:

$$R' \approx 0; G' \approx 0$$

$$v_{vL} = \frac{\omega}{\beta} = \frac{\omega}{\omega \sqrt{L'C'}} = \frac{1}{\sqrt{L'C'}}$$

### Elektrisch kurze Leitung

Reflexionen bei Fehlanpassung am Leitungsende ( $Z_e \neq \underline{Z}$ ) und am Leitungsanfang treten nicht störend in Erscheinung.

Bedingung:

$$\frac{l}{\lambda} = \frac{l}{v/f} < 0,1$$

### Leitung als Transformator

$$l = \frac{\lambda}{4} \text{ d. h. } \beta \cdot l = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \underline{Z}_a = \frac{Z_e^2}{Z_0}; \frac{\lambda}{4} -$$

Voraussetzung:

Verlustlose Leitung

Transformator

$$l = \frac{\lambda}{2} \text{ d. h. } \beta \cdot l = \pi \Rightarrow \underline{Z}_a = Z_e; \frac{\lambda}{2} -$$

Transformator

### 5.6 Daten von Leitungen

| Leitungstyp                                  | R' in $\Omega/\text{km}$ | L' in mH/km | G' in $\mu\text{S}/\text{km}$ | C' in nF/km |
|--|--------------------------|-------------|-------------------------------|-------------|
| Freileitungen (Energieversorgung, f = 50 Hz) | 0,2                      | 1,5         | 0,5                           | 5           |
| Fernsprechleitung (f = 1 kHz)                | 5                        | 2,2         | 0,8                           | 6           |
| Fernsprechkabel (f = 1 kHz)                  | 60                       | 0,6         | 1,0                           | 50          |

| Bedingung                                | $\alpha$   | $\beta$                         | $\underline{Z}$                | Beispiel   |
|--|--|---------------------------------|--------------------------------|--|
| $R' = G' = 0$                            | 0  | $\omega \sqrt{L'C'}$            | $\sqrt{\frac{L'}{C'}}$         | Verlustlose Leitung                                    |
| $G' \ll \omega C'$<br>$R' \ll \omega L'$ | $\frac{R'}{2} \sqrt{\frac{C'}{L'}} + \frac{G'}{2} \sqrt{\frac{L'}{C'}}$<br>mit $G' \approx 0$ folgt<br>$\frac{R'}{2} \sqrt{\frac{C'}{L'}}$ | $\omega \sqrt{L'C'}$            | $\sqrt{\frac{L'}{C'}}$         | Freileitung allgemein                                  |
| $\frac{R'}{L'} = \frac{G'}{C'}$          | $R' \sqrt{\frac{C'}{L'}}$  | $\omega \sqrt{L'C'}$            | $\sqrt{\frac{L'}{C'}}$         | Verzerrungsfreie Leitung                               |
| $\omega L' \ll R'$<br>$G' \approx 0$     | $\sqrt{\frac{\omega C' R'}{2}}$  | $\sqrt{\frac{\omega C' R'}{2}}$ | $\sqrt{\frac{R'}{j\omega C'}}$ | Leitung mit geringem Querschnitt bei tiefen Frequenzen |

5.7 Hochfrequenz-  
leitungen

5.7.1 Hochfrequenz-  
Koaxialkabel

Wellenwiderstand  $Z$

Wellenwiderstand  $Z$  bei geringen Verlusten  $\alpha_r$  mit  $d$  Durchmesser Innenleiter,  $D$  Durchmesser Außenleiter und Permittivitätszahl  $\epsilon_r$ :

$$\alpha_r = \frac{R_F \cdot \sqrt{\epsilon_r}}{2 \cdot \pi \cdot 60 \cdot D} \cdot \frac{1 + \frac{D}{d}}{\ln \frac{D}{d}}; \quad Z = \frac{60}{\sqrt{\epsilon_r}} \cdot \ln \frac{D}{d}$$

Flächenwiderstand  $R_F$   
Eindringtiefe  $\delta$   
Skinneffekt

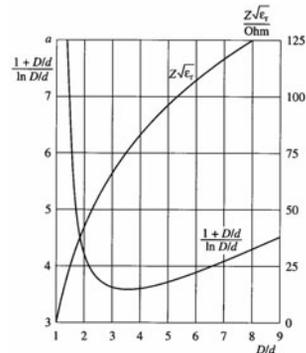
Geringe Dämpfungen werden durch den Flächenwiderstand  $R_F = \rho/\delta$ , d. h. spezifischer Widerstand  $\rho$  durch Eindringtiefe  $\delta$ , beschrieben. Für Kupfer (Cu) gilt die vom Skinneffekt bewirkte Eindringtiefe  $\delta_{Cu}$ ; für Silber (Ag) gilt  $\delta_{Ag}$ :

$$\frac{\delta_{Cu}}{\mu m} = \frac{66}{\sqrt{f}}; \quad \frac{\delta_{Ag}}{\mu m} = \frac{64}{\sqrt{f}}$$

Abhängigkeit des mit  $\sqrt{\epsilon_r}$  normierten Wellenwiderstandes und der Hilfsfunktion  $(1 + D/d)/(\ln(D/d))$  vom Durchmesser Verhältnis  $D/d$  siehe Bild.

Kabeldämpfung  $\alpha_r$

Wie das Diagramm zeigt, wird die Kabeldämpfung für  $D/d = 3,6$  minimal, für  $D/d = 2,7$  wird die höchste Spannungsfestigkeit erreicht.



Wellenwiderstand und Hilfsfunktion  $\frac{1 + D/d}{\ln D/d}$  als Funktion von  $D/d$

Aus diesen Zahlenwerten sind Gründe für die Standardwerte 50, 60, und 75  $\Omega$  ersichtlich, siehe Tabelle.

| Typ | Wellenwiderstand $Z/\Omega$ | Nenngröße | Isolation | $C'$ pF/m | $P_{\text{mittel}}$ 1 GHz in kW | Dämpfung dB/100 m 100 MHz | Dämpfung dB/100 m 1 GHz |
|-----|-----------------------------|-----------|-----------|-----------|---------------------------------|---------------------------|-------------------------|
| HCF | 50 $\pm$ 2                  | 1/4"      | PE-       | 82        | 0,26                            | 5,8                       | 19,5                    |
| HCF | 50 $\pm$ 1,5                | 1/2"      | Sch       | 82        | 0,78                            | 2,59                      | 11,2                    |
| CF  | 75 $\pm$ 3                  | 1/4"      | a         | 54        | 0,33                            | 4,2                       | 14,2                    |
| LCF | 50 $\pm$ 1                  | 1/2"      | u         | 76        | 1,18                            | 2,16                      | 7,2                     |
| LCF | 50 $\pm$ 1                  | 1 1/4"    | m         | 78        | 3,6                             | 0,85                      | 3,1                     |

Daten einiger ausgewählter CELLFLEX-Kabel von RFS kabelmetal. Typ-Code: CF=CELLFLEX-Kabel, LCF=Low Loss CELLFLEX-Kabel, HCF=hochflexibles CELLFLEX-Kabel, PE=Polyäthylen,  $C'$  = Kapazitätsbelag,  $P_{\text{mittel}}$  = zulässige mittlere Leistung (die maximalen Spitzenleistungen liegen wesentlich höher).

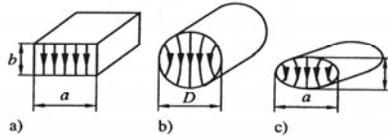
# Nachrichtentechnik

## Leitungen, Kabel

### 5.7.2 Hohlleiter

#### Querschnittsformen

Für Frequenzen oberhalb etwa 3 GHz werden bevorzugt Hohlleiter eingesetzt, deren wesentliche *Querschnittsformen* und Verlauf des elektrischen Feldes das Bild zeigt.



a) rechteckig, b) rund, c) elliptisch

#### Hohlleiterbezeichnungen

Hohlleiter werden nach ihren Komponenten in Ausbreitungsrichtung bezeichnet:

#### Hohlleiterindizes

Nach DIN 47301 werden die Wellen zusätzlich durch zwei *Indizes* gekennzeichnet, die der **Zahl der Maxima** der elektrischen Feldstärke  $\vec{E}$  entsprechen:

Rechteckhohlleiter:

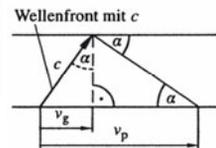
1. Index Anzahl Maxima längs der Breitseite
2. Index Anzahl Maxima längs der Schmalseite

Rund- und elliptischer Hohlleiter:

1. Index halbe Anzahl Maxima längs des Umfangs
2. Index Anzahl Maxima in radialer Richtung (Maximum in der Achse zählt mit).

| Komponente in Ausbreitungsrichtung | Bezeichnung deutsch | Bezeichnung englisch bzw. amerikanisch   |
|------------------------------------|---------------------|--|
| Elektrisches Feld                  | E-Welle             | TM-Welle<br>Transversalmagnetische Welle |
| Magnetisches Feld                  | H-Welle             | TE-Welle<br>Transversalelektrische Welle |

Stellt man sich die mit Lichtgeschwindigkeit  $c$  im Hohlleiter ausbreitende und von den gut leitenden Wänden reflektierte Welle vor, so ergeben sich in Ausbreitungsrichtung die *Gruppengeschwindigkeit*  $v_g$  und *Phasengeschwindigkeit*  $v_p$ . Wie der *Ausbreitungskoeffizient*  $\gamma$  zeigt, wird die Hohlleiterwelle  $\lambda$  erst oberhalb einer *kritischen Wellenlänge*  $\lambda_{kr}$  technisch nutzbar. Der (Feld-)Wellenwiderstand  $Z_F$  ist frequenzabhängig, mit  $Z_0$  dem Wellenwiderstand des freien Raumes, der Grenzfrequenz  $f_{kr}$  und der Hohlleiterfrequenz  $f$ .



$$v_g = c \cdot \sin \alpha$$

$$v_p = \frac{c}{\sin \alpha}$$

$$\gamma = \alpha + j\beta$$

$$= 2\pi \sqrt{\frac{1}{\lambda_{kr}^2} - \frac{1}{\lambda^2}}$$

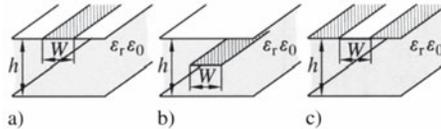
$$Z_F = \frac{Z_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_{kr}}{f}\right)^2}}$$

#### Gruppengeschwindigkeit Phasengeschwindigkeit

5.7.3 Streifenleitungen

Streifenleitung

Gedruckte Schaltungen haben bei hohen Frequenzen zum Leitungstyp der *Streifenleitung* geführt. Darunter ist ein flacher leitender Streifen zu verstehen, der durch ein Dielektrikum von einer großflächigen Gegenelektrode getrennt ist.



Streifenleitungen

a) Microstrip-Leitung, b) Triplate-Leitung, c) Schlitzleitung

$W$  = Streifenbreite,  $h$  = Dicke des Dielektrikums

Mikrostreifenleitung

*Mikrostreifenleitung* im engeren Sinne ist dabei die Ausführung a) im Bild. Die Feldkomponenten  $\vec{E}$  und  $\vec{H}$  verlaufen, ähnlich wie bei TEM-Wellen, weitgehend senkrecht zur Ausbreitungsrichtung, so dass man von *Quasi-TEM-Wellen* spricht. Wichtig bei der Untersuchung derartiger Systeme ist neben der relativen Permittivität  $\epsilon_r$  und der daraus folgenden effektiven Permittivität  $\epsilon_{\text{eff}}$  des Substrates das Verhältnis  $w/h$ , d. h. Streifenbreite zu Substratdicke. Allgemein gilt, dass niederohmige Leitungen breit und hochohmige Leitungen schmal (dünn) ausfallen.

Quasi-TEM-Welle

Nach *Hammerstad* gilt für Streifenleitungen:

$$\frac{Z}{\Omega} = \frac{60 \cdot \ln\left(\frac{8h}{w} + \frac{w}{4h}\right)}{\sqrt{\epsilon_{\text{eff}}}} \quad \text{für } \frac{w}{h} < 1; \quad \epsilon_{\text{eff}} = 0,5 \cdot (\epsilon_r + 1) + 0,5 \cdot (\epsilon_r - 1) \cdot F$$

$$\frac{Z}{\Omega} = \frac{120 \cdot \pi}{\sqrt{\epsilon_{\text{eff}} \left( \frac{w}{h} + 1,393 + 0,667 \cdot \ln\left(\frac{w}{h} + 1,44\right) \right)}} \quad \text{für } \frac{w}{h} > 1;$$

$$F = \frac{1}{\sqrt{1 + 12 \frac{h}{w}}} + 0,04 \cdot \left(1 - \frac{w}{h}\right)^2 \quad \text{für } \frac{w}{h} < 1; \quad F = \frac{1}{\sqrt{1 + 12 \frac{h}{w}}} \quad \text{für } \frac{w}{h} > 1$$

Mit dem reellen *Wellenwiderstand*  $Z$  gelten für kurzgeschlossene Leitungen ( $Z_k$ ) bzw. leerlaufende Leitungen ( $Z_l$ ):  $Z_k = j \cdot Z \cdot \tan \beta l$  und  $Z_l = -j \cdot Z \cdot \cot \beta l$ . Für Werte von  $l/\lambda \leq 0,25$  bedeutet dieses induktives Verhalten von kurzgeschlossenen Leitungen und kapazitives Verhalten bei Leerlauf.

Für niederohmige Leitungsabschnitte gilt näherungsweise:

$$\omega C \approx 1/Z \cdot \sin \beta l,$$

und für hochohmige Leitungsabschnitte näherungsweise:

$$\omega L \approx Z \cdot \sin \beta l,$$

mit  $\beta = 2\pi/\lambda$  und  $l$  = Leitungslänge.

Streifenleitungsfilter

Diese Näherungen sind für den Entwurf von *Streifenleitungsfiltern* wichtig.

5.8 s-Parameter

Scatter-Parameter

Normierte Leistungswellen

Wie die Leitungsgleichungen zeigen, sind allgemein auf Leitungen hin- und rücklaufende Wellen wirksam. Dies macht sich besonders bei hohen Frequenzen bemerkbar, was durch eine veränderte Betrachtungsweise mit Hilfe der *Scatter-Parameter*, auch *Streuparameter* oder kurz *s-Parameter* berücksichtigt werden kann.

Es werden nicht mehr Ströme und Spannungen, sondern *normierte Leistungswellen*  $A = U/\sqrt{R}$  bzw.  $I \cdot \sqrt{R}$  zur Bewertung benutzt. Eine hinlaufende Welle wird dann  $a = A \cdot e^{-\gamma x}$  und mit der normierte Leistungswelle  $B$  wird die rücklaufende Welle zu  $b = B \cdot e^{\gamma x}$ . Am Eingang eines Vierpols tritt eine Welle  $b_1$  auf, die aus reflektierten Anteilen von  $a_1$  und  $a_2$  besteht, und entsprechend am Ausgang  $b_2$ . Den Zusammenhang zwischen diesen Größen liefern die s-Parameter. Die s-Parameter können mittels Richtkoppler flussrichtungsabhängig als Spannungsverhältnisse gemessen werden. Als Reflexionsfaktoren sind die s-Parameter dimensionslos und werden im allgemeinen als komplexe Größen dargestellt. Gelegentlich findet man auch eine Darstellung nach Real- und Imaginärteil. Echte Reflexionsfaktoren sind aber nur die Parameter  $s_{11}$  und  $s_{22}$ , die im Allgemeinen im *Smith-* oder *Kreisdiagramm* dargestellt werden

$$b_1 = s_{11} \cdot a_1 + s_{12} \cdot a_2$$

$$b_2 = s_{21} \cdot a_1 + s_{22} \cdot a_2$$

$s_{11}$  = Eingangsreflexionsfaktor

$s_{12}$  = Rückübertragungsfaktor

$s_{21}$  = Vorwärtsübertragungsfaktor

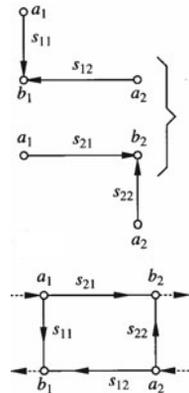
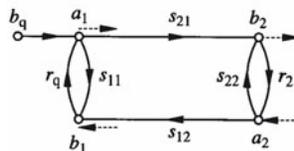
$s_{22}$  = Ausgangsreflexionsfaktor

5.8.1 Signalfussdiagramm

Die Anwendung der s-Parameter führt zu einer veränderten Betrachtung von Schaltungen in Form von Signalfussdiagrammen.

Die Größen  $a$  sind dem Knoten zufließende und  $b$  entsprechende abfließende Leistungswellen. Die s-Parameter bilden die Verkopplung.

Das Signalfussdiagramm des *belasteten Generators* weist jetzt die Generatorleistung abfließende normierte Leistungswelle  $b_q$  aus, die dann mit  $b$  dem Verbraucher als zufließend, d. h. als  $a$  zur Verfügung steht.



Signalfussdiagramm eines Vierpols.

$a$  = zufließende Wellen

$b$  = abfließende Wellen

$s_{xx}$  = s-Parameter

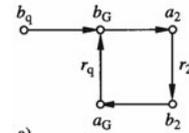
Signalflussdiagramm des beschalteten Vierpols.  
 $b_q$  = normierte Leistungswelle der Quelle,  
 $r_q$  = Reflexionsfaktor der Quelle,  $r_2$  = Reflexionsfaktor Last,  $a$ : hinlaufende Wellen,  
 $b$ : ablaufende Wellen,  $s_{xx}$ : s-Parameter.

Im optimalen Falle soll die von der Last aufgenommene Leistungswelle  $a$  ( $a_2$  im Bild oben) gleich der vom Generator (Quelle) abgegebenen Leistungswelle  $b$  sein. Daraus folgt für die in der Praxis ausschließlich wichtige Wirkleistung  $P_w$ . Die maximal mögliche entnehmbare Wirkleistung  $P_{wmax}$  bei einem Generator mit komplexem Innenwiderstand erfordert eine Anpassung mit konjugiert komplexem Abschlusswiderstand.

Überträgt man diese Überlegungen auf den beschalteten Vierpol (Bild oben), so interessiert die an  $r_2$ , d. h. an der Last, abgegebene Wirkleistung  $P_{w2}$

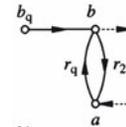
$$P_w = |b_q|^2 \frac{1 - |r_2|^2}{|1 - r_2 \cdot r_q|^2} ; P_{wmax} = |b_q|^2 \frac{1}{1 - |r_q|^2} ;$$

$$P_{w2} = b_2 \cdot b_2^* - a_2 \cdot a_2^* = |b_2|^2 \cdot (1 - |r_2|^2)$$



a)

oder



b)

Signalflussdiagramm des belasteten Generators.

$b_a$  = normierte Leistungswelle der Quelle  
 $r_a$  = Reflexionsfaktor der Quelle  
 $r_2$  = Reflexionsfaktor der Last

5.8.2 Leistungs-  
verstärkung

Leistungsverstärkung G

Wirkleistungsverstärkung  
am Eingangstor  $G_1$

Wirkleistungsverstärkung  
 $G_0$

Wirkleistungsverstärkung  
am Ausgangstor  $G_2$

Maximum Available Gain  
MAG

Für die praktische Anwendung ist es zweckmäßig, die obigen Betrachtungen auf Transistoren und ihre s-Parameter umzusetzen. Dabei ist es sinnvoll, die Betrachtung zu relativieren, d. h. die *Leistungsverstärkung*  $G = P_{w2}/P_{wmax}$  zu bilden, um die Daten des aktiven Systems, also des Transistors, bewerten zu können. Unter Vernachlässigung des gegen Null gehenden Rückübertragungsreflexionsfaktors  $s_{12}$  und geeigneter Umformung ergibt sich G. Die einzelnen Komponenten haben folgende Bedeutung:  $G_1 =$  *Wirkleistungsverstärkung am Eingangstor*, maximal für  $r_q = s_{11}^*$ . Die *Wirkleistungsverstärkung* des Vierpols im engeren Sinne ist  $G_0$ . *Am Ausgangstor* wird die Wirkleistungsverstärkung  $G_2$  auch maximal für konjugiert komplexe Anpassung  $r_2 = s_{22}^*$ , somit  $G_{2max}$ .

Die maximale Leistungsverstärkung des im Eingang und Ausgang konjugiert komplex angepassten Vierpols ist dann  $G_{max} =$  *MAG* = *Maximum Available Gain*

$$MAG = G_{1max} \cdot G_0 \cdot G_{2max} = \frac{|s_{21}|^2}{(1 - |s_{11}|^2) \cdot (1 - |s_{22}|^2)}$$

$$G = G_1 \cdot G_0 \cdot G_2 = \frac{1 - |r_q|^2}{|1 - s_{11} \cdot r_q|^2} |s_{21}|^2 \frac{1 - |r_2|^2}{|1 - s_{22} \cdot r_2|^2}$$

$$G_{1max} = \frac{1}{1 - |s_{11}|^2}$$

$$G_0 = |s_{21}|^2$$

$$G_{2max} = \frac{1}{1 - |s_{22}|^2}$$

## 5.9 Kreisdiagramm

## 5.9.1 Grundlagen

## Buscheck-Diagramm

Kreisdiagramm  
Smith-DiagrammTransformations-  
gleichung

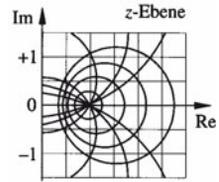
## Doppeldiagramm

Komplexe Widerstände werden i. a. in der komplexen Ebene dargestellt (Bild rechts oben). Werden darin Kreise für konstante Anpassungsfaktoren  $m = U_{\min}/U_{\max}$  und Kurven für konstante  $|\Gamma|$ -Werte aufgetragen, entsteht das *Buschbeck-Diagramm*, das, wegen der unendlich großen komplexen Ebene, gleichfalls unendlich groß ist. Da der komplexe Reflexionsfaktor  $\Gamma$  für passive Systeme nur Beträge zwischen Null und Eins annehmen kann, gehört dazu lediglich eine Kreisebene mit dem Radius 1. Es entsteht das *Kreis-* oder *Smithdiagramm* (Bild rechts unten). Berücksichtigt man auch negative Reflexionsfaktoren, die dann außerhalb des Radius 1 liegen, bleibt die unendliche Ausdehnung der komplexen Ebene erhalten. Die Umrechnung zum Kreisdiagramm erfolgt über die *Transformationsgleichung* für  $\Gamma$  mit  $Z$  auf den Wellenwiderstand  $Z$  normierten komplexen Widerstand. Der komplexe Reflexionsfaktor bildet in diesem Diagramm konzentrische Kreise um den Nullpunkt mit einer, außen aufgetragenen, zirkularen Gradskala. Eingetragen im Diagramm sind aber Kreise für konstante Wirkanteile und Kurven für konstante Blindanteile. Kreise für Reflexionsfaktoren können jederzeit leicht mit einem Zirkel nachgetragen werden.

Für die Praxis ist neben dem Kreisdiagramm für Widerstände die Inversion dazu, das Kreisdiagramm für Leitwerte, wichtig. Es kann jederzeit durch  $180^\circ$ -Drehung des Widerstandsdiagrammes gewonnen werden.

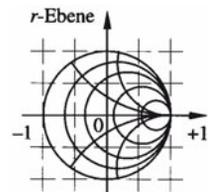
Im Bild unten ist eingetragen, wie sich in Serienschaltungen Wirk- und Blindwiderstände entlang der verschiedenen Kurven verändern, entsprechend sind im Teil b die Bedeutungen der Kurven bei Parallelschaltungen für Wirk- und Blindleitwerte aufgeführt.

Für Schaltungsentwürfe im Kreisdiagramm muss oft zwischen Widerstands- und Leitwertdiagramm gewechselt werden. Die praktisch bequeme Lösung dazu ist das *Doppel(kreis)diagramm*, das in zwei verschiedenen Farben beide Diagramme übereinander gedruckt aufweist.

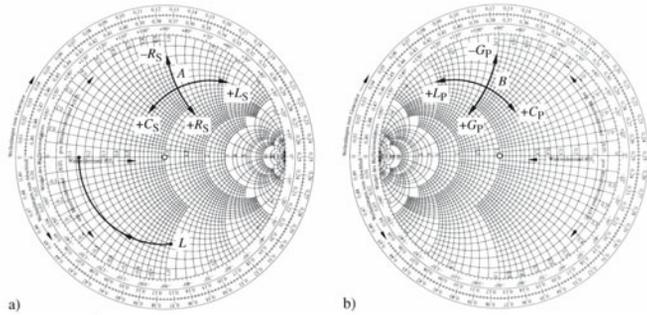


Buschbeck-Diagramm mit Kreisen für  $m$  und Kurven für  $|\Gamma|$

$$\Gamma = \frac{Z - 1}{Z + 1}$$



Komplexe Reflexionsfaktorebene mit Radius 1, Kreisdiagramm



Kreisdiagramme a) für Widerstände, b) für Leitwerte

5.9.2 s-Parameter im Kreisdiagramm

Verstärkung bei Fehl-  
anpassung

Für MAG-Werte waren bei den Größen  $G_{1max}$  und  $G_{2max}$  konjugiert komplexe Reflexionsfaktoren gefordert. Diese sind im Kreisdiagramm leicht durch Vorzeichenumkehr des Phasenwinkels darstellbar. Nach Unterlagen von Hewlett-Packard gibt es eine einfache Möglichkeit zu zeigen, welche Verstärkungen sich ergeben, wenn die Anpassbedingungen bei einem Transistor nicht genau erfüllt sind. Die Ortskurven für konstante Werte von  $G_1$  und  $G_2$  lassen sich als Kreise im Kreisdiagramm darstellen, deren Mittelpunkte auf einer Geraden vom Zentrum des Kreisdiagramms zum Punkt  $s_{11}$  bzw.  $s_{22}$ , d. h. den konjugiert komplexen s-Parametern, liegt.

Mit der normierten Verstärkung  $g_1$  beträgt, für eine vorgegebene konstante Verstärkung  $G_1$ , der Radius des Kreises  $R_G$ .

Der Abstand des Kreismittelpunktes vom Zentrum des Kreisdiagramms in Beträgen des Reflexionsfaktors gemäß Diagrammmaßstab beträgt  $D_G$ .

Die für die Eingangsseite mit  $s_{11}$  angeschriebenen Gleichungen gelten sinngemäß mit  $s_{22}$ - und  $G_{22}$ -Werten für die Ausgangsseite eines Transistors. Die Verstärkungen  $G$  bzw.  $G_{max}$  sind in absoluten Zahlen einzusetzen, auch wenn sie allgemein in dB angegeben werden.

$$g_1 = \frac{G_1}{G_{1max}} = \frac{G_1}{1 - |s_{11}|^2}$$

$$R_G = \frac{\sqrt{1 - g_1} \cdot (1 - |s_{11}|^2)}{1 - (1 - g_1) \cdot |s_{11}|^2}$$

$$D_G = \frac{g_1 \cdot |s_{11}|}{1 - (1 - g_1) \cdot |s_{11}|^2}$$

# Nachrichtentechnik

## Modulation

### 6 Modulation

#### 6.1 Grundlagen

##### Modulation

Ziel: Transformation des Basisbandes (Frequenzbereich des Nutzsignals, modulierendes Signal; z. B. Sprache, Musik) in einen anderen Frequenzbereich (siehe Träger), um ihn optimal (über große Entfernungen, mehrere eindeutig wieder trennbare Signale gleichzeitig) übertragen zu können. Übertragungsmedien: Elektrische Leiter, Lichtleiter, elektromagnetische Wellen (im Raum, Hohlleiter). Dabei wird häufig die Signalform geändert, um z. B. eine störungsarme Übertragung zu erreichen (Datenübertragung, Digitalisierung von Analogsignalen).

Anwendung: Rundfunk- und Fernsehübertragung, analog und digital; Datenübertragung; Telefonverkehr.

##### Verwendete Begriffe, Formelzeichen

$s_M(t)$  Basisbandsignal, Nutzsignal, modulierendes Signal. Hat i. a. einen vorgegebenen Frequenzbereich, z. B. 15 Hz bis 15 kHz für Sprache und Musik bei der Rundfunkübertragung auf UKW.

$$s_M(t) = \hat{s}_M \cdot \sin(\omega_M t + \varphi_M)$$

$$s_T(t) = \hat{s}_T \cdot \sin(\omega_T t + \varphi_T)$$

$s_T(t)$  Träger, sinusförmig, mit einer Frequenz im kHz...GHz-Bereich. Es gibt unterschiedliche Verfahren, ihm das Basisbandsignal geeignet aufzudemulieren.

Hier:  $s_M(t)$  sinusförmig, eine Frequenz  $\Rightarrow$  übersichtliche Darstellung möglich.

#### 6.2 Sinusträger, mit Analogsignal moduliert

##### Übersicht

$\hat{s}_T = f(s_M(t))$ : Amplitudenmodulation, AM  
 $\omega_T = f(s_M(t))$ : Frequenzmodulation, FM  
 $\varphi_T = f(s_M(t))$ : Phasenmodulation, PM

$$s_T(t) = \underbrace{\hat{s}_T}_{AM} \cdot \sin \left( \underbrace{\omega_T t}_{FM} + \underbrace{\varphi_T}_{PM} \right)$$

Sammelbegriff für FM und PM: Winkelmodulation

##### Zweiseitenband-Amplitudenmodulation AM

Zur Signalmrückgewinnung erforderlich: Träger und US *oder* Träger und OS (siehe ESB, SSB).

$m$  Modulationsgrad

##### Modulationsgrad $m$

Ansatz:  $s_T^*(t) = \hat{s}_T + s_M \cdot \sin(\omega_M t)$ ;  $\varphi_M = 0$  gesetzt.

$$m = \frac{\hat{s}_M}{\hat{s}_T} = \frac{\hat{s}_{MUS} + \hat{s}_{MOS}}{\hat{s}_T}$$

##### Unteres (US) und oberes (OS) Seitenband

1. Modulation durch Multiplikation: Trägeramplitude

$m > 0$ , sonst Phasensprung.

$$s_{AM}(t) = s_T^*(t) \cdot \sin(\omega_T t)$$

$\hat{s}_{MUS}$  Trägeramplitude des unteren Seitenbandes (US) mit der Frequenz  $f_T - f_M$ ;  $\hat{s}_{MOS}$  Trägeramplitude des oberen Seitenbandes (OS) mit der Frequenz  $f_T + f_M$ .

##### Bandbreite $B$

$$s_{AM} = \hat{s}_T \cdot \left\{ \sin \omega_T t + \frac{m}{2} \cdot \begin{bmatrix} -\cos(\omega_T + \omega_M) \cdot t \\ +\cos(\omega_T - \omega_M) \cdot t \end{bmatrix} \right\}$$

Modulierter Träger bei AM

Häufig verwendete Modulation, da nur die 3 Frequenzen  $f_T$ ,  $f_T + f_M$  und  $f_T - f_M$  entstehen.

2. Modulation an einer quadratischen Kennlinie:

Es entstehen die Frequenzen  $f_M$ ,  $2f_M$ ,  $2f_T$ ,  $f_T$ ,  $f_T - f_M$ ,  $f_T + f_M$ .

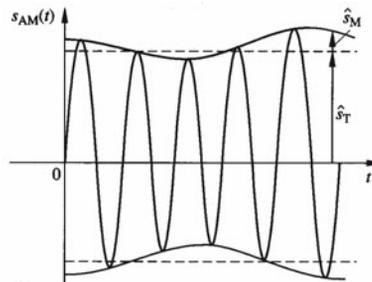
Die ersten 3 Frequenzanteile müssen unterdrückt werden.

3. Modulation an einer nichtlinearen nichtquadratischen Kennlinie: Es entstehen, je nach Kennlinie, weitere unerwünschte Frequenzen, die unterdrückt werden müssen.

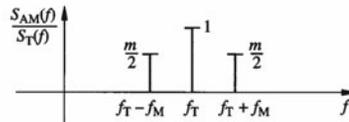
Erforderliche Bandbreite

$$B_{AM} : B_{AM} = 2 \cdot f_{M \max};$$

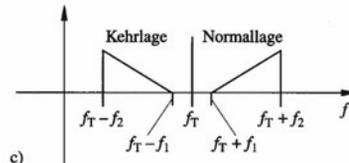
$f_{M \max}$  : Maximale Frequenz des Basisbandes.



a)



b)



c)

Modulierter Träger  
a) Zeitverlauf, b) Spektrum  
c) Normal- und Kehrlage

Einseitenband-  
Amplitudenmodulation  
ESB, SSB

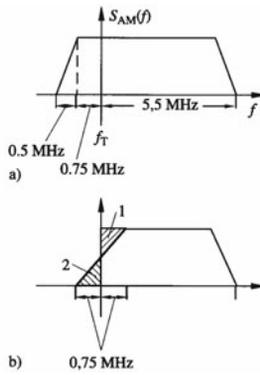
Ausgesendet werden nur Träger und US oder Träger und OS. Geringstmögliche Bandbreite; Unterdrückung des OS bzw. US problematisch, besonders, wenn  $f_{M \min} = 0$ , erfordert unendlich steile Filterflanken. Die Trägerleistung eines Seitenbandes kann für das andere Seitenband verwendet werden.

Erforderliche Bandbreite

$$B_{ESB} : B_{ESB} = f_{M \max}$$

$f_{M \max}$ ,  $f_{M \min}$ : Maximale bzw. minimale Frequenz des Basisbandes.

Restseitenband-Amplitudenmodulation RM, VSB



$f_{M \min} = 0$   
 Anwendung: Fernseh-Bildübertragung.  
 Bandbreite  $B_{RM}$  allgemein:  
 $2 \cdot f_{M \max} > B_{RM} > f_{M \max}$   
 Die Flächen 1 und 2 sind gleich.

Leistung von Träger und Seitenbändern bei AM

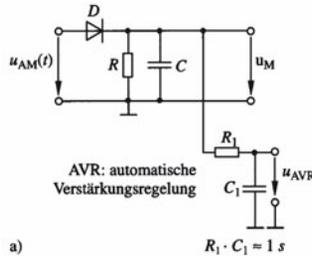
$$P_{ges \ AM} = P_T + P_{US} + P_{OS} = \frac{\hat{u}_T^2}{2 \cdot Z} + \frac{\hat{u}_T^2}{2 \cdot Z} \cdot \frac{m^2}{2} = \frac{\hat{u}_T^2}{2 \cdot Z} \cdot \left(1 + \frac{m^2}{2}\right)$$

Träger                      beide Seitenbänder

Restseitenbandübertragung (Fernsehen)  
 a) Frequenzspektrum des Senders, b) Durchlasskurve des Empfängers

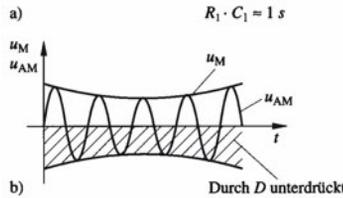
Z: Lastwiderstand, den die Trägerspannung speist  
 $m = 0,8 \Rightarrow P_T = 0,75 \cdot P_{ges \ AM}$   
 $P_{OS} = P_{US} = 0,12 \cdot P_{ges \ AM}$

Demodulation von AM



Betrachtung im Frequenzbereich:

$$\hat{s}_T \cdot \sin \omega_T t + \hat{s}_T \cdot \frac{m}{2} \cdot (-\cos(\omega_T + \omega_M) \cdot t) + \hat{s}_T \cdot \frac{m}{2} \cdot (\cos(\omega_T - \omega_M) \cdot t)$$



(siehe oben) ergibt an einer nichtlinearen Kennlinie u. a. das Basisbandsignal  $f_M$ . Alle anderen Frequenzanteile, z. B.  $f_T, 2f_T, \dots$  werden durch den RC-Tiefpass (Grenzfrequenz  $f_g$ ) unterdrückt:  
 $f_{M \max} < f_g = 1/(2\pi RC) \ll f_T$

a) Schaltung, b) Betrachtung im Zeitbereich

Winkelmodulation:

FM und PM

Spektrum

Allgemein:

$$s_T(t) = \hat{s}_T \cdot \sin(\omega_T t + \varphi_T) \cdot \Phi(t)$$

Spektrum der FM:

$$f_T, f_T \pm f_M, f_T \pm 2f_M, f_T \pm 3f_M, f_T \pm 4f_M, \dots$$

$$FM: \Phi(t) = \left[ \omega_T + \alpha_F \cdot s_M(t) \right] \cdot t + \varphi_T; \Omega(t)$$

Amplituden: Besselfunktionen,

$$f_T \rightarrow J_0(\eta), f_T \pm f_M \rightarrow J_1(\eta), f_T \pm 2f_M \rightarrow J_2(\eta), \dots$$

$$PM: \Phi(t) = \omega_T t + \alpha_P \cdot s_M(t) \cdot \varphi(t)$$

$\eta$ : Modulationsindex bei FM

Zusammenhang:

$$\Omega(t) = \frac{d\Phi(t)}{dt} \approx \frac{\Delta\Phi(t)}{\Delta t}$$

**Kenngrößen bei FM, PM:**

Phasenhub  $\Delta\Phi$

(Kreis)-Frequenzhub  $\Delta\Omega$

Modulationsindex  $\eta$

Bandbreite bei FM

Niederfrequentes  
Störverhältnis bei FM

Preemphase

Deemphase

Beispiel: Erzeugung und  
Demodulation bei FM

Phasenhub: FM  $\rightarrow \Delta\Phi = \frac{\alpha_F \cdot \hat{s}_M}{\omega_M}$  ;

PM  $\rightarrow \Delta\Phi = \alpha_P \cdot \hat{s}_M$

(Kreis)-Frequenzhub:

FM  $\rightarrow \Delta\Omega = \alpha_F \cdot \hat{s}_M$  ; PM  $\rightarrow \alpha_P \cdot \hat{s}_M \cdot \omega_M$

Modulationsindex bei FM:

$$\eta = \Delta\Phi = \frac{\Delta\Omega}{\omega_M} = \frac{\Delta F}{f_M}$$

Bandbreite theoretisch unendlich groß,  
muss in der Praxis begrenzt werden.

Schmalband-FM:  $B_{FM} = 2B_M = 2f_{M \max}$

Breitband-FM:  $B_{FM} = 2(\Delta F + f_{M \max})$   
(Carson-Formel), ergibt Klirrfaktor  
 $k \leq 1\%$ .

$\Delta F$  Spitzenhub

Allgemein:  $\eta = f(f_M)$

Beispiel UKW-Rundfunk:

$f_{M \max} = 15 \text{ kHz}$ ,

$\Delta F = 75 \text{ kHz}$

$\Rightarrow \eta = \eta_{\min} = 5$

$\eta_{\max} = \eta(f_M = 15 \text{ Hz})$   
 $= 5000$

Breitband-FM angewendet  
beim UKW-Rundfunk:

$B_{FM, UKW} = 2(75 + 15) \text{ kHz}$   
 $= 180 \text{ kHz}$

$$\alpha_{FM, NF} = \frac{\hat{u}_N}{\hat{u}_{NF}} \approx \frac{\hat{u}_N}{\hat{u}_S} \cdot \frac{|f_T - f_N|}{\Delta f_T}$$

$\hat{u}_N$  Amplitude des Störsignalträgers  
in V

$\hat{u}_{NF}$  Amplitude des Niederfrequenz-  
signals in V

$\hat{u}_S$  Amplitude des Nutzsinalträgers  
in V

$|f_T - f_N|$  Frequenzabstand zwischen  
Nutz- und Störsignalträger  
in Hz

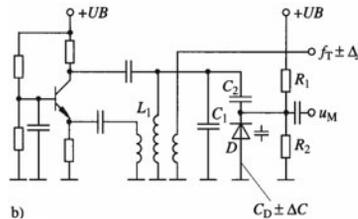
$\Delta f_T$  Frequenzhub in Hz

$\alpha_{FM, NF}$  ist maximal für

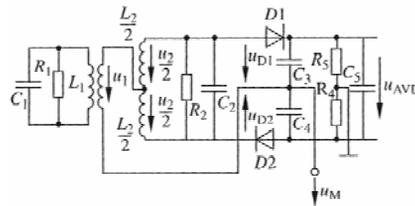
$f_{M \max}$  :

$$\alpha_{FM, NF} \Big|_{\max} \approx \frac{\hat{u}_N}{\hat{u}_S} \cdot \frac{1}{\eta_{\min}}$$

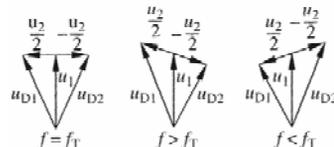
Anhebung der Amplituden  
des Basisbandsignals mit  
steigender Frequenz  
(Preemphase) vor der  
Modulation und entspre-  
chende Absenkung im  
Empfänger nach der De-  
modulation (Deemphase).



FM mit Kapazitätsdiode



Demodulation mit  
Ratiodetektor



# Nachrichtentechnik

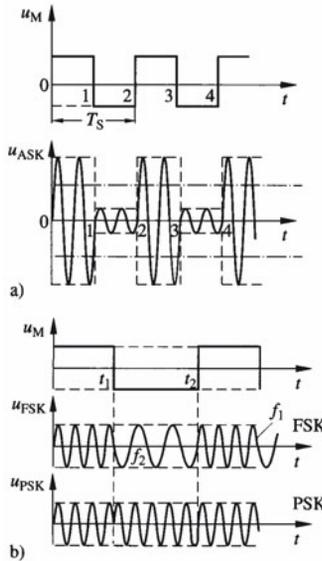
## Modulation

### 6.3 Sinusträger, mit Digitalsignal moduliert

**Amplitudenumtastung ASK (amplitude shift keying)**

**Frequenzumtastung FSK (frequency shift keying)**

**Phasenumtastung PSK (phase shift keying)**



a) Amplitudenumtastung  
b) Frequenzumtastung und Phasenumtastung

Beispiel für ASK:  
Zeit- und Normalfrequenzsender DCF 77 der PTB, Braunschweig:  
 $f_T = 77,5 \text{ kHz}$ ;  
Umtastung der Trägeramplitude zwischen 100 % und 25 %, die Information steckt im Beginn der Trägerabsenkung (Beginn der Sekunde) und in der Dauer: 0,1 s  $\rightarrow$  logisch 0, 0,2 s  $\rightarrow$  logisch 1.

Phasenumtastung:  
Neben der 2-Phasenumtastung ( $0^\circ \leftrightarrow 180^\circ$ ) findet auch die n-Phasenumtastung ( $n = 8, 16, 32, 64$ ) Anwendung. Damit lassen sich Kodierungen mit 3 bis 6 bit erreichen, allerdings nimmt der Einfluss von Störsignalen mit wachsendem  $n$  zu.

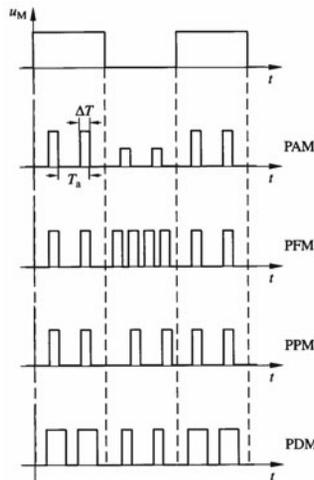
### 6.4 Pulsträgermodulation, Träger uncodiert

**Pulsamplituden-Modulation (PAM)**

**Pulsfrequenz-Modulation (PFM)**

**Pulsphasen-Modulation (PPM)**

**Pulsdauer-Modulation (PDM)**



Pulsträgermodulation uncodiert (Pulse unipolar)

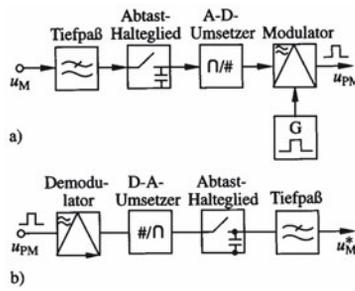
$T_a$ : vorgegeben durch das Abtasttheorem von Shannon.

$\Delta T$ : sollte so klein wie möglich gewählt werden, da dann in die Lücken weitere Signale eingefügt werden können  $\Rightarrow$  Multiplexverfahren.

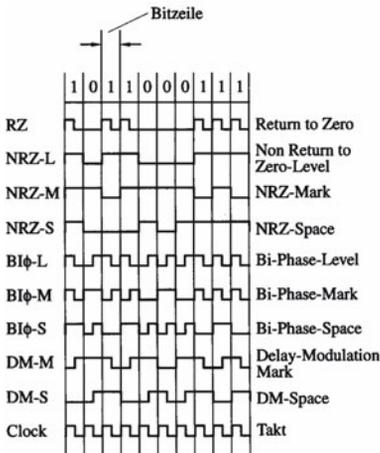
PPM: relativ unempfindlich gegenüber Amplitudenstörungen.

PDM: nur geringe Bedeutung.

**Pulscode-Modulation PCM**



Pulscode-Modulation  
a) Sender, b) Empfänger



Verwendete Formate bei der Pulscode-Modulation (nach [6.1])

Bevorzugt eingesetzt bei Pulsmodulation.

Zielsetzungen für das kodierte Signal:

1. Kein Gleichanteil (galvanische Trennung über Transformatoren)
  2. Übertragene Frequenz(en) so niedrig wie möglich
  3. Rückgewinnung der Sendertaktfrequenz aus der übertragenen Impulsfolge
- DM-Verfahren (auch Miller-Code, D von Delay): Optimales Verfahren, erfüllt obige 3 Forderungen
- DM-M: Binär-Eins durch Wechsel der Signalpolarität in Taktmitte, Binär-Null nach Binär-Eins kein Polaritätswechsel, Binär-Null nach Binär-Null Polaritätswechsel zum Taktbeginn.

Übertragenes Signal weist Redundanz auf, da sich benachbarte Abtastwerte i. a. nur geringfügig unterscheiden.

**Deltamodulation DM**

DM: Ein Bit übertragen, das das Vorzeichen der Änderung zum vorhergehenden Wert enthält. Ist die Änderung größer als 1 Bit, gibt es eine Steigungsüberlastung (slope overload).

**Delta-Sigma-Modulation**

Delta-Sigma-Modulation: Das analoge Basissignal wird zunächst integriert. Damit werden die Differenzen benachbarter Abtastwerte verringert und damit die Gefahr der Steigungsüberlastung. Im Empfänger muss durch ein Differenzglied der Originalverlauf wiederhergestellt werden.

**Differenz-Pulscode-Modulation DPCM**

DPCM: Je nach Differenz zweier benachbarter Abtastwerte wird auch mit mehr als einem Bit kodiert.

DPCM: Anwendung vorwiegend in der Fernseh- bildübertragung.

## 7 Filter

### 7.1 Begriffe

#### Frequenzgang

- *Frequenzgang*: Darstellung des Amplitudenverhältnisses von Ausgangs- zu Eingangsspannung in Abhängigkeit von der Frequenz.

#### Amplitudengang

- *Amplitudengang*: Doppelt-logarithmische Darstellung des Verhältnisses von Ausgangs- zu Eingangsspannung. Für die Ordinatenbeschriftung gilt:  $20 \cdot \lg(\underline{U}_{\text{aus}} / \underline{U}_{\text{ein}})$  in dB.

#### Phasengang

- *Phasengang*: Darstellung des Phasenwinkels von Ausgangs- zu Eingangsspannung in Abhängigkeit von der Frequenz. Die Frequenzachse ist logarithmisch, die Phasenachse ist linear geteilt. Je nachdem, wie die Frequenzanteile des Originalsignals das Filter passieren, spricht man von:

#### Tiefpassfilter

- *Tiefpassfilter*, wenn die im Signal enthaltenen Frequenzanteile von Gleichspannung bis zur Grenzfrequenz durchgelassen werden;

#### Hochpassfilter

- *Hochpassfilter*, wenn ab der Grenzfrequenz die im Signal enthaltenen Frequenzanteile durchgelassen werden;

#### Bandpassfilter

- *Bandpassfilter*, wenn nur die im Signal enthaltenen Frequenzanteile eines meist eng begrenzten Frequenzbereiches durchgelassen werden;

#### Bandsperre

- *Bandsperre*, wenn alle im Signal enthaltenen Frequenzanteile außer denen in einem meist eng begrenzten Frequenzbereich durchgelassen werden.

Der Übergang vom Sperr- in den Durchlassbereich und umgekehrt wird in der Praxis durch die Angabe der Grenzfrequenz bzw. der Resonanzfrequenz als scharf begrenzt angenommen, obwohl es sich um einen allmählichen Übergang handelt. Kenngrößen für die praktische Anwendung sind:

#### Grenzfrequenz

- *Grenzfrequenz*  $f_g$ : Frequenz, bis zu der (Tiefpass) bzw. ab der (Hochpass) die im Signal enthaltenen Frequenzanteile durchgelassen werden. Bei den Filtern erster Ordnung gilt: 1. Der Betrag des Verhältnisses Ausgangs- zu Eingangsspannung ist vom Maximalwert auf das 0,707fache des Maximalwertes abgesunken. 2. Der Phasenwinkel zwischen Ein- und Ausgangsspannung beträgt  $-45^\circ$  (Tiefpass) bzw.  $+45^\circ$  (Hochpass).

#### Durchlassbereich

- *Durchlassbereich*: Frequenzbereich bis zu  $f_g$  (Tiefpass) bzw. ab  $f_g$  (Hochpass) bzw. innerhalb der Bandbreite  $B$  (Bandpass).

#### Sperrbereich

- *Sperrbereich*: Frequenzbereich ab  $f_g$  (Tiefpass) bzw. bis zu  $f_g$  (Hochpass) bzw. innerhalb der Bandbreite  $B$  (Bandsperre).

#### Phasenwinkel $\varphi_g$ Grad (Ordnung) $n$ eines Filters

- *Phasenwinkel*  $\varphi_g$ : Phasenwinkel bei der Grenzfrequenz  $f_g$ .
- *Grad (Ordnung)  $n$  eines Filters*: Höchster im Nenner vorkommender Exponent der Kreisfrequenz  $\omega$  für das Verhältnis von Ausgangs- zu Eingangsspannung, wenn der Zähler eine Konstante ist. Er wird vorwiegend für Hoch- und Tiefpassfilter angegeben. Beispiel: Tiefpassfilter 3. Grades

$$\underline{U}_{\text{aus}} / \underline{U}_{\text{ein}} = A_0 / (-j\omega^3 - B\omega^2 + Dj\omega + E);$$

$A_0, B, D, E$ , Konstante, dimensionslos oder Kombinationen aus  $R, L$  und  $C$ .

#### Steigung des Amplitudenganges

- *Steigung des Amplitudenganges*: Sie wird im Sperrbereich angegeben und ist ein Maß für die Fähigkeit, Frequenzanteile außerhalb des Durchlassbereiches zu unterdrücken. Sie wird bestimmt durch den Grad  $n$  des Filters und in dB/Dekade angegeben.

Bandbreite  $B$

Güte  $Q$

Dämpfungsmaß  $d$   
Resonanzfrequenz  $f_0$

Allgemein gilt: Steigung eines Filters  $n$ -ten Grades:  $-n \cdot 20$  dB / Dekade für einen Tiefpass bzw.  $+n \cdot 20$  dB / Dekade für einen Hochpass.

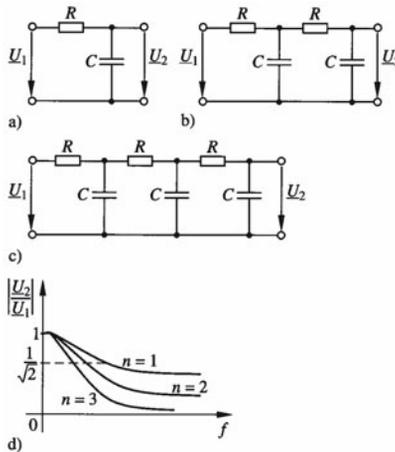
- **Bandbreite  $B$ :** Frequenzbereich, der durchgelassen (Bandpass) bzw. gesperrt (Bandsperre) wird. Sie ist bestimmt durch den Bereich, in dem die Ausgangsgröße beim Bandpass zwischen Maximalwert und  $0,707$  Maximalwert liegt bzw. bei der Bandsperre zwischen Minimalwert und  $1,41$  Minimalwert liegt.
- **Güte  $Q$ :** Maß für die Eigenschaften von Bandpass bzw. Bandsperre im Durchlass- bzw. Sperrbereich.
- **Dämpfungsmaß  $d$ :**  $d=1/Q$
- **Resonanzfrequenz  $f_0$ :** Frequenz, die ein Bandpassfilter optimal durchlässt bzw. eine Bandsperre maximal unterdrückt.

Für die zuletzt genannten Kenngrößen besteht folgende Beziehung:  
 $f_0 = B \cdot Q$

### 7.2 Passive R-C-Tiefpassfilter

Passive R-C-Tiefpassfilter erster, zweiter und dritter Ordnung

Frequenzgang



R-C-Tiefpassfilter a) erster, b) zweiter, c) dritter Ordnung, d) Frequenzgang

| Tiefpass erster Ordnung ( $n=1$ ) |   |                     |             |  |
|-----------------------------------|---|---------------------|-------------|--|
| $\frac{U_2}{U_1}$                 | $\varphi$                                     | $f_g$               | $\varphi_g$ | Steigung                                       |
| $\frac{1}{1 + j\omega RC}$        | $-\arctan \omega RC$                          | $\frac{1}{2\pi RC}$ | $-45^\circ$ |  |
| Näherung für $\omega \ll 1/RC$    |   |                     |             |  |
| $\approx 1$                       | $\approx 0$                                   |                     |             | $\approx 0$                                    |
| Näherung für $\omega \gg 1/RC$    |   |                     |             |  |
| $\approx \frac{1}{j\omega RC}$    | $= -\arctan \omega RC$<br>$\approx -90^\circ$ |                     |             | $\approx \frac{-20 \text{ dB}}{\text{Dekade}}$ |

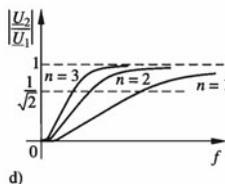
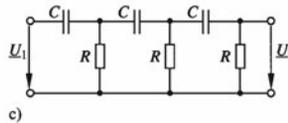
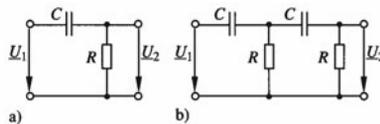
| Tiefpass zweiter Ordnung (n=2)  |  |  |
|---|--|--|
| $\frac{U_2}{U_1}$   | $\varphi$  | Steigung                                       |
| $\frac{1}{1 + 3j\omega RC - \omega^2 R^2 C^2}$                        | $-\arctan \frac{3\omega RC}{1 - \omega^2 R^2 C^2}$ 1)                                  |  |
| Näherung für $\omega \ll 1/RC$  |  |  |
| $\approx 1$   | $\approx 0^\circ$  | $\approx 0$                                    |
| Näherung für $\omega \gg 1/RC$  |  |  |
| $\approx \frac{-1}{\omega^2 R^2 C^2}$                                 | $\approx -180^\circ + \arctan \frac{3}{\omega RC}$ 1),2)<br>$\approx -180^\circ$ 1),3) | $\approx \frac{-40 \text{ dB}}{\text{Dekade}}$ |
| Tiefpass dritter Ordnung (n=3)  |  |  |
| $\frac{U_2}{U_1}$   | $\varphi$  | Steigung                                       |
| $\frac{1}{(1 + 6j\omega RC - 5\omega^2 R^2 C^2 - j\omega^3 R^3 C^3)}$ | $-\arctan \frac{6\omega RC - \omega^3 R^3 C^3}{1 - 5\omega^2 R^2 C^2}$ 1)              |  |
| Näherung für $\omega \ll 1/RC$  |  |  |
| $\approx 1$   | $\approx 0^\circ$  | $\approx 0$                                    |
| Näherung für $\omega \gg 1/RC$  |  |  |
| $\approx \frac{-1}{j\omega^3 R^3 C^3}$                                | $\approx -180^\circ - \arctan \frac{\omega RC}{5}$ 1),2)<br>$\approx -270^\circ$ 1),3) | $\approx \frac{-60 \text{ dB}}{\text{Dekade}}$ |

1) tan (x) periodisch in  $180^\circ$ ; 2) erste Näherung, 3) zweite, grobe Näherung, meist zulässig

7.3 Passive R-C-Hochpassfilter

Passive R-C-Hochpassfilter erster, zweiter und dritter Ordnung

Frequenzgang



R-C-Hochpassfilter a) erster, b) zweiter, c) dritter Ordnung, d) Frequenzgang

| Hochpass erster Ordnung (n=1)  |  |   |             |   |
|--|--|---|-------------|---|
| $\frac{U_2}{U_1}$  | $\varphi$  | $f_g$   | $\varphi_g$ | Steigung                                      |
| $\frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC}$  | 90°<br>-arctan $\omega RC$   | $\frac{1}{2\pi RC}$                           | 45°         |   |
| Näherung für $\omega \ll 1/RC$   |  |   |             |   |
| $\approx j\omega RC$   | $\approx 90^\circ$   |   |             | $\approx \frac{20 \text{ dB}}{\text{Dekade}}$ |
| Näherung für $\omega \gg 1/RC$   |  |   |             |   |
| $\approx 1$  | $= 90^\circ$<br>-arctan $\omega RC$<br>$\approx 0$                                   |   |             | $\approx 0$                                   |
| Hochpass zweiter Ordnung (n=2)   |  |   |             |   |
| $\frac{U_2}{U_1}$  | $\varphi$  | Steigung                                      |             |   |
| $\frac{-\omega^2 R^2 C^2}{1 + 3j\omega RC - \omega^2 R^2 C^2}$   | $180^\circ - \arctan \frac{3\omega RC}{1 - \omega^2 R^2 C^2}$ 1)                     |   |             |   |
| Näherung für $\omega \ll 1/RC$   |  |   |             |   |
| $\approx -\omega^2 R^2 C^2$  | $\approx 180^\circ - \arctan 3\omega RC$ 1),2)<br>$\approx 180^\circ$ 1),3)          | $\approx \frac{40 \text{ dB}}{\text{Dekade}}$ |             |   |
| Näherung für $\omega \gg 1/RC$   |  |   |             |   |
| $\approx 1$  | $\approx \arctan \frac{3}{\omega RC}$ 1),2)<br>$\approx 0$ 1),3)                     | $\approx 0$                                   |             |   |
| Hochpass dritter Ordnung (n = 3)   |  |   |             |   |
| $\frac{U_2}{U_1}$  | $\varphi$  | Steigung                                      |             |   |
| $\frac{(-j\omega^3 R^3 C^3)/(1 + 5j\omega RC - 6\omega^2 R^2 C^2 - j\omega^3 R^3 C^3)}{1 - 6\omega^2 R^2 C^2}$ | $270^\circ - \arctan \frac{5\omega RC - \omega^3 R^3 C^3}{1 - 6\omega^2 R^2 C^2}$ 1) |   |             |   |
| Näherung für $\omega \ll 1/RC$   |  |   |             |   |
| $\approx -j\omega^3 R^3 C^3$   | $\approx 270^\circ - \arctan 5\omega RC$ 1),2)<br>$\approx 270^\circ$ 1),3)          | $\approx \frac{60 \text{ dB}}{\text{Dekade}}$ |             |   |
| Näherung für $\omega \gg 1/RC$   |  |   |             |   |
| $\approx 1$  | $\approx 90^\circ - \arctan \frac{\omega RC}{6}$ 1),2)<br>$\approx 0$ 1),3)          | $\approx 0$                                   |             |   |
| 1) tan (x) periodisch in 180°; 2) erste Näherung, 3) zweite, grobe Näherung, meist zulässig                    |  |   |             |   |

# Nachrichtentechnik

## Filter

### 7.4 Schwingkreis als Bandpass und Bandsperre

Allgemeine Beziehung

Reihenschwingkreis als Bandsperre, bezogen auf  $I$

Parallelschwingkreis als Bandpass, bezogen auf  $\underline{U}$

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}_0}{R_r + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}$$

$$\underline{U} = I_0 \frac{1}{\frac{1}{R_p} + j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)}$$

Speisung aus einer Spannungsquelle mit der Spannung  $\underline{U}_0$

Speisung aus einer Stromquelle mit dem Strom  $I_0$

Resonanz für Imaginärteil von  $\underline{Z} = 0$ :

⇒

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$\underline{I}(\omega_0) = \frac{\underline{U}_0}{R_r}$$

$$\underline{U} = I_0 \cdot R_p$$

$$\underline{U}_R = \underline{U}_0; \underline{U}_C = \frac{\underline{U}_0}{R_r j \omega_0 C};$$

$$I_R = I_0; I_C = I_0 \cdot R_p \cdot j \omega_0 C;$$

$$\underline{U}_L = \frac{\underline{U}_0}{R_r} \cdot j \omega_0 L$$

$$I_L = I_0 \cdot R_p \frac{1}{j \omega_0 L}$$

$$|\underline{U}_C| = |\underline{U}_L|$$

$$|I_C| = |I_L|$$

Güte  $Q$

$$Q_r = \frac{\omega_0 L}{R_r} = \frac{1}{R_r \omega_0 C}$$

$$Q_p = \frac{R_p}{\omega_0 L} = R_p \omega_0 C$$

$$= \frac{1}{R_r} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

$$= R_p \sqrt{\frac{C}{L}}$$

Dämpfungsmaß  $d$

$$d = 1/Q$$

$$d = 1/Q$$

Bandbreite  $B$

$$B = \frac{f_0}{Q}$$

$$B = \frac{f_0}{Q}$$

### 7.5 Bandfilter

Bandfilter

Zwei magnetisch oder kapazitiv gekoppelte Filter, i. a. zwei Schwingkreise

$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 \cdot L_2}}$$

Kopplungsfaktor  $k$

$M$  Gegeninduktivität in H

$$k = \sqrt{1 - \sigma}$$

Dämpfungsmaß  $d$

$L_1, L_2$  Induktivität der Primär- bzw. Sekundärwicklung in H

$$d = 1/Q$$

$\sigma$  Streufaktor

Kopplungsarten

Unterkritische Kopplung  $k_{un}$

$$k = k_{un} < d$$

Überkritische Kopplung  $k_{üb}$

$$k = k_{üb} > d$$

Kritische Kopplung  $k_{kr}$

$$k = k_{kr} = d$$

$$(d_1 = d_2 = d)$$

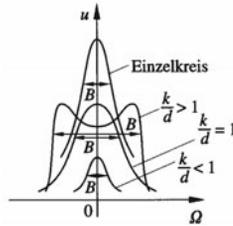
Kritische Kopplung ( $d_1 \neq d_2$ ): als transitionale Kopplung bezeichnet

$$k_{tr} = \sqrt{\frac{1}{2}(d_1^2 + d_2^2)}$$

Dämpfungsmaß  $d$  ( $d_1 \neq d_2$ );

$$d = \sqrt{d_1 \cdot d_2}$$

$d_1, d_2$  Dämpfungsmaß des Primär- bzw. Sekundärschwingkreises



Resonanzkurven bei unterschiedlicher Kopplung

Normierte Verstimmung  $\Omega$

$$\Omega = Q \cdot v = Q \left( \frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f} \right)$$

v Verstimmung

$$\Omega \approx Q \cdot \frac{2\Delta f}{f_0} = Q \cdot \frac{B}{f_0}$$

Bandbreite

Unterkritische Kopplung  $B_{un}$   
Überkritische Kopplung  $B_{üb}$   
Kritische Kopplung  $B_{kr}$

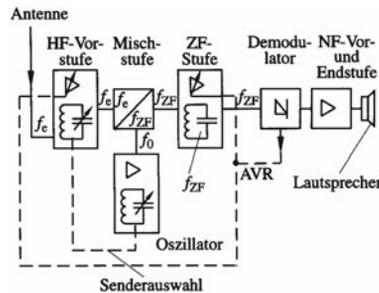
$$B_{un} \approx 0,64 \cdot f_0 / Q$$

$$B_{üb} \approx 3 \cdot f_0 / Q$$

$$B_{kr} \approx 1,4 \cdot f_0 / Q$$

## 8 Empfänger-schaltungstechnik

Überlagerungsempfänger



$$f_{ZF} = f_0 - f_e$$

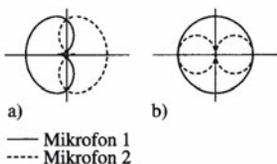
$f_0$  Frequenz des eingebauten Oszillators, wird mit der Frequenz des zu empfangenden Senders  $f_e$  so geändert, dass stets gilt:  $f_{ZF} = \text{konst.}$   
Beispiel:  $f_{ZF} = 10,7 \text{ MHz}$  beim UKW-Rundfunk.

AVR: Automatische Verstärkungsregelung: Verstärkung im HF- und ZF-Bereich wird über die Amplitude von  $f_e$  so eingestellt, dass das demodulierte Signal nahezu konstante Amplitude hat.

9 Ton- und Bildübertragung

9.1 Rundfunk-Stereoübertragung

Stereo-Mikrofonanordnungen

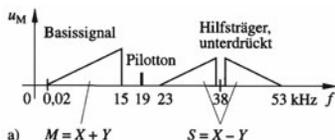


Einsatz von Richtmikrofonen  
Zusammenhang:  
 $M = X + Y$ ;  $S = X - Y$  bzw.  
 $X = M + S$ ;  $Y = M - S$

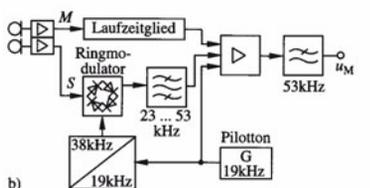
Mikrofonanordnungen mit Richtcharakteristik

- a) X-Y-Stereofonie (Links-Rechts)
- b) M-S-Stereofonie (Mitte-Seiten)

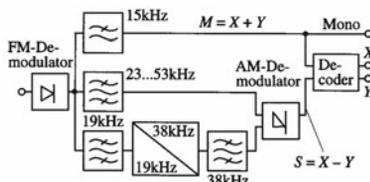
Stereo-Rundfunkübertragung



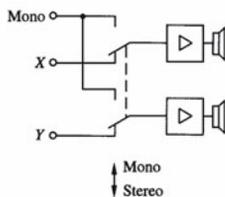
Sender:  
Aufnahme und Übertragung in M-S-Technik. Damit steht das M-Signal für Mono-Empfänger direkt zur Verfügung.



S-Signal: Auf Hilfsträger 38 kHz in Zweiseitenband-AM aufmoduliert (Einseitenband-AM ergäbe technische Probleme); Hilfs-träger mit Ringmodulator unterdrückt (sonst Störungen). Hilfs-träger zur Demodulation phasenrichtig erforderlich, deshalb Piloton („Hilfsträger“ 19 kHz mit geringer Amplitude) übertragen.



Laufzeitglied: gleicht Laufzeiten im Ringmodulator und Bandpassfilter aus.



Empfänger:  
 $M = X + Y \rightarrow$  Monosignal;  
Empfängerdecoder bildet Summe und Differenz:  
 $M + S = (X + Y) + (X - Y) = 2X \rightarrow$  linker Kanal,  
 $M - S = (X + Y) - (X - Y) = 2Y \rightarrow$  rechter Kanal.  
Phasenrichtiger Hilfsträger über Frequenzverdopplerschaltung aus Piloton 19 kHz erzeugt.

- a) Spektrum des Stereosignals (senderseitig)
- b) Erzeugung des Modulationssignals (senderseitig)
- c) Stereo-Empfänger (ab Demodulator)

9.2 Fernseh-  
Bildübertragung

9.2.1 Farbfernseh-  
Bildübertragung  
(analog)

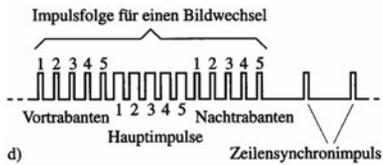
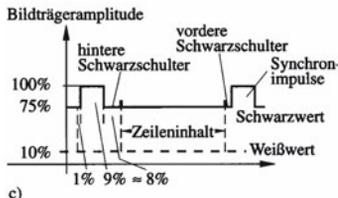
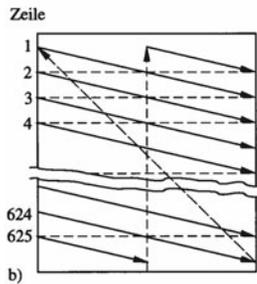
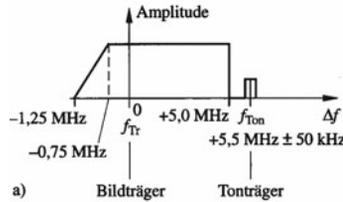
FBAS

Helligkeits- oder  
Leuchtdichte- oder  
Luminanz- oder Y-Signal  
(„Grauwerte“)

Farbart- oder Chrominanz-  
signal: enthält den Farbton  
(z. B. Gelb), die Farbsättigung  
ist bereits im Y-Sig-  
nal enthalten

Farbhilfsträger:  
4,4296875 MHz; quadratur-  
moduliert  
Amplitude → Farbsättigung  
Phase → Farbart

Synchronisation über  
Burst-Signal  
(ca. 6...8 Schwingungen)  
des Senders



Frequenzverkämmung  
(nicht maßstäblich)

- a) Spektrum des Y-Signals
- b) Spektrum von Y-Signal und Farbhilfsträger (nach unten geklappt)

FBAS: Farb-Bild-Austast-Synchron-Signal

Zu übertragende Signale:  
Helligkeit und Farbart  
(z. B. gelb)

Die Kamera nimmt die  
Farben Rot (R), Grün (G)  
und Blau (B) auf. Über-  
tragen werden die Sig-  
nale  $(R-Y) \cdot 0,88$  und  
 $(B-Y) \cdot 0,49$  mit der Wich-  
tung:

$$R = 0,30$$

$$G = 0,59$$

$$B = 0,11$$

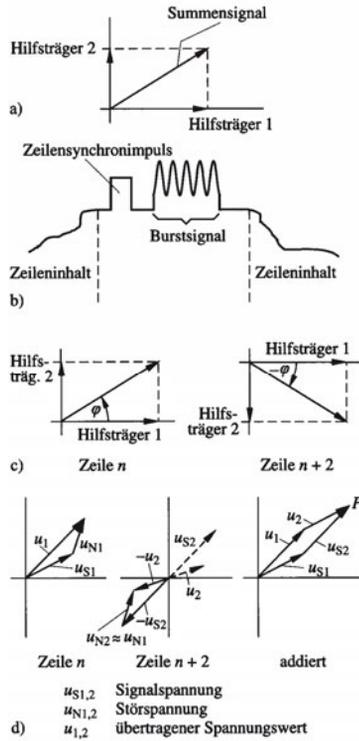
Auf die zunächst erwar-  
tete höhere Bandbreite  
konnte (unter gewissen  
Einbußen) verzichtet  
werden, da nur in selte-  
nen Fällen die theoretisch  
vorhandene Bandbreite  
bei Schwarz-Weiß-  
Übertragung auch tat-  
sächlich ausgenutzt wird.  
Diese Lücken werden mit  
Farbinformationen gefüllt:  
Frequenzverkämmung.  
Ein Farbhilfsträger mit der  
Frequenz 4,4296875 MHz  
wird mit der Farbinfor-  
mation moduliert.

$$f_z \text{ Zeilenfrequenz,}$$

$$15625 \text{ Hz}$$

PAL-Verfahren

Mehrkanalton



Farbfernsehübertragung

- a) Farbhilfsträger, Quadraturmodulation
- b) Burst-Signal
- c) PAL-Verfahren
- d) Störungsunterdrückung beim PAL-Verfahren

PAL: phase alternation line

Farbhilfsträger: Summensignal aus Hilfsträger 1 und Hilfsträger 2 (um  $90^\circ$  voreilend)

Burst-Signal: Synchronisiert den Farbhilfsträger im Farbfernseh-Empfänger (über Quarz erzeugt) phasenrichtig. Erforderlich, da in seiner Phase die Farb-art enthalten ist.

PAL-Verfahren: Der Bildinhalt der Zeile n wird normal (d. h. mit dem Winkel  $\varphi$  zwischen Hilfsträger 1 und dem Farbhilfsträger) übertragen und auf eine Verzögerungsleitung mit  $\tau = 64 \mu s$  ( $1/(15625 \text{ Hz})$ ) gegeben. Für den Inhalt der Zeile n + 2 wird der Winkel des Farbhilfsträgers negiert ( $-\varphi$ ). Der Empfänger macht die Negierung rückgängig und addiert die Information der Zeile n + 2 zu der (verzögerten und jetzt zeitlich richtigen) Information der Zeile n. Dieses Signal wird angezeigt. Die Störungen auf den Zeilen n und n + 2 unterscheiden sich in den meisten Fällen kaum voneinander, durch die senderseitige Drehung und empfängerseitige Rückdrehung heben sich die Amplituden der Störsignale weitgehend oder nahezu völlig auf.

Mehrkanalton: Unterschiedliche Nutzung der zwei Stereokanäle:

1. Beide Kanäle Mono
2. Stereoübertragung,
3. Zweiton: ein Kanal Sprache 1 der andere Kanal Sprache 2

**9.2.2 Farbfernsehbildübertragung (digital)**

**DVB-T**

**DVB-C**

**DVB-S**

**MPEG-2**

**Gleichwellennetz  
Fehlerschutz,  
REED-SOLOMON**

**Coderate**

**Schutzintervall,  
guard interval**

**4-stufige Phasenumtas-  
tung, Quarternary Phase  
Shift Keying, Q-PSK,  
4-PSK**

**16-stufige (64-stufige)  
Quadratur-Amplituden-  
Phasenumtastung,  
16-QAPSK (64-QAPSK)  
Coded Orthogonal  
Frequency Division  
Multiplex, COFDM**

**Statistischer Multiplex**

DVB-T: Terrestrische Übertragung; DVB-C: Kabelübertragung; DVB-S: Satellitenübertragung. Unterschiede in der Quellen- und Kanalkodierung, optimal an die jeweiligen Übertragungswege angepasst. Beispiel: DVB-T: Die Digitalisierung des Fernsehbildes erfordert eine Datenrate von ca. 170 Mbit/s, der Ton ca. 1,4 Mbit/s. Daraus ergibt sich die Forderung nach einer Datenreduzierung mit vertretbaren Einbußen bei der Bild- und Tonqualität. Verwendet wird die MPEG-2 (Quellen-) Codierung. Das ergibt eine Mindest-Datenrate von (2,5...4) Mbit/s für das Bild einschließlich Ton. Angestrebt wird ein Gleichwellennetz, d. h. mehrere benachbarte Sender senden auf gleicher Frequenz mit synchroner Datenrate, daraus folgt i. a. eine Erhöhung der Signalamplitude beim Empfänger (Addition der Gleichkanalsignale). Fehler durch mögliche Signalauslöschungen und andere auftretende Nutzsignalverfälschungen (Echosignale) werden durch einen Fehlerschutz verringert: Angewendet wird der REED-SOLOMON-Code RS (204,188), der an ein Codewort von 188 Byte ein Korrekturwort mit 16 Byte anhängt. Damit können maximal 8 fehlerhafte Bytes erkannt und korrigiert werden. Das Verfahren führt allerdings zur Verringerung der Nutzdatenrate. Coderate: Verhältnis Nutzdatenrate/(Nutzdatenrate + Fehlerschutzbitrate). Schutzintervall: Um möglichst viele Gleichkanalsignale und Reflexionen zur Erhöhung der Empfangsfeldstärke zu nutzen, die nicht gleichzeitig eintreffen, wird der Beginn des Nutzsignals nicht als solches verwendet. Dieses Schutzintervall wird auf eine Dauer von 1/4, 1/8, 1/16 oder 1/32 der Symboldauer eingestellt. Moduliert wird mit 4-stufiger Phasenumtastung und 16- bzw. 64-stufiger Quadratur-Amplituden-Phasenumtastung. Die gesamte zu übertragende Bitfolge wird in Gruppen aufgeteilt und einer Vielzahl von parallelen Trägern (theoretisch 2048 bzw. 8192) aufmoduliert. Die Träger haben einen Abstand von ca. 4,4 kHz bzw. 1,1 kHz. Bei der 4-PSK kann damit ein 2-bit-Symbol je Träger übertragen werden, bei der 16-QAPSK ein 4-bit-Symbol pro Träger und bei der 64-QAPSK ein 6-bit-Symbol pro Träger. Die Kanalbandbreite beträgt insgesamt 8 MHz. Durch geeignete Wahl der Trägerfrequenzen und des Trägerabstandes fallen die Maxima und die Nullstellen benachbarter Frequenzspektren zusammen und stören sich nicht gegenseitig, was für den Aufbau eines Gleichwellennetzes spricht. Bei DVB-T gibt es 2 Modi. Beim 2k-Modus stehen real 1512 Träger für Nutzdaten zur Verfügung (2048 theoretisch, 1705 praktisch für Nutzdaten und Zusatzdienste), beim 8k-Modus real 6048 Träger (8192 theoretisch, 6817 für Nutzdaten und Zusatzdienste). Beim 2k-Modus müssen wegen der geringeren Anzahl von Trägern Symbole mit mehr Bit pro Zeiteinheit und damit kürzerer Bit-Dauer aufmoduliert werden. Das Schutzintervall muss kürzer sein, deshalb müssen die Sender bei Gleichwellennetzen im 2k-Modus einen geringeren Abstand haben als im 8k-Modus. Beispiel: 8,4 km zu 33,6 km bei einer Schutzintervalldimensionierung von 1/8. Beim statistischen Multiplex bilden z. B. 4 Programme eine Einheit, auf die die übertragene Datenrate dynamisch zugewiesen wird. Erfordert ein Programm wegen eines Bildwechsels kurzzeitig eine höhere Datenrate, wird sie von Bildern mit momentan geringerer erforderlicher Datenrate abgezweigt. Das verbessert die Bildqualität bei schnellen Wechslen, kann aber zu „Bildruckeln“ führen, wenn die Gesamtdatenrate kurzzeitig nicht für die 4 Programme ausreicht.

10 Mehrfachübertragung – Multiplexverfahren

Zeitmultiplexverfahren:

Analog und digital kodierte Signale

Abtastfrequenz

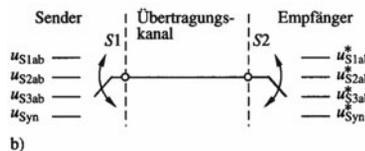
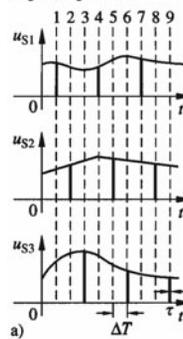
Bandbreite

Zykluszeit eines Schalterumlaufes

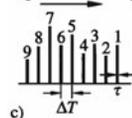
|            |          | Datenrate in Mbit/s            |      |
|------------|----------|--------------------------------|------|
|            |          | Schutzintervalldimensionierung |      |
| Modulation | Coderate | 1/4                            | 1/32 |
| 4-PSK      | 2/3      | 6,6                            | 8    |
| 4-PSK      | 7/8      | 8,7                            | 10,5 |
| 16-QAPSK   | 2/3      | 13,2                           | 16,1 |
| 16-QAPSK   | 7/8      | 17,4                           | 21,1 |
| 64-QAPSK   | 2/3      | 20                             | 24,1 |
| 64-QAPSK   | 7/8      | 26,1                           | 31,6 |

Datenrate in Abhängigkeit von der Modulationsart, der Coderate und der Schutzintervalldimensionierung

Aufeinanderfolge der übertragenen diskreten Signalamplituden



Signalflußrichtung



- a) Drei Signalverläufe
- b) Prinzip der Übertragung
- c) Signalverlauf auf dem Übertragungskanal

Voraussetzung: Alle Signale müssen frequenzbandbegrenzt (Grenzfrequenz  $f_g$ ) sein. Abtasttheorem von Shannon ergibt die Abtastfrequenz:

$$f_{ab} \geq 2,2 \cdot n \cdot f_g \text{ in Hz}$$

$n$  Zahl der Kanäle  
 $f_g$  Grenzfrequenz aller Kanäle (hier als gleich angenommen)

Analog kodierte Signale: Erforderliche Bandbreite des Kanals:

$$B \geq 2,2 \cdot n \cdot f_g + f_{syn} \text{ in Hz}$$

$f_{syn}$  Frequenz des Synchronisationssignals in Hz, dient zur Synchronisation der Schalterstellungen bei Sender und Empfänger.

$$\Delta T = 1/f_{ab}$$

- $\tau$  Dauer der Signalabtastung in s
- $\tau$  so klein wie möglich, es muss gelten:  $\tau < \Delta T$

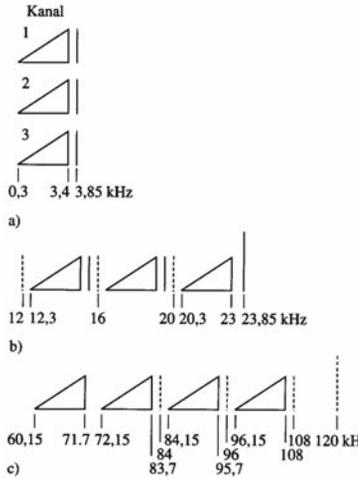
Zykluszeit eines Schalterumlaufes:

$$t_{um} = n \cdot \tau + n \cdot t_{sch} + t_{syn} \text{ in s}$$

$t_{sch}$  Zeit zum Weiterschalten auf den nächsten Kanal

$t_{syn}$  Zeitdauer für die Schaltersynchronisation in s

Frequenzmultiplexverfahren am Beispiel Fernsprechnetzes



Beispiel: Fernsprechnetzes  
a) Drei Fernsprechanäle  
b) Bildung der Vorgruppe  
c) Grundprimärgruppe

Digital kodierte Signale:  
 $B \geq n \cdot k \cdot f_g + f_{syn}$  in Hz  
 $k$  Zahl der Bits pro Abtastwert  
 Es muss gelten:  
 $\Delta T > k \cdot T_{bit}$   
 $T_{bit}$  Zeitdauer für ein Bit in s

Basissignale: 300 Hz bis 3,4 kHz, Sicherheitsabstand bis 3,85 kHz zur Kanaltrennung.

Kanal 1 wird Träger mit 12 kHz, Kanal 2 Träger mit 16 kHz und Kanal 3 Träger mit 20 kHz in Einseitenband-Amplituden-Modulation mit unterdrücktem Träger in Normallage aufmoduliert: Vorgruppe mit Frequenzbereich 12,3 bis 23,85 kHz.

Vier Vorgruppen werden Trägern mit 84, 96, 108 bzw. 120 kHz in Einseitenband-Amplituden-Modulation in Kehrlage aufmoduliert: Grundprimärgruppe. Sie überträgt 12 Gespräche im Frequenzbereich 60,15 bis 107,7 kHz gleichzeitig.

Erforderliche Kanalbandbreite:

$B \geq n \cdot B_S + n \cdot \Delta f$   
 $n$  Zahl der Basissignale  
 $B_S$  Bandbreite eines Basissignals in Hz  
 $\Delta f$  Sicherheitsabstand zur Kanaltrennung in Hz

11 Richtfunktechnik

Kennzeichen

Sender und Empfänger ortsfest. Frequenzbereich 300 MHz bis 30 GHz. Quasioptische Übertragung, bis etwa 100 km. Zwischenstationen (Relaisstationen) bei größeren Entfernungen. Mehrfachnutzung der verwendeten Frequenz möglich. Verringert die Ausfallrate einer Verbindung bei Parallelbetrieb zur Kabelverbindung. Relativ geringer Aufwand erforderlich. Verwendung von Parabolantennen als Richtantennen.

Frequenzdiversity, Raumdiversity

Dienen zur Erhöhung der Übertragungssicherheit.  
 Frequenzdiversity: Es wird das gleiche Signal über zwei parallele Übertragungskanäle mit unterschiedlichen Frequenzen übertragen.  
 Raumdiversity: Die Übertragung geschieht räumlich auf zwei unterschiedlichen Wegen, wobei auch die Empfänger örtlich voneinander getrennt sind.

# Nachrichtentechnik

## Nachrichtenübertragung über Satellit

### Scatterverbindung

Keine optische Sicht zwischen Sender und Empfänger. Zwischenstationen (Relaisstationen) nicht möglich (Telefonverkehr Bundesrepublik-Westberlin zu Zeiten der DDR). Sende- und Empfangsantenne werden auf einen gemeinsamen Punkt in der Troposphäre (1 bis 2 km hoch) ausgerichtet. Inhomogenitäten des Brechwertes reflektieren einen sehr geringen Anteil in Richtung Empfangsantenne. Es sind sehr große Sendeleistungen erforderlich.

### Freiraumdämpfung

*Freiraumdämpfung:* Dämpfung zwischen Sende- und Empfangsantenne, wenn beide als Kugelstrahler ausgebildet sind.

$$\text{Freiraumdämpfungsmaß } a_0 = 20 \cdot \lg \frac{4\pi \cdot l}{\lambda} \text{ in dB}$$

$l$  Entfernung in m,  $\lambda$  Wellenlänge in m

### Antennengewinnmaß

$$\text{Antennengewinnmaß } G = 10 \cdot \lg \frac{4r^2\pi^2q}{\lambda^2} \text{ dB}$$

$r$  Radius der Antenne in m;  $q$  Flächenausnutzungsfaktor,  $q \approx 0,6$ ;  $\lambda$  Wellenlänge in m

### Gesamt-Systemdämpfung

$$\text{Gesamt-Systemdämpfungsmaß: } a_{\text{ges}} = a_0 + a_L - (G_S + G_E)$$

$a_0$  Freiraumdämpfungsmaß in dB, siehe oben;  $a_L$  Zuleitungs-dämpfungsmaß in dB;  $G_S, G_E$  Antennengewinnmaß der Sende- bzw. Empfangsantenne, siehe oben

### Antennen

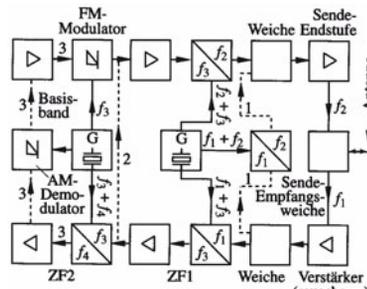
Parabolantennen mit Durchmesser  $< 4,5$  m. *Halbwertsbreite:* Winkel gegenüber der Hauptstrahlrichtung, bei der der Antennengewinn auf die Hälfte ( $-3$  dB) abgesunken ist. Bei Parabolantennen liegt der Winkel zwischen  $0,5^\circ$  und  $4^\circ$ . Die Halbwertsbreite sinkt mit steigendem Antennendurchmesser, so dass große Antennen eine größere Richtwirkung besitzen als kleine.

### Schwund

Störungen der Ausbreitungsbedingungen. *Interferenzschwund:* Überlagerung von direkt empfangener und reflektierter Welle und damit teilweise oder totale Auslöschung. *Absorptions- und Streuverluste:* Streuung und Dämpfung durch Wassertropfen und Wasserdampf, besonders für Frequenzen ab 10 GHz.

## 12 Nachrichtenübertragung über Satellit

### Transponder



- ...1... HF-Durchschaltung
- ...2... ZF-Durchschaltung
- ...3... Basisband-Durchschaltung

**ZF-Durchschaltung:** Umsetzung in eine deutlich niedrigere Frequenz (Zwischenfrequenz, ZF), damit einfachere und energiesparendere Verstärkung möglich.

**Basisband-Durchschaltung:** Signal wird demoduliert, dadurch Änderung der Modulationsart möglich.

**Antennen:** Parabol- oder Cassegrain-Antennen.

**Polarisation:** Horizontal und vertikal, dadurch zwei Signale auf der gleichen Frequenz übertragbar.

**Energieversorgung:** Solarzellen mit Pufferakkus.

G Antennengewinn  
 q Flächenausnutzungsfaktor,  $q \approx 0,6$   $G = q \cdot \left( \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{\lambda} \right)^2$   
 r Radius der Antenne in m  
 $\lambda$  Wellenlänge in m

Antennengewinn

Footprint

Darstellung der vom Satelliten auf die einzelnen Punkte der Erdoberfläche abgestrahlten Leistung einschließlich des Antennengewinns. Es werden Linien gleicher Leistung eingetragen. Damit kann die Leistungsabnahme vom Zentrum zu den Außenzonen abgelesen werden. Die Beschriftung dieser Linien kann z. B. in *EIRP, equivalent isotropically radiated power*, in logarithmischem Maßstab mit der „Einheit“ dBW erfolgen.

GPS

GPS: Global Positioning System. Geografisches Positionsbestimmungssystem. Etwa 25 Satelliten umkreisen die Erde in ca. 20.000 km Höhe, die Umlaufzeit beträgt etwa 12 Stunden. Damit stehen immer mindestens 4 Satelliten zum Empfang zur Verfügung. Sie senden ihre Position und die genaue Zeit aus, so dass ein Empfänger auf der Erde daraus seine genaue momentane Position bestimmen kann. Dieses System ist zunächst für militärische Zwecke und Spezialanwendungen entwickelt worden, und die Positionsbestimmung ist mit einem Fehler < 1 m möglich. Für den Privatanwender liegt der Fehler bei etwa (30...100) m.

DGPS

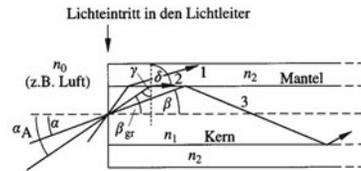
DGPS: Differential Global Positioning System. Um den Fehler des GPS zu verringern, wird an einem ganz genau vermessenen Ort ein GPS-Empfänger aufgestellt. Er vergleicht seinen genau bekannten Standort mit den Satellitendaten und gibt einen Korrekturwert an andere Empfänger weiter, so dass der Fehler der Positionsbestimmung auf wenige Meter sinkt. Einige Rundfunksender der ARD haben auf UKW die Übermittlung dieser DGPS-Daten eingeführt, ebenso Deutschlandradio auf Langwelle. DGPS wird z. B. angewendet zur Positionsbestimmung und zur Verkehrsleitung von Autofahrern (Navigationssysteme).

### 13 Lichtwellenleiter (LWL)

Akzeptanzwinkel  $\alpha_A$

Numerische Apertur  
 $A_N = \sin \alpha_A$

Relative Brechzahl-  
 differenz  $\Delta$



Reflexion und Brechung

1.  $\alpha > \alpha_A \Rightarrow$  Strahl 1,  
keine Übertragung möglich

2.  $\alpha = \alpha_A \Rightarrow$  Grenzfall mit  
 $\sin \alpha_A = \frac{n_1}{n_0} \sqrt{1 - \frac{n_2^2}{n_1^2}} = A_N$

$n_i$  Brechzahlen, siehe Bild

3.  $\alpha < \alpha_A \Rightarrow$  Strahl 3,  
Licht wird am Mantel-  
reflektiert.

$$\Delta \approx \frac{n_1 - n_2}{n_1}$$

# Nachrichtentechnik

## Lichtwellenleiter (LWL)

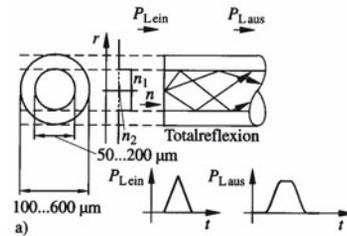
### Moden

**Moden:** Diejenigen Lichtwellen, die im Lichtleiter ausbreitungsfähig sind. Ihre Zahl hängt ab vom Kerndurchmesser, von der Lichtwellenlänge und der numerischen Apertur.

### Modendispersion, Impulsverbreiterung

**Modendispersion, Impulsverbreiterung:** Zeitliche Verbreiterung des Ausgangssignals gegenüber dem Eingangssignal durch die unterschiedlichen Laufzeiten der Lichtwellen bei den möglichen Eintrittswinkeln  $\alpha$  in den Lichtleiter ( $0 \leq \alpha \leq \alpha_A$ ). Bei impulsförmigem Lichtsignal am Lichtleitereingang spricht man auch von *Impulsverbreiterung*.

### Mehrmoden-Stufenindex



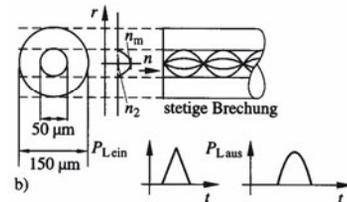
a) Mehrmoden-Stufenindex: Ausbreitungsfähige Moden:

$$M_S = 2 \cdot \left( \frac{\pi \cdot r_0}{\lambda} \right)^2 \cdot (n_1^2 - n_2^2)$$

Impulsverbreiterung:

$$\Delta t_S \approx \frac{l}{c} \cdot n_1 \cdot \Delta$$

### Mehrmoden-Gradientenindex



b) Mehrmoden-Gradientenindex:

Die Brechzahl  $n$  im Kern hängt vom Radius  $r$  ab:

$$n(r) = n_M \left[ 1 - 2\Delta \left( \frac{r}{R} \right)^x \right]^{1/2}$$

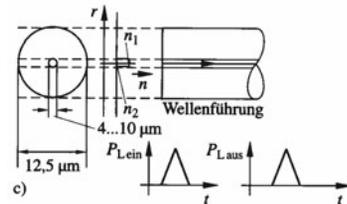
Ausbreitungsfähige Moden:

$$M_G = M_S / 2$$

Impulsverbreiterung:

$$\Delta t_G \approx \frac{l}{c} \cdot n_1 \cdot \frac{\Delta^2}{2}$$

### Einmoden-Stufenindex



c) Einmoden-Stufenindex: Ausbreitungsfähige Moden:

$$M_E = 1$$

Impulsverbreiterung:

$$\Delta t_E \approx M_\lambda \cdot \Delta \lambda \cdot l$$

Lichtwellenleitertypen

- a) Mehrmoden-Stufenindex
- b) Mehrmoden-Gradientenindex
- c) Einmoden-Stufenindex

Formelzeichen:

- $\lambda$  Lichtwellenlänge in m
- $c$  Lichtgeschwindigkeit in m/s
- $l$  Lichtleiterlänge in m
- $r_0$  größter Kernradius in m
- $\Delta \lambda$  Linienbreite der Lichtquelle in m
- $M_\lambda$  Dispersion in  $s/(m^2)$ , hängt von  $\lambda$  ab

| Daten von Lichtwellenleiterkabeln  |   |   |   |                             |   |   |
|------------------------------------|---|---|---|-----------------------------|---|---|
| Leiterart                          | Kern-<br>durch-<br>messer<br>in $\mu\text{m}$ | Mantel-<br>durch-<br>messer<br>außen,<br>in $\mu\text{m}$ | Dämp-<br>fung bei<br>850 nm<br>in dB/km | Disper-<br>sion in<br>ns/km | Bitrate<br>bei 1 km<br>Länge<br>in Mbit/s | Impulsver-<br>breiterung<br>bei 1 km<br>Länge in ns |
| Mehrmoden-<br>Stufenindex          | 50...200                                      | 100...600   | 5...30                                  | 40...50                     | $\approx 60$                              | 10...100  |
| Mehrmoden-<br>Gradienten-<br>index | 50  | 150   | 3...10                                  | 1...2                       | $\approx 600$                             | 0,1...1   |
| Einmoden-<br>Stufenindex           | 4...10  | 12,5  | 2...5                                   | 0,1...0,2                   | $\approx 1000$                            | < 0,005   |

## 14 Funkmess- technik – Radar

### Radarquerschnitt $S_e$

Auch Rückstreu- oder Echoquerschnitt. Strahlungsdichte in  $\text{W}/\text{m}^2$  am reflektierenden Körper (Gegenstand), verursacht durch die vom Sender ausgesendete Leistung  $P_S$ .

$$S_e = \frac{g \cdot P_S}{4 \cdot \pi \cdot r^2} \text{ in } \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

$g$  Antennengewinn  
 $P_S$  Senderleistung in W  
 $r$  Abstand Sender – Körper in m

### Radarquerschnitt $A_e$

$\lambda$  Wellenlänge des Radarsignals in m.  
Vor.: Reflektierender Körper mit ebener Fläche  $A_{pl}$  und Abmessungen  $\gg \lambda$ , Radarstrahl trifft senkrecht auf.

$$A_e \approx \frac{4 \pi \cdot A_{pl}^2}{\lambda^2}$$

### Reflektierte Strahlungsdichte an der Sendeantenne

Anteil von  $S_e$ , der vom Körper reflektiert wird und an der Sendeantenne ankommt.

$$S_S = \frac{A_e \cdot S_e}{4 \cdot \pi \cdot r^2} \text{ in } \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

### Reichweite

$P_S$  Senderleistung in W  
 $A_e$  Radarquerschnitt in  $\text{m}^2$   
 $A$  Wirkfläche der Empfangsantenne in  $\text{m}^2$   
 $\lambda$  Wellenlänge des Radarsignals in m  
 $k$  Boltzmann-Konstante  
 $T$  absolute (thermodynamische) Temperatur in K  
 $B$  Bandbreite des Radarsignals in Hz  
 $F$  Rauschzahl des Empfängers  
 $S_r$  Störabstand

$$r_{\max} \sqrt[4]{\frac{P_S A_e A^2}{4 \pi \lambda^2 k T B F S_r}}$$

### Primärradar

Der Körper reflektiert passiv den Radarstrahl.

Geringe Amplitude

### Sekundärradar

Ein im Körper eingebauter Transponder antwortet auf ein Codewort des Senders mit einem eigenen Sender.

Sichere Signalerkennung, geringere Ortungsgenauigkeit

## Nachrichtentechnik

### Elektroakustik – Grundbegriffe

#### 15 Elektroakustik – Grundbegriffe

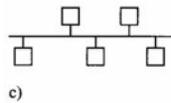
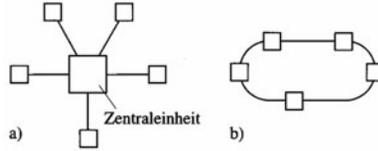
|   |  |   |
|---|--|---|
| <b>Schall</b>   | Mechanische Energie in Form von Schwingungen und Wellen eines elastischen Mediums  |   |
| <b>Hörschall, Infraschall, Ultraschall</b>                    | Hörschall: Schall im Frequenzbereich des menschlichen Hörens, ca. 16 Hz bis 16 kHz<br>Infraschall: Schall unterhalb ca. 16 Hz<br>Ultraschall: Schall oberhalb ca. 16 kHz   |   |
| <b>Geräusch</b>   | Schallsignal, das meistens ein nicht zweckbestimmtes Schallereignis charakterisiert  | Beispiel: Maschinen-geräusch  |
| <b>Schall-Kennimpedanz <math>W_0</math>; Wellenwiderstand</b> | Widerstand, den das Medium der Schallwelle entgegensetzt<br>$c$ Schallgeschwindigkeit in m/s<br>$\rho$ Dichte in $\text{kg/m}^3$<br>$W_0 = 413 \text{ (N s)/m}^3$ in Luft bei Normaldruck und $20^\circ\text{C}$ .<br>Die Schallkennimpedanz heißt Wellenwiderstand, wenn das Medium verlustfrei ist (Wellenwiderstand reell). | $W_0 = c \cdot \rho$ in $\frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}}$ |
| <b>Schalldruck in <math>\text{N/m}^2</math></b>               | Durch die Schallschwingung hervorgerufener Wechseldruck $p$ . Der Praxis angepasst: Angabe in $\mu\text{bar}$ .  | $1 \mu\text{bar} = 10^{-1} \text{N/m}^2$<br>$= 10^{-1} \text{Pa}$     |
| <b>Schallschnelle <math>v</math></b>                          | Geschwindigkeit, mit der sich die Atome bzw. Moleküle durch den Schall-<br>druck um ihre Ruhelage bewegen.<br>$\omega$ Kreisfrequenz in 1/s<br>$s$ Schwingweg der Schallquelle in m<br>$p$ Schalldruck in $\text{N/m}^2$<br>$W_0$ Schallkennimpedanz in $\text{kg}/(\text{s m}^2)$   | $v = \omega \cdot s = \frac{p}{W_0}$ in $\frac{\text{m}}{\text{s}}$   |
| <b>Schallgeschwindigkeit <math>c</math></b>                   | Geschwindigkeit, mit der sich die Schallwelle fortpflanzt.<br>$E$ Elastizitätsmodul in $\text{N/m}^2$<br>$\rho$ Dichte in $\text{kg/m}^3$<br>$c = 340 \text{ m/s}$ in Luft (Normaldruck, $20^\circ\text{C}$ )  | $c = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ in $\text{m/s}$                           |
| <b>Schallintensität <math>J</math></b>                        | Produkt aus Schallschnelle und Schall-<br>druck oder Quotient aus Schalleistung<br>und Fläche.   | $J = v \cdot p = \frac{p^2}{W_0}$ in $\text{W/m}^2$                   |
| <b>Schalleistung <math>P_{\text{ak}}</math></b>               | Produkt aus Schallintensität $J$ und Flä-<br>che $A$ .   | $P_{\text{ak}} = J \cdot A$ in $\text{W}$                             |

|   |   |   |
|---|---|---|
| <b>Hörschwelle</b>  | Die Hörschwelle ist der Schalldruck, den das Ohr gerade noch wahrnehmen kann. $1 \text{ Pa} = 10 \text{ } \mu\text{bar}$ .  | $\rho_0 = 2 \cdot 10^{-4} \text{ } \mu\text{bar}$   |
| <b>Schallpegel</b>  | Logarithmisches Verhältnis des tatsächlichen Schalldruckes $p_1$ zu einem <i>Bezugs-Schalldruck</i> $p_0$ . Die Bezugsgröße $p_0$ ist anzugeben.  |   |
| <b>Schalldruckpegel <math>L_p</math></b>  | Logarithmisches Verhältnis des tatsächlichen Schalldruckes $p_1$ zum Schalldruck der Hörschwelle $\rho_0 = 2 \cdot 10^{-4} \text{ } \mu\text{bar}$  | $L_p = 20 \cdot \lg \frac{p_1}{\rho_0}$ in dB       |
| <b>Elektroakustischer Übertragungsfaktor für Schallsender (Lautsprecher) <math>B_S</math></b> | $p$ Schalldruck in Pa<br>$U$ elektrische Spannung in V  | $B_S = \frac{p}{U}$ in $\frac{\text{Pa}}{\text{V}}$ |
| <b>Elektroakustischer Übertragungsfaktor für Schallempfänger (Mikrofone) <math>B_E</math></b> | $p$ Schalldruck in Pa<br>$U$ elektrische Spannung in V. Maß für die „Empfindlichkeit“, z. B. Kondensatormikrofon:<br>$B_E \approx 1 \text{ mV/Pa}$  | $B_E = \frac{U}{p}$ in $\frac{\text{V}}{\text{Pa}}$ |
| <b>16 Vermittlungstechnik – Verkehrstheorie</b>   |   |   |
| <b>Verkehrsmenge <math>Y</math></b>   | $c$ Zahl der Belegungen<br>$T_m$ mittlere Belegungsdauer in s   | $Y = c \cdot T_m$ in Erl h                          |
| <b>Verkehrswert <math>y_v</math></b>  | $T$ Beobachtungsdauer in s  | $y_v = Y/T = c \cdot T_m/T$ in Erl                  |
| <b>Angebot <math>A</math></b>   | $C_A$ Zahl der Belegungen bzw. Belegungsversuche<br>$T_m$ mittlere Belegungsdauer in s  | $A = C_A \cdot T_m$                                 |
| <b>Leistung <math>y</math></b>  | Maximaler Verkehrswert einer Anlage.<br>$C_y$ Zahl der maximal möglichen Belegungen<br>$T_m$ mittlere Belegungsdauer in s   | $y = C_y \cdot T_m$                                 |
| <b>Verlustsystem, Restverkehr <math>R</math></b>  | Das Angebot übersteigt die Leistung.  | $R = A - y = (C_A - C_y) \cdot T_m$                 |
| <b>Verlust <math>V</math></b>   |   | $V = R/y$   |
| <b>Mittlere Wartedauer <math>T_w</math></b>   | <i>Wartezeitsystem:</i> Eine momentan nicht herstellbare Belegung wird solange in einer Warteschleife gespeichert, bis sie durch eine freiwerdende Einrichtung durchgeführt werden kann.<br>$T_{wges}$ Wartezeit aller wartenden Belegungen zusammen<br>$C_w$ Anzahl der verzögerten Belegungen | $T_w = T_{wges}/C_w$                                |

**17 Kommunikations- und Datennetze**

**17.1 Lokale Kommunikations- und Datennetze, LAN**

**Netzstrukturen**



a) Stern, b) Ring, c) Bus

**Eigenschaften**

| Sternstruktur                |  |
|------------------------------|--|
| Kennzeichen                  | Zentralrechner (Server) und Einzelrechner  |
| Vorteile                     | Relativ hohe Übertragungsrate – Keine Systemstörung, wenn Einzelrechner oder Leitung ausfällt – Mit wenig Aufwand um weitere Einzelrechner erweiterbar |
| Nachteile                    | Bei Ausfall des Zentralrechners fällt gesamte Anlage aus – Der Zentralrechner muss bei großen Netzen sehr leistungsfähig sein.                         |
| Maximale Übertragungsrate    | 2...100 Mbit/s, auch abhängig vom verwendeten Verbindungskabeltyp  |
| Maximale Zahl der Teilnehmer | >> 100, hängt von der Leistungsfähigkeit des Zentralrechners ab.   |
| Verbindungskabel             | Koaxialkabel; UTP; STP; Lichtwellenleiter <sup>1)</sup>  |
| Steuerung                    | Zentralrechner   |

| Ringstruktur                 |   |
|------------------------------|---|
| Kennzeichen                  | Einzelrechner in geschlossener Ringform miteinander verbunden   |
| Vorteile                     | Kein Zentralrechner erforderlich – Zugriff auf andere Einzelrechner relativ einfach                             |
| Nachteile                    | Störung des Betriebes bei Ausfall eines Einzelrechners oder Kabels (lässt sich mit einigem Aufwand minimieren). |
| Maximale Übertragungsrate    | ca. 16 Mbit/s (theoretisch), 1Mbit/s praktisch (kritisch: Übergang Ring auf Rechner)                            |
| Maximale Zahl der Teilnehmer | ca. 100   |
| Verbindungskabel             | Koaxialkabel; UTP; STP <sup>1)</sup>  |
| Steuerung                    | Token-Ring-Struktur   |

| Busstruktur ohne File-Server |  |
|------------------------------|--|
| Kennzeichen                  | Anschluss der Einzelrechner an einen Systembus, kein Zentralrechner  |
| Vorteile                     | Zusätzliche Einzelrechner leicht einfügbar   |
| Nachteile                    | Zunehmende Zahl von Einzelrechnern verringert die Übertragungsrate – Bei Kabeldefekt fällt gesamte Anlage aus. |
| Maximale Übertragungsrate    | 10 Mbit/s; 100 Mbit/s vorgesehen   |
| Maximale Zahl der Teilnehmer | ca. 100  |
| Verbindungskabel             | UTP; STP <sup>1)</sup> ; Koaxialkabel <sup>2)</sup>  |
| Steuerung                    | Einzelrechner untereinander. Ethernet-Spezifikation  |

| Busstruktur mit File-Server  |   |
|------------------------------|---|
| Kennzeichen                  | Anschluss der Einzelrechner an einen Systembus, mit File-Server (Zentralrechner)  |
| Vorteile                     | Zusätzliche Einzelrechner leicht einfügbar – File-Server stellt häufig benötigte Daten zur Verfügung, d. h. Anlage einfach erweiterbar mit neuen Daten. |
| Nachteile                    | Zunehmende Zahl von Einzelrechnern verringert die Übertragungsrate – Bei Kabel- und Server-Defekt fällt gesamte Anlage aus.                             |
| Maximale Übertragungsrate    | 10 Mbit/s; 100 Mbit/s vorgesehen  |
| Maximale Zahl der Teilnehmer | ca. 100   |
| Verbindungskabel             | UTP; STP <sup>1)</sup> ; Koaxialkabel <sup>2)</sup>   |
| Steuerung                    | File-Server und Einzelrechner. Ethernet-Spezifikation   |

<sup>1)</sup> UTP: Verdrillte Doppelader, nicht abgeschirmt, bis 4 Mbit/s; STP: Verdrillte Doppelader, abgeschirmt, bis 20 Mbit/s.

<sup>2)</sup> Bei den Koaxialkabeln haben sich für Ethernet bei Normalanwendungen die 50-Ω-Kabel UG-274 (Thinnet-Cable), doppelt abgeschirmt, und RG 58 (Cheapernet Cable), einfach abgeschirmt, durchgesetzt.

## 17.2 Öffentliche Kommunikations- und Datennetze (Auswahl)

### Fernsprechnetz

Historisch ältestes Kommunikationsnetz, zunächst zur Sprachübertragung eingesetzt; heute kombiniertes Kommunikations- und Datennetz (Sprachübertragung, Telefax, Internet, ...). Auf der Teilnehmerseite leitungsgebunden oder in einem eng begrenzten Bereich (Umkreis ca. 300 m) leitungslos („Schnurlos-Telefon“).

## Nachrichtentechnik

### Optimierte Nachrichten- und Datenübertragung

#### ISDN

Integrated services digital network. Eigenschaften, Kenngrößen: Digitales Netz zur Übertragung von Sprache, Daten, Bilder, Text usw. Übertragung mit 64 kbit/s (s.u.) über vorhandenes Fernsprechnet. Ev. erforderliche A-D- bzw. D-A-Umsetzer sind an der Schnittstelle Teilnehmer / Fernsprechnet in die dort vorhandenen Endgeräte integriert. Basisanschluss: Zwei B-Kanäle mit je 64 kbit/s für die Kommunikation und die Daten, ein D-Kanal mit 16 kbit/s als Signalisierungskanal. Die drei Kanäle werden im Zeitmultiplexverfahren bereitgestellt. Durch Anhängen einer speziellen Ziffer an die Rufnummer kann ein Endgerät gezielt angesprochen werden. Es sind u. a. folgende Zusatzdienste integriert: Automatischer Rückruf, Anrufweiterschaltung, Rückfrage.

#### Mobilfunknetz

Besondere Bedeutung hat das Funktelefonnetz. Aktuelle länderübergreifende Funktelefonnetze: D1, D2, E1 (E-plus), O<sub>2</sub>. Ziel: Weltweite Erreichbarkeit des Teilnehmers zu jedem Zeitpunkt. Übermittlung von Sprache, Text, Bildern und Daten. Kombiniertes Sender-Empfänger klein und handlich: „Handy“.

#### Internet

Größtes Datennetz, auch zur Kommunikation geeignet. Protokoll: TCP/IP. Kein „Zentralkomputer“, kein „Hauptkabel“. Alle Server sind gleichwertig und gleichberechtigt. Beispiele für Leistungen: a) Elektronische Post (electronic mail, kurz: E-Mail): Beim Server wird ein persönlicher Briefkasten eingerichtet, in dem die für den Empfänger bestimmte Post abgelegt wird und vom Empfänger jederzeit abgerufen werden kann. b) Laden von Datenblättern, Programmen und Programm-Updates in den eigenen Rechner. c) Datenbanken nach Informationen zu einem bestimmten Begriff durchsuchen. Um die Suche zu erleichtern, gibt es spezielle „Suchmaschinen“ (z. B. Google). d) Diskussionsforen. e) Spiele laden und mit anderen Teilnehmern spielen. f) Ware einkaufen.

## 18 Optimierte Nachrichten- und Datenübertragung

### 18.1 Quellenkodierung

#### Ziel, Maßnahmen

Die Information der Quelle enthält neben der „eigentlichen“ Information noch zwei weitere Anteile:

1. Redundanz;
  2. Irrelevante Information. Sie entsteht als Nebenprodukt und hat keinerlei Verknüpfung mit der eigentlichen Information.
- Aufgabe der Quellenkodierung ist zunächst die Beseitigung der irrelevanten Information. Anschließend wird die vorhandene Redundanz so weit wie möglich reduziert, weil sie in der Regel zur Fehlererkennung und -korrektur nicht *optimal* geeignet ist. Dazu wird die mittlere Kodewortlänge durch die folgenden zwei Maßnahmen minimiert:
1. Je größer die Auftrittswahrscheinlichkeit eines Zeichens oder einer Zeichengruppe ist, desto kürzer ist die Kodewortlänge.
  2. Es werden nicht einzelne Zeichen, sondern Zeichengruppen kodiert.

#### Mittlere Kodewortlänge $l_m$

$l_i$  Kodewortlänge (Anzahl der Binärstellen) des Zeichens bzw. der Zeichenfolge  $x_i$  in bit  
 $p(x_i)$  Wahrscheinlichkeit für das Auftreten des Zeichens  $x_i$

$$l_m = \sum_{i=1}^k l_i \cdot p(x_i) \text{ in bit}$$

**Bedingungen für die Kodierung**

**Ungleichung von Kraft**

1. *Eindeutigkeit*: Den einzelnen Zeichen oder Zeichengruppen dürfen nur solche Kodierungen zugeordnet werden, die *Endpunkte* im Kodebaum sind. Andernfalls kann die empfangene Bitfolge nicht eindeutig dekodiert werden.
2. *Existenz*: Ein dekodierbarer Kode existiert genau dann, wenn die Ungleichung von *Kraft* erfüllt ist.

Ungleichung von *Kraft*:  

$$\sum_{i=1}^k 2^{-l_i} \leq 1$$
 für Binärkode  
 $l_i$  Kodewortlänge (Zahlenwert)

**Optimalkode nach Fano**

1. Die Zeichen oder Zeichengruppen werden nach abnehmender Wahrscheinlichkeit sortiert.
2. Die Liste wird durch einen ersten Teilstrich so in zwei Teile zerlegt, dass die Summe der Wahrscheinlichkeiten je Teil etwa 0,5 ist. Die Elemente des einen Listenteils erhalten eine 0 als erstes Bit, die anderen eine 1.
3. Die Elemente des Listenteils mit der 0 werden wiederum durch einen zweiten Teilstrich in zwei Teile geteilt, so dass beide etwa die gleiche Wahrscheinlichkeitssumme erhalten. Der eine Teil erhält als zweite Kodierung eine 0, der andere eine 1. Mit dem Teil, der als erstes Bit eine 1 erhalten hat, wird genauso verfahren.
4. Das Prinzip wird solange fortgesetzt, bis nach einer Teilung nur noch Einzelelemente übrig sind.

**18.2 Kanalkodierung**

**Grundlagen**

- *Hamming-Distanz h*: Sie gibt an, in wieviel Stellen sich die einzelnen (gleichlangen) Kodewörter *minimal* unterscheiden.
- *Gewicht eines Kodewortes*: Anzahl der Einsen im Kodewort.
- *Gleichgewichtige Kodes*: Jedes Kodewort enthält die gleiche Anzahl von Einsen.
- *Fehlererkennende Kodes*: Es wird erkannt, dass ein übertragenes Bitmuster falsch ist, es kann aber nicht ermittelt werden, welches Bit falsch ist. Es muss deshalb eine erneute Übertragung gestartet werden.
- *Fehlerkorrigierende Kodes*: Das falsch übertragene Bitmuster wird als falsch erkannt und korrigiert. Eine erneute Übertragung ist nicht erforderlich.

Die Anzahl der erkennbaren bzw. korrigierbaren Fehler ergibt sich aus der Hamming-Distanz *h*:

- Zahl der erkennbaren Fehler (ohne Korrektur):  $h - 1$ .
- Zahl der *selbständig korrigierbaren Fehler*:  $\frac{h-1}{2}$  für  $h = 1, 3, 5, \dots$ ;

$$\frac{h}{2} - 1 \text{ für } h = 2, 4, 6, \dots$$

Bei einem Kode mit  $h = 3$  kann man entweder zwei Fehler erkennen, ohne sie zu korrigieren, oder einen Fehler erkennen und korrigieren.

- *Blockkodes*: Alle Kodewörter sind gleich lang.
- *Faltungskodes*: Die Kontrollbits werden nicht zu jedem einzelnen Kodewort hinzugefügt, sondern während der Übertragung der Daten gebildet und in geeigneter Form eingebaut. Die Eigenschaften dieser Kodes werden in der Regel durch Simulation erfasst, weil die mathematische Darstellung umfangreich ist.

- *Systematische Codes*: Die ersten Stellen sind stets die Informationsstellen, die restlichen enthalten die Prüfbits. Diese Codes sind vom Aufbau her übersichtlich.
- *Zyklische Codes*: Die Kodewörter werden nach Rechenvorschriften mit sogenannten
- *Generatorpolynomen* gebildet. Sie sind nicht übersichtlich, haben aber den Vorteil, dass besonders bei langen Kodewörtern die Kodierung und Dekodierung durch die Verwendung mathematischer Algorithmen mit relativ niedrigem Aufwand möglich ist.

### Maximum-Likelihood-Bedingung

Der Empfänger empfängt das Zeichen  $y_i$  und ordnet ihm das Zeichen  $x_i = x_{i-opt}$  mit der größten vorhandenen Wahrscheinlichkeit zu.

$$p(y_i | x_{i-opt}) \geq p(y_i | x_{i \neq i-opt})$$

### Optimalfilter

Beispiel: Tiefpassfilter. Durch Verwendung dieses Filters wird der Frequenzbereich für das Nutz- und das Störsignal einschränkt.

1.  $\overline{\delta_S^2}$ : Durch die Begrenzung der Signalfrequenzen auf den Bereich  $0 \dots f_g$  wird das ungestörte Signal  $u_S(t)$  verfälscht, und zwar um so mehr, je kleiner  $f_g$  gewählt wird.

2.  $\overline{\delta_N^2}$ : Der Bereich der Störfrequenzen wird ebenfalls auf den Bereich  $0 \dots f_g$  begrenzt. Je kleiner  $f_g$  gewählt wird, desto geringer sind die Verfälschungen von  $u_S(t)$  durch das Störsignal.

Optimierungsvorschrift:

$$\overline{\delta_{ges}^2} = \overline{\delta_S^2} + \overline{\delta_N^2} = \text{Minimum}$$

$$\overline{\delta_S^2} = 2 \cdot \int_{f_g}^{\infty} \Phi_S(f) df;$$

$$\overline{\delta_N^2} = 2 \cdot \int_0^{f_g} \Phi_N(f) df$$

# 1 Einführung

## Bezeichnungen

System: z. B. Verstärker, Signal-Übertragungsstrecke.  
 $h(t)$  Systemeigenschaften in Abhängigkeit von der Zeit  
 Systemeigenschaften in Abhängigkeit von der Frequenz:  
 $H(f)$  bei der Fouriertransformation  
 $H(s)$  bei der Laplacetransformation  
 $H(z)$  bei der z-Transformation  
 $s_1(t)$  Eingangsgröße in Abhängigkeit von der Zeit  
 $\underline{s}_1(f)$  Eingangsgröße in Abhängigkeit von der Frequenz, Fouriertr.  
 $F_1(s)$  Eingangsgröße in Abhängigkeit von der Frequenz, Laplacetr.  
 $S_1(z)$  Eingangsgröße in Abhängigkeit von der Frequenz, z-Transf.  
 $s_2(t)$  Ausgangsgröße in Abhängigkeit von der Zeit  
 $\underline{s}_2(f)$  Ausgangsgröße in Abhängigkeit von der Frequenz, Fouriertr.  
 $F_2(s)$  Ausgangsgröße in Abhängigkeit von der Frequenz, Laplacetr.  
 $S_2(z)$  Ausgangsgröße in Abhängigkeit von der Frequenz, z-Transf.

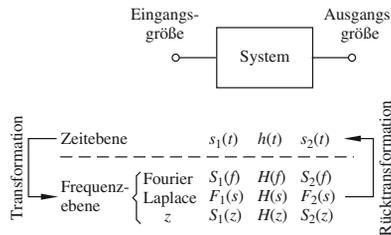
Auch verwendete Schreibweisen:

$$S(f); \underline{S}(j\omega); H(f); \underline{H}(j\omega)$$

Laplacetransformation:  
Wegen Verwechslungsgefahr

1.  $F(s)$  statt  $S(s)$ ;
2.  $f(t)$  statt  $s(t)$

## Verknüpfung von Eingangs- und Ausgangsgrößen



$$S_2(f) = H(f) \cdot S_1(f)$$

$$F_2(s) = H(s) \cdot F_1(s)$$

$$S_2(z) = H(z) \cdot S_1(z)$$

$$s_2(t) = h(t) * s_1(t)$$

\* Symbol für „Faltung“

System mit zugeordneten Größen

# 2 Grundbegriffe

## Linearität eines Systems

Für zwei Einzelsignale soll gelten:  
 $s_{1a}(t) \bullet \bullet s_{2a}(t)$ ;  $s_{1b}(t) \bullet \bullet s_{2b}(t)$   
 dann gilt für das Summensignal:  
 $s_{1a}(t) + s_{1b}(t) \bullet \bullet s_{2a}(t) + s_{2b}(t)$   
 Übertragungseigenschaft unabhängig von der Amplitude

•—•  
 allgemein für Zuordnung  
 Index 1: Eingangsgröße  
 Index 2: Ausgangsgröße des Systems

## Stabilität eines Systems

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (s_2(t)) = 0 \text{ für } \lim_{t \rightarrow \infty} (s_1(t)) = 0$$

## Zeitinvarianz eines Systems

Für die Zuordnung  $s_1(t) \bullet \bullet s_2(t)$  folgt:  
 $s_1(t + \tau) \bullet \bullet s_2(t + \tau)$ .  
 Übertragungseigenschaft unabhängig von der Zeit

$\tau$  beliebige Zeitverschiebung

# Signal- und Systemtheorie

## Periodische nichtsinusförmige zeitkontinuierliche Signale

### Übertragungsfunktion

Sie enthält die Eigenschaften des Systems in Abhängigkeit von der Frequenz, unabhängig vom Eingangssignal.

Definiert für die Fourier-, Laplace- und z-Transformation

$$\underline{H}(f) = \frac{\underline{S}_2(f)}{\underline{S}_1(f)}; \quad H(s) = \frac{F_2(s)}{F_1(s)}; \quad H(z) = \frac{F_2(z)}{F_1(z)}$$

### Spektralfunktion

### Spektraldichte $\underline{S}(f)$

$$\underline{S}(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) \cdot e^{-j\omega t} dt,$$

Verknüpfung von Zeit- und Frequenzebene

siehe Fouriertransformation

### Leistungsspektralfunktion $S_{ss}(f)$

$$S_{ss}(f) = \lim_{\Delta t \rightarrow \infty} \frac{1}{\Delta t} |\underline{S}(f)|^2$$

## 3 Periodische nichtsinusförmige zeitkontinuierliche Signale

### Reelle Fourierreihe

$$s(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cdot \cos k\omega t + b_k \cdot \sin k\omega t)$$

$$= \sum_{k=0}^{\infty} \hat{s}_k \cdot \sin(k\omega t + \varphi_k)$$

$a_0$  Gleichanteil  
 $k = 1$ : Grundschwingung oder  
 1. Harmonische  
 $k = 2$ : 1. Oberschwingung oder  
 2. Harmonische  
 usw.

Umrechnung:

$$\hat{s}_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2}; \quad \varphi_k = \arctan \frac{a_k}{b_k}$$

$$a_0 = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T s(t) dt;$$

$$a_k = \frac{2}{T} \cdot \int_0^T s(t) \cdot \cos k\omega t dt;$$

$$b_k = \frac{2}{T} \cdot \int_0^T s(t) \cdot \sin k\omega t dt$$

An Sprungstellen (z. B. Rechteckverlauf) geht der Wert der Fourierreihe gegen den arithmetischen Mittelwert aus rechts- und linksseitigem Grenzwert

### Symmetrie-Eigenschaften

1. Gerade Funktion, d. h.  $s(t) = s(-t)$ :

$$\Rightarrow 1. b_k = 0 \text{ für alle } k; \quad 2. a_0 = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} s(t) dt;$$

$$3. a_k = \frac{4}{T} \int_0^{T/2} s(t) \cdot \cos k\omega t dt$$

2. Ungerade Funktion, d. h.  $s(t) = s(-t)$ :

$$\Rightarrow 1. a_0 = 0; \quad 2. a_k = 0 \text{ für alle } k; \quad 3. b_k = \frac{4}{T} \int_0^{T/2} s(t) \cdot \sin k\omega t dt$$

3.  $s(t + T/2) = -s(t)$  :
- ⇒ 1.  $a_{2k} = 0$  und  $b_{2k} = 0$  für alle  $k$ ;
  - 2.  $a_{2k+1} = \frac{4}{T} \int_0^{T/2} s(t) \cdot \{\cos(2k+1)\omega t\} dt$
  - 3.  $b_{2k+1} = \frac{4}{T} \int_0^{T/2} s(t) \cdot \{\sin(2k+1)\omega t\} dt$  ; 4.  $a_0 = 0$  .
4. Gleichzeitig erfüllt:  $s(t) = s(-t)$  und  $s(t + T/2) = -s(t)$  :
- ⇒ 1.  $b_k = 0$  und  $a_{2k} = 0$  für alle  $k$ ,
  - 2.  $a_{2k+1} = \frac{8}{T} \int_0^{T/4} s(t) \cdot \{\cos(2k+1)\omega t\} dt$
5. Gleichzeitig erfüllt:  $s(t) = -s(-t)$  und  $s(t + T/2) = -s(t)$  :
- ⇒ 1.  $a_0 = 0$  ,  $a_k = 0$  und  $b_{2k} = 0$  für alle  $k$ ;
  - 2.  $b_{2k+1} = \frac{8}{T} \int_0^{T/4} s(t) \cdot \{\sin(2k+1)\omega t\} dt$

**Komplexe Fourierreihe**

$$s(t) = \sum_{-\infty}^{+\infty} \underline{C}_k \cdot e^{jk\omega t} \quad \text{mit} \quad \underline{C}_k = \frac{1}{T} \int_0^T s(t) \cdot e^{-jk\omega t} dt$$

**(Komplexes) Amplitudenspektrum**

$$|\underline{C}_k| = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{a_k^2 + b_k^2} ; \quad a_k = 2 \cdot \text{Re}(\underline{C}_k) ; \quad b_k = -2 \cdot \text{Im}(\underline{C}_k)$$

**(Komplexes) Phasenspektrum**

$$\Phi_k = \varphi_k - \frac{\pi}{2} ; \quad \varphi_k = \arctan \frac{a_k}{b_k}$$

## 4 Nichtperiodische zeitkontinuierliche Signale

### 4.1 Fouriertransformation

**Fouriertransformation**

$$\underline{S}(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) \cdot e^{-j\omega t} dt ,$$

siehe Spektralfunktion

Symbolische Schreibweise:  
 $\underline{S}(f) \bullet \bullet s(t)$

**Fourierrücktransformation**

$$s(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \underline{S}(f) \cdot e^{j2\pi ft} df$$

Symbolische Schreibweise:  
 $s(t) \bullet \bullet \underline{S}(f)$

**Amplitudenspektrum, Phasenspektrum**

$$|\underline{S}(f)| ; \quad \varphi(f) = \arctan \frac{X(f)}{R(f)}$$

$X(f)$  Imaginärteil und  $R(f)$  Realteil von  $\underline{S}(f)$

## Signal- und Systemtheorie

## Nichtperiodische zeitkontinuierliche Signale

## Eigenschaften

1. Multiplikation mit einer Konstanten  $k$ :  $k \cdot s(t) \longleftrightarrow k \cdot \underline{S}(f)$
2. Addition zweier Funktionen:  $s_1(t) + s_2(t) \longleftrightarrow \underline{S}_1(f) + \underline{S}_2(f)$
3. Zeitverschiebung:  $s(t) \longleftrightarrow \underline{S}(f) \Rightarrow s(t - t_0) \longleftrightarrow \underline{S}(f) \cdot e^{-j\omega t_0}$
4. Frequenzverschiebung:  $\underline{S}(f) \longleftrightarrow s(t) \Rightarrow \underline{S}(f - f_0) \longleftrightarrow s(t) \cdot e^{j\omega_0 t}$

## Korrespondenztabelle

| $s(t)$  | $\underline{S}(f)$  |
|---|---|
| $\delta(t)$ : Stoßfunktion, $\delta$ -Funktion, Dirac-Impuls  | 1   |
| 1   | $\delta(f)$ , Dirac-Impuls  |
| $\sigma(t)$ : Sprungfunktion  | $\frac{1}{2} \cdot \delta(f) + \frac{1}{j2\pi \cdot f}$   |
| $\sin \omega_0 t$   | $\frac{1}{2j} (\delta(f - f_0) - \delta(f + f_0))$  |
| $\cos \omega_0 t$   | $\frac{1}{2} \cdot (\delta(f - f_0) + \delta(f + f_0))$   |
| $\sigma(t) \cdot \sin \omega_0 t$   | $\frac{f_0 \cdot 2\pi}{(2\pi \cdot f_0)^2 - (2\pi \cdot f)^2} + \frac{1}{4j} \cdot (\delta(f - f_0) - \delta(f + f_0))$         |
| $\sigma(t) \cdot \cos \omega_0 t$   | $\frac{j \cdot f \cdot 2\pi}{(2\pi \cdot f_0)^2 - (2\pi \cdot f)^2} + \frac{1}{4} \cdot (\delta(f - f_0) + \delta(f + f_0))$    |
| $\sigma(t) \cdot e^{-t/T} \cdot \sin \omega_0 t$ ( )  | $T \cdot \frac{2\pi \cdot f_0 \cdot T}{(j2\pi \cdot f \cdot T + 1)^2 + (2\pi \cdot f_0 \cdot T)^2}$<br>$\text{Re}(T) > 0^*)$    |
| $\sigma(t) \cdot e^{-t/T} \cdot \cos \omega_0 t$  | $T \cdot \frac{j2\pi \cdot f \cdot T + 1}{(j2\pi \cdot f \cdot T + 1)^2 + (2\pi \cdot f_0 \cdot T)^2}$<br>$\text{Re}(T) > 0^*)$ |
| $s(t) = 1$ für $-T < t < T$<br>$s(t) = 0$ für $t < -T, t > T$<br>Rechteckimpuls                                 | $2 \cdot \frac{\sin(2\pi \cdot f \cdot T)}{2\pi \cdot f}$   |
| $s(t) = 1 - \frac{ t }{T};  t  < T$<br>$s(t) = 0;  t  > T$<br>Dreieckimpuls                                     | $\frac{4}{T} \cdot \left\{ \frac{\sin(\pi \cdot f \cdot T)}{2\pi \cdot f} \right\}^2$   |
| $s(t) = \cos^2\left(\frac{\pi \cdot t}{2 \cdot T}\right);  t  < T$<br>$s(t) = 0;  t  > T$<br>$\cos^2 x$ -Impuls | $\frac{\sin 2\pi \cdot f \cdot T}{2\pi \cdot f} \cdot \frac{1}{1 - (2 \cdot f \cdot T)^2}$                                      |
| $s(t) = e^{-t/T}; t > 0$<br>$s(t) = 0; t < 0$<br>Exponentialimpuls  | $\frac{T}{1 + j2\pi \cdot f \cdot T}, \text{Re}(T) > 0^*)$  |

**Beispiele für Impulsantwort**

**Idealer Tiefpass, Grenzfrequenz  $f_g$**

| Impulsantwort  | $\underline{S}(f)$  |
|--|---|
| $2U_0 \cdot f_g \cdot \frac{\sin 2\pi \cdot f_g \cdot (t - t_0)}{2\pi \cdot f_g \cdot (t - t_0)}$ $= 2U_0 \cdot f_g \cdot \text{si} (2\pi \cdot f_g \cdot \{t - t_0\}) \quad *)$ | $\underline{S}(f) = U_0 \cdot e^{-j2\pi \cdot f \cdot t_0};  f  < f_g$ $\underline{S}(f) = 0 :  f  > f_g$ Idealer Tiefpass, Grenzfrequenz $f_g$ |

**Idealer Hochpass, Grenzfrequenz  $f_g$**

|   |  |
|---|--|
| $\frac{\delta(t - t_0) - 2U_0 \cdot f_g \cdot \frac{\sin 2\pi \cdot f_g \cdot (t - t_0)}{2\pi \cdot f_g \cdot (t - t_0)}}{(2\pi \cdot f_g \cdot (t - t_0)) \quad *)}$ | $\underline{S}(f) = U_0 \cdot e^{-j2\pi \cdot f \cdot t_0};  f  > f_g$ $\underline{S}(f) = 0;  f  < f_g$ Idealer Hochpass, Grenzfrequenz $f_g$ |
|---|--|

**Idealer Bandpass, Grenzfrequenzen  $f_{g1}$  und  $f_{g2}$**

|   |   |
|---|---|
| $\frac{2U_0}{\pi \cdot (t - t_0)} \cdot \sin \{ \pi \cdot (f_{g2} - f_{g1}) \cdot (t - t_0) \}$ $\cdot \left[ \cos \{ \pi \cdot (f_{g2} + f_{g1}) \cdot (t - t_0) \} \right]$ | $\underline{S}(f) = U_0 \cdot e^{-j2\pi \cdot f \cdot t_0};$ $f_{g1} < f < f_{g2}$ $- f_{g2} < -f < -f_{g1}$ $\underline{S}(f) = 0 \text{ im \u00fcrigen Bereich}$ Idealer Bandpass, Grenzfrequenzen $f_{g1}, f_{g2}$ |
|---|---|

**4.2 Laplace-transformation**

**Lapacetransformation**

$$F(s) = \int_{0_+}^{\infty} f(t) \cdot e^{-s \cdot t} dt$$

Symbolische Schreibweisen:  
 $F(s) \bullet \bullet f(t)$   
 $F(s) = L\{f(t)\}$

$0_+$ : Die untere Integrationsgrenze ist der rechtsseitige Grenzwert von  $f(t)$  f\u00fcr  $t \rightarrow 0$ .

**Lapacer\u00fccktransformation**

$$f(t) = \frac{1}{2j\pi} \cdot \int_{\alpha-j\infty}^{\alpha+j\infty} F(s) \cdot e^{s \cdot t} ds$$

Symbolische Schreibweisen:  
 $f(t) \bullet \bullet F(s)$   
 $f(t) = L^{-1}\{F(s)\}$

**Eigenschaften**

- Multiplikation mit einer Konstanten  $K$ :  $L\{K \cdot f(t)\} = K \cdot L\{f(t)\}$
- Transformierte der Summe zweier Zeitfunktionen  
 $L\{f_1(t) + f_2(t)\} = L\{f_1(t)\} + L\{f_2(t)\} = F_1(s) + F_2(s)$
- Lapacetransformierte einer in der Zeitebene abgeleiteten Funktion:  
 $L\left\{\frac{df(t)}{dt}\right\} = s \cdot L\{f(t)\} - f(0_+) = s \cdot F(s) - f(0_+)$
- Lapacetransformierte der  $n$ -ten Ableitung in der Zeitebene:  
 $L\left\{\frac{d^n f(t)}{dt^n}\right\} = s^n \cdot F(s) - s^{n-1} \cdot f(0_+) - s^{n-2} \cdot \frac{df(t)}{dt} \Big|_{0_+} - \dots - \frac{d^{n-1}f(t)}{dt^{n-1}} \Big|_{0_+}$
- Lapacetransformierte des Integrals in der Zeitebene:  
 $L\left\{\int_0^t f(t) dt\right\} = \frac{1}{s} \cdot L\{f(t)\} - \frac{f(0_+)}{s}$

6. Produkt zweier Funktionen in der s-Ebene:

$$F_1(s) \cdot F_2(s) = L \left\{ \underbrace{f_1(t) * f_2(t)}_{\text{Faltung}} \right\} = L \left\{ \underbrace{\int_0^t f_1(\tau) \cdot f_2(t-\tau) d\tau}_{\text{Faltungsintegral}} \right\}$$

7. Dämpfung in der Zeitebene

$$L\{f(t)\} = F(s) \Rightarrow L\{f(t) \cdot e^{-at}\} = F(s+a)$$

8. Zeitliche Verschiebung um  $T_0$ :

$$L\{f(t)\} = F(s) \Rightarrow L\{f(t-T_0)\} = e^{-T_0 \cdot s} \cdot F(s)$$

9. Endwert:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot F(s)$$

10. Anfangswert:

$$\lim_{t \rightarrow 0} f(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} s \cdot F(s)$$

Korrespondenztabelle

| $F(s)$  | $f(t \geq 0_+)$  |
|---|--|
| 1   | $\delta(t)$ : Stoßfunktion, $\delta$ -Funktion, Dirac-Impuls   |
| $e^{-as} \quad a > 0$   | $\delta(t-a)$  |
| $\frac{1}{s}$   | 1, d. h. Sprungfunktion $\sigma(t)$  |
| $\frac{1}{s^2}$   | $t$  |
| $\frac{1}{s^{n+1}} \quad n = 0, 1, 2,$                          | $\frac{t^n}{n!}$   |
| $\frac{1}{s+a}$   | $e^{-at}$  |
| $\frac{1}{(s+a)^2}$   | $t \cdot e^{-at}$  |
| $\frac{1}{(s+a)^{n+1}}$   | $\frac{t^n}{n!} \cdot e^{-at}$   |
| $\frac{1}{(s+a) \cdot (s+b)}; \quad a \neq b$                   | $\frac{1}{b-a} (e^{-at} - e^{-bt})$  |
| $\frac{1}{(s+a) \cdot (s+b) \cdot (s+c)} \quad a \neq b \neq c$ | $\frac{e^{-at}}{(b-a) \cdot (c-a)} + \frac{e^{-bt}}{(a-b) \cdot (c-b)}$<br>$+ \frac{e^{-ct}}{(a-c) \cdot (b-c)}$ |
| $\frac{1}{s(s+a)}$  | $\frac{1}{a} \cdot (1 - e^{-at})$  |
| $\frac{1}{s^2 \cdot (s+a)}$                                     | $\frac{1}{a^2} \cdot (e^{-at} + a \cdot t - 1)$  |

| $F(s)$  | $f(t \geq 0_+)$   |
|---|---|
| $\frac{1}{s(s+a)^2}$  | $\frac{1 - e^{-at} - a \cdot t \cdot e^{-at}}{a^2}$   |
| $\frac{1}{s^2(s+a)^2}$  | $\frac{t}{a^2} - \frac{2}{a^3} + \frac{t \cdot e^{-a \cdot t}}{a^2} + \frac{2 \cdot e^{-a \cdot t}}{a^3}$                   |
| $\frac{1}{s(s+a)(s+b)} \quad a \neq b$                        | $\frac{1}{ab} + \frac{b \cdot e^{-at} - a \cdot e^{-bt}}{a \cdot b(a-b)}$   |
| $\frac{1}{s^2 + a^2}$   | $\frac{\sin a \cdot t}{a}$  |
| $\frac{1}{s^2 - a^2}$   | $\frac{\sinh a \cdot t}{a}$   |
| $\frac{1}{s \cdot (s^2 + a^2)}$                               | $\frac{1 - \cos a \cdot t}{a^2}$  |
| $\frac{1}{(s+a) \cdot (s^2 + b^2)}$                           | $\frac{1}{a^2 + b^2} \left[ e^{-a \cdot t} + \frac{a}{b} \cdot \sin b \cdot t - \cos b \cdot t \right]$                     |
| $\frac{1}{(s^2 + a^2) \cdot (s^2 + b^2)} \quad a \neq b$      | $\frac{1}{b^2 - a^2} \left[ \frac{\sin a \cdot t}{a} - \frac{\sin b \cdot t}{b} \right]$                                    |
| $\frac{1}{(s+a)^2 + b^2}$                                     | $\frac{e^{-a \cdot t} \cdot \sin b \cdot t}{b}$   |
| $\frac{1}{(s+a)(s+b)^2} \quad a \neq b$                       | $\frac{e^{-a \cdot t}}{(a-b)^2} + \frac{(a-b) \cdot t - 1}{(a-b)^2} \cdot e^{-b \cdot t}$                                   |
| $U \cdot \frac{e^{-a \cdot s}}{s}; \quad U \text{ Konstante}$ | $U(t-a)$  |
| $\frac{s}{s^2 + a^2}$   | $\cos a \cdot t$  |
| $\frac{s}{s^2 - a^2}$   | $\cosh a \cdot t$   |
| $\frac{s}{(s^2 + a^2)(s^2 + b^2)}; \quad a \neq b$            | $\frac{\cos a \cdot t - \cos b \cdot t}{b^2 - a^2}$   |
| $\frac{s}{(s^2 + a^2)^2}$                                     | $\frac{t}{2a} \cdot \sin at$  |
| $\frac{s+d}{s(s+a)}$  | $\frac{d - (d-a) \cdot e^{-a \cdot t}}{a}$  |
| $\frac{s+d}{(s+a)(s+b)}; \quad a \neq b$                      | $\frac{(d-a) \cdot e^{-a \cdot t} - (d-b) \cdot e^{-b \cdot t}}{b-a}$   |
| $\frac{s+d}{s(s+a)(s+b)}; \quad a \neq b$                     | $\frac{d}{a \cdot b} + \frac{(a-d) \cdot e^{-a \cdot t}}{a \cdot (b-a)} + \frac{(b-d) \cdot e^{-b \cdot t}}{b \cdot (a-b)}$ |

| $F(s)$                       | $f(t \geq 0_+)$  |
|------------------------------|--|
| $\frac{s+d}{(s+a)(s^2+b^2)}$ | $\frac{(d-a) \cdot e^{-a \cdot t}}{a^2+b^2} + \sqrt{\frac{(b^2+d^2)}{(a^2 \cdot b^2+b^4)}} \cdot \sin(b \cdot t + \Phi)$<br>$\Phi = \arctan \frac{a}{b} - \arctan \frac{d}{b}$ |

## 5 Spezielle Signale

$\delta(t)$ :  
Stoßfunktion,  $\delta$ -Funktion,  
Dirac-Impuls

Als Eingangsgröße  $F_1(s)$  an ein Systems angelegt, ergibt die Ausgangsgröße  $F_2(s)$  direkt die Übertragungsfunktion des Systems:

$$F_1(s) = L\{\delta(t)\} = 1 \Rightarrow H(s) = F_2(s)/1$$

In der Technik nur näherungsweise realisierbar, enthält ein sehr ausgedehntes Frequenzspektrum, deshalb z. B. zur Erkennung von System-Eigenschwingungen eingesetzt.

Verknüpfung mit der Sprungfunktion:

$$\delta(t) = \frac{d(\sigma(t))}{dt}$$

Definition:

$$\delta(t) \rightarrow \infty \text{ für } t = 0;$$

$$\delta(t) = 0 \text{ für } t \neq 0;$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) dt = 1$$

L Laplacetransformierte

$\sigma(t)$ :  
Sprungfunktion

In der Technik nur näherungsweise realisierbar. Dient z. B. zur Erfassung der Systemreaktion auf die größtmögliche Eingangsgrößenänderung pro Zeiteinheit.

Verknüpfung mit der Stoßfunktion:

$$\sigma(t) = \int_{-\infty}^t \delta(\tau) d\tau$$

Definition:

$$\sigma(t) = 0 \text{ für } t < 0;$$

$$\sigma(t) = 1 \text{ für } t > 0$$

Harmonische  
Schwingungen

Orthogonales Funktionensystem mit den Eigenschaften:

$$\int_0^T (\cos m\omega_0 t) \cdot (\cos n\omega_0 t) dt = 0 \text{ für } m \neq n$$

$$\int_0^T (\sin m\omega_0 t) \cdot (\sin n\omega_0 t) dt = 0 \text{ für } m \neq n$$

$$\int_0^T (\sin m\omega_0 t) \cdot (\cos n\omega_0 t) dt = 0 \text{ für alle } m, n$$

Darstellung nach Euler in der komplexen Zahlenebene:

$$e^{j\omega_0 t} = \cos(\omega_0 t) + j \cdot \sin(\omega_0 t)$$

Darstellungen:

$$s_1(t) = \hat{s}_1 \cdot \sin \omega_0 t$$

bzw.

$$s_2(t) = \hat{s}_2 \cdot \cos \omega_0 t$$

$$\text{mit } \omega_0 = \frac{2\pi}{T}$$

T: Periodendauer

$$m = 1, 2, 3, \dots$$

$$n = 1, 2, 3, \dots$$

Es gilt:

$$\cos \varphi = \sin(\varphi + \pi/2)$$

## 6 Leistung

**Spannung und Strom periodisch, sinusförmig**

Wirkleistung  $P = U \cdot I \cdot \cos \varphi$   
 $U, I$  Effektivwert der Spannung bzw. des Stromes

$\varphi$  Winkel zwischen  $\underline{U}$  und  $\underline{I}$

**Spannung und Strom nicht sinusförmig, periodisch**

$$P = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T u(t) \cdot i(t) dt$$

$T$  Periodendauer von  $u(t), i(t)$   
 $U_0, I_0$  Gleichanteil  
 $U_k, I_k$  Effektivwert der k-ten Harmonischen

Wirkleistung

$$P = U_0 \cdot I_0 + \sum_{k=1}^{\infty} U_k \cdot I_k \cdot \cos \varphi_k$$

## 7 Faltungsintegral

**Faltungsintegral**

Definition:  $s(t) = \int_0^t s_1(t-\tau) \cdot s_2(\tau) d\tau$

Kurzschreibweise:

$$s_1(t) * s_2(t)$$

\* Symbol für Faltung

Anwendung: Die multiplikative Verknüpfung von Funktionen in der Frequenzebene (alternativ Zeitebene) entspricht der Verknüpfung über das Faltungsintegral in der Zeitebene (alternativ Frequenzebene).  
 Beispiel Laplacetransformation:

Mit:

$$F_1(s) \bullet \rightarrow s_1(t)$$

$$F_2(s) \bullet \rightarrow s_2(t)$$

$$F_1(s) \cdot F_2(s) \bullet \rightarrow$$

$$\int_0^t s_1(t-\tau) \cdot s_2(\tau) d\tau = s_1(t) * s_2(t)$$

$$s_1(t) \cdot s_2(t) \bullet \rightarrow$$

$$\int_0^s F_1(s-p) \cdot F_2(p) dp = F_1(s) * F_2(s)$$

## 8 Abtasttheorem

**Abtasttheorem (Shannon)**

Das abzutastende Signal darf nur (sinusförmige) Frequenzanteile bis  $f_g$  enthalten, erreichbar über Tiefpassfilter, so genanntes Antialiasing-Filter. Für die Abtastfrequenz  $f_{ab}$  gilt dann:

$f_g$  höchste Signalfrequenz  
 $f_{ab}$  Abtastfrequenz  
 Es muss gelten:  
 Dauer der Abtastung  $\ll 1/f_{ab}$

$$f_{ab} = 2 \cdot f_g \text{ theoretisch}$$

$$f_{ab} \geq (2,2\dots4) \cdot f_g \text{ praktisch}$$

Das abgetastete Signal kann ohne Informationsverlust wiederhergestellt werden.

# Signal- und Systemtheorie

## Nichtkontinuierliche (zeitdiskrete) Signale

### 9 Nichtkontinuierliche (zeitdiskrete) Signale

#### 9.1 Diskrete Fouriertransformation (DFT)

##### Diskrete Fouriertransformation, DFT

$N$ -maliges Abtasten im Zeitbereich  $0 \dots T$  im Abstand  $T_{ab}$ :

$$S\left(\frac{2\pi \cdot m}{N \cdot T_{ab}}\right) = \sum_{n=0}^{N-1} s(n \cdot T_{ab}) \cdot e^{-j2\pi \cdot m \cdot n / N}$$

$$T_{ab} = T / N ;$$

$$m, n = 0, 1, \dots, N - 1$$

Abtastdauer  $\ll T_{ab}$

##### DFT, Rücktransformation

$$s(n \cdot T_{ab}) = \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{N-1} S\left(\frac{2\pi \cdot m}{N \cdot T_{ab}}\right) \cdot e^{j2\pi \cdot m \cdot n / N}$$

$$m, n = 0, 1, \dots, N - 1$$

##### Verknüpfung von Stoßfunktion $\delta(t)$ und Sprung $\alpha(t)$ am Ausgang

Signal am Systemausgang:

$$s_2(n \cdot T_{ab})_{\delta} = s_2(n \cdot T_{ab})_{\sigma} - s_2((n-1) \cdot T_{ab})_{\sigma}$$

Index  $\delta$ :

Stoßfunktion am Eingang

Index  $\sigma$ :

Sprungfunktion am Eingang

$$s_2(n \cdot T_{ab})_{\sigma} = \sum_{\mu=-\infty}^n s_2(\mu \cdot T_{ab})_{\delta}$$

##### Übertragungsfunktion

$$H(f)_{n \cdot T_{ab}} = \frac{s_2(n \cdot T_{ab})}{s_1(n \cdot T_{ab})} \Big|_{s_1(n \cdot T_{ab}) = e^{jn\omega T_{ab}}}$$

i. a. gilt:

$$H(f) \neq f(n \cdot T_{ab})$$

##### Übertragungsfunktion

$$H(f)_{n \cdot T_{ab}} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \underbrace{s_2(n \cdot T_{ab})_{\delta}}_{\gamma} \cdot e^{-jn\omega T_{ab}}$$

\*) Systemausgangssignal bei Stoß am Eingang

##### Darstellung in reeller Form

$$a_0 = \frac{1}{N} \cdot \sum_{m=0}^{N-1} s_m$$

$f_g$  höchste vorkommende Signalfrequenz

$$a_k = \frac{2}{N} \cdot \sum_{m=0}^{N-1} s_m \cdot \cos\left(k \cdot \frac{2\pi}{N} \cdot m\right)$$

$f_{ab}$  Abtastfrequenz

$T$  betrachteter Zeitbereich

$$b_k = \frac{2}{N} \cdot \sum_{m=0}^{N-1} s_m \cdot \sin\left(k \cdot \frac{2\pi}{N} \cdot m\right)$$

$$\Rightarrow k_{\max} = f_g \cdot T$$

$$1 \leq k \leq k_{\max}; k = 1, 2, \dots$$

##### Summenformeln

$$\sum_{\mu=0}^{\infty} a^{\mu} = \frac{1}{1-a} \text{ für } |a| < 1; \sum_{\mu=0}^k a^{\mu} = \frac{a^{k+1} - 1}{a - 1}$$

für  $a \neq 1$

$$\sum_{\mu=k}^{\infty} a^{\mu} = \frac{a^k}{1-a} \text{ für } |a| < 1$$

**9.2 z-Transformation**

**Zweiseitige z-Transformation**

$$S(z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} s(nT_{ab}) \cdot z^{-n} \quad s(n \cdot T_{ab}) \longleftrightarrow S(z)$$

**Einseitige z-Transformation**

$$S(z) = \sum_{n=0}^{+\infty} s(nT_{ab}) \cdot z^{-n} \quad s(n \cdot T_{ab}) \longleftrightarrow S(z)$$

**Rücktransformation**

$$s(nT_{ab}) = \frac{1}{2j\pi} \oint S(z) \cdot z^{n-1} dz \quad s(n \cdot T_{ab}) \longleftrightarrow S(z)$$

**Stabilität**

Übertragungsfunktion  $H(z) = \frac{P(z)}{Q(z)}$ ;  $P(z)$  Zähler-,  $Q(z)$  Nennerpolynom

System stabil, wenn gilt: 1. Zählergrad  $\leq$  Nennergrad, 2. Nullstellen von  $Q(z)$  innerhalb des Einheitskreises

**Eigenschaften**

1. Multiplikation mit einer Konstanten  $K$ :  $K \cdot s(n \cdot T_{ab}) \longleftrightarrow$

$$K \cdot S(z)$$

2. Addition zweier Zeitfunktionen:  $s_1(n \cdot T_{ab}) + s_2(n \cdot T_{ab}) \longleftrightarrow$

$$S_1(z) + S_2(z)$$

3. Verschiebung:  $s(n \cdot T_{ab}) \longleftrightarrow S(z); \rightarrow s((n - \mu) \cdot T_{ab}) \longleftrightarrow$

$$z^{-\mu} \cdot S(z)$$

4. Faltung:

$$s_1(n \cdot T_{ab}) * s_2(n \cdot T_{ab}) = \sum_{\substack{n=-\infty \\ (n=0)}}^{+\infty} s_1(\tau \cdot T_{ab}) \cdot s_2((n - \tau) \cdot T_{ab}) \longleftrightarrow$$

$$S_1(z) \cdot S_2(z)$$

| Korrespondenzen          |                                     |   |
|--------------------------|-------------------------------------|---|
| $f(t)$                   | $F(s)$                              | $F(z); t \rightarrow n \cdot T$   |
| $\sigma(t)$              | $\frac{1}{s}$                       | $\frac{z}{z-1}$   |
| $t$                      | $\frac{1}{s^2}$                     | $T \cdot \frac{z}{(z-1)^2}$   |
| $t^2$                    | $\frac{2}{s^3}$                     | $T^2 \cdot z \cdot \frac{z+1}{(z-1)^3}$   |
| $e^{at}$                 | $\frac{1}{s-a}$                     | $\frac{z}{z-e^{aT}}$  |
| $t \cdot e^{at}$         | $\frac{1}{(s-a)^2}$                 | $T \cdot e^{aT} \cdot \frac{z}{(z-e^{aT})^2}$   |
| $\sin(\omega_0 \cdot t)$ | $\frac{\omega_0}{s^2 + \omega_0^2}$ | $z \cdot \frac{\sin(\omega_0 \cdot T)}{z^2 - 2 \cdot z \cdot \cos(\omega_0 \cdot T) + 1}$ |

# Signal- und Systemtheorie

Zufällige (stochastische, nichtdeterministische) Signale

## 10 Zufällige (stochastische, nichtdeterministische) Signale

### Funktionale Abhängigkeit

Funktionale Abhängigkeiten können entweder nicht aufgestellt oder nur mit den Gesetzen der Statistik beschrieben werden. Bei einem Rauschsignal lässt sich der arithmetische Mittelwert für einen „sehr großen“ Beobachtungszeitraum angeben. „Sehr groß“: Idealwert  $\rightarrow \infty$ ; in der Praxis  $< \infty$ , d. h. technisch realisierbar mit vertretbarer Unsicherheit. Eine Aussage darüber, ob bei einer Datenübertragung das momentan gesendete Zeichen fehlerhaft ist, kann nur mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit erfolgen. Zur Gewinnung der statistischen Daten wird die Beobachtung über längere Zeiträume eingesetzt.

### Beschreibung

Statistik, Wahrscheinlichkeitsrechnung.

### Verteilung, Stichprobe

Verteilung: Funktionale Abhängigkeit. Verlauf und Kenngrößen durch sehr häufiges Messen relativ gesichert. Beispiel: 5 % fehlerhafte Geräte bei der Fertigung.

Stichprobe: Es sind nur einige wenige Werte aus einer Gesamtmenge vorhanden, daraus ist ein Schluss auf gewisse statistische Eigenschaften der Gesamtmenge möglich. Beispiel: 100 willkürlich ausgewählte Geräte aus einer Fertigung von 10000 Stück, davon sind 2 fehlerhaft; wie wahrscheinlich ist der Schluss „2 % Ausschuss bei der gesamten Fertigung“?

### Wahrscheinlichkeitsdichte(-funktion), Häufigkeit

$h(x)$ : Relative Häufigkeit für das Auftreten des Wertes  $x$ , gegeben als diskrete Werte oder stetige Funktion.

### Summenfunktion, Summenhäufigkeitsfunktion

$H(x)$ : Wahrscheinlichkeit, dass die Zufallsgröße  $x = x_0$  bzw.  $N = x_0$  kleiner oder höchstens gleich dem betrachteten Wert  $x$  ist.

$$w(x_0 \leq N) = H(N) = \sum_{x=0}^N h(x) \text{ für diskretes } h(x) \text{ bzw.}$$

$$w(x_0 \leq x) = H(x) = \int_{y=-\infty}^x f(y) dy \text{ für stetiges } h(x)$$

| Korrespondenzen                       |   |   |
|---------------------------------------|---|---|
| $f(t)$                                | $F(s)$                                  | $F(z); t \rightarrow n \cdot T$   |
| $\cos(\omega_0 \cdot t)$              | $\frac{s}{s^2 + \omega_0^2}$            | $z \cdot \frac{z - \cos(\omega_0 \cdot T)}{z^2 - 2 \cdot z \cdot \cos(\omega_0 \cdot T) + 1}$                                     |
| $e^{at} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t)$ | $\frac{\omega_0}{(s-a)^2 + \omega_0^2}$ | $z \cdot \frac{e^{aT} \cdot \sin(\omega_0 \cdot T)}{z^2 - 2 \cdot z \cdot e^{aT} \cdot \cos(\omega_0 \cdot T) + e^{2aT}}$         |
| $e^{at} \cdot \cos(\omega_0 \cdot t)$ | $\frac{s-a}{(s-a)^2 + \omega_0^2}$      | $z \cdot \frac{z \cdot e^{aT} \cdot \cos(\omega_0 \cdot T)}{z^2 - 2 \cdot z \cdot e^{aT} \cdot \cos(\omega_0 \cdot T) + e^{2aT}}$ |
| $\delta(t - nT)$                      | $e^{-nTs}$                              | $z^{-n}$  |

Werte oberhalb der Summenfunktion:

$w(x_0 > x)$  bzw.

$w(x_0 > N)$

$$w(x_0 > N) = 1 - w(x_0 \leq N) = 1 - \sum_{x=0}^N h(x) \text{ bzw.}$$

$$w(x_0 > x) = 1 - \int_{y=-\infty}^x f(y) dy$$

Linearer Mittelwert oder Erwartungswert  $\bar{x}$  einer Verteilung

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{x=0}^N x \cdot h(x) \text{ bzw. } \bar{x} = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot h(x) dx$$

Linearer Mittelwert oder Erwartungswert  $\bar{x}$  einer Stichprobe

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N x_n$$

Geometrischer Mittelwert  $\bar{x}_g$

$$\bar{x}_g = \sqrt[N]{x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_N} \text{ für diskrete Werte } x_i, 1 \leq i \leq N$$

Median oder Zentralwert

Die diskreten Werte sind der Größe nach geordnet. Ungerade Anzahl von Werten: Der in der Mitte liegende Wert ist der Median. Gerade Anzahl von Werten: Der arithmetische Mittelwert der beiden mittleren Werte ist der Median.

Varianz  $\sigma^2$  einer Verteilung

$$\sigma^2 = \sum_{x=0}^N (x - \bar{x}) \cdot h(x) \text{ bzw. } \sigma^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \bar{x})^2 \cdot h(x) dx$$

Varianz  $\sigma^2$  einer Stichprobe

$$s^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{n=1}^N (x - \bar{x})^2$$

Standardabweichung  $s$

$$s = +\sqrt{s^2}$$

Stationärer Prozess

$h(x)|_{t=t_1} = h(x)|_{t=t_2}$  Die Wahrscheinlichkeitsdichte und die Mittelwerte sind unabhängig vom Zeitpunkt ihrer Bildung.

Ergodischer Prozess

Mehrere gleichzeitig ablaufende Prozesse ergeben zu einem gemeinsamen Zeitpunkt die gleiche Wahrscheinlichkeitsdichte wie ein einzelner Prozess zu mehreren Zeitpunkten → stationärerergodisch. Voraussetzung: Zahl der Proben sehr groß. Beispiel: Ein Wurf mit sechs Würfeln oder sechs Würfel mit einem Würfel. Der Mittelwert der Augenzahl ist (nahezu) gleich, wenn sehr oft gewürfelt wird.

Autokorrelationsfunktion (AKF)  $\Phi_{ss}$

Ähnlichkeit eines Signals  $s(t)$  mit sich selber in Abhängigkeit von der gegenseitigen Verschiebung  $\tau$ .

$$\Phi_{ss}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \cdot \int_{-T}^T s(t) \cdot s(t + \tau) dt$$

$$\Phi_{ss}(\tau) = 0 \text{ für } s(t) \text{ orthogonal zu } s(t + \tau)$$

$$\Phi_{ss}(\tau = 0) = \overline{s^2} \sim P, P: \text{ im Signal enthaltene mittlere Gesamtwirkleistung}$$

# Signal- und Systemtheorie

## Zufällige (stochastische, nichtdeterministische) Signale

### Parsevalsche Gleichung

$\Phi_{ss}(\tau = 0) \geq \Phi_{ss}(\tau \neq 0)$ , Maximum bei  $\tau = 0$

$\lim_{T \rightarrow \infty} \Phi_{ss}(\tau) = \bar{s}^2$ , Quadrat des zeitlichen Mittelwertes

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |s(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{+\infty} |\underline{S}(f)|^2 df \Rightarrow \bar{s}^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \cdot \int_{-T}^{+T} [\underline{S}(f)]^2 df$$

### Spektrale Leistungsdichte $S_{ss}(f)$

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \cdot |\underline{S}(f)|^2 = S_{ss}(f)$$

$$\bar{s}^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} S_{ss}(f) df$$

### Theorem von Wiener-Khintchine

$$F\{S_{ss}(f)\} = \Phi_{ss}(\tau) \text{ bzw. } F^{-1}\{\Phi_{ss}(\tau)\} = S_{ss}(f)$$

F Fouriertransformierte,  $F^{-1}$  Inverse Fouriertransformierte

Die Fouriertransformierte der spektralen Leistungsdichte ist gleich der Autokorrelationsfunktion und umgekehrt.

### Kreuzkorrelationsfunktion (KKF) $\Phi_{s_1s_2}$

Ähnlichkeit des Signals  $s_1(t)$  mit dem Signal  $s_2(t)$  in Abhängigkeit von der gegenseitigen Verschiebung  $\tau$ .

$$\Phi_{s_1s_2}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \cdot \int_{-T}^{+T} s_1(t) \cdot s_2(t + \tau) dt$$

$\Phi_{s_1s_2}(\tau) = 0$  für alle  $\tau \Rightarrow$  Signale voneinander unabhängig (unkorreliert). Beispiel: Zwei Rauschsignale aus unterschiedlichen Quellen.

$\Phi_{s_1s_2}$  maximal, wenn für  $\tau = \tau_0$  gilt:  $s_1(t) \sim s_2(t + \tau_0)$ .

Anwendung: Gewinnung eines Nutzsignals aus einem verrauschten Gesamtsignal bei Mehrfachübertragung (Bilder der Marssonde).

### Verteilungen

#### Binomialverteilung

**Kennzeichen:** Zwei sich einander ausschließende Ereignisse möglich:  $E, \bar{E}$ . Wahrscheinlichkeit für das Auftreten von  $E$ :  $w(E) = p$ ; für das Auftreten von  $\bar{E}$ :  $w(\bar{E}) = 1 - p = q$ .

Wahrscheinlichkeit dafür, dass bei  $N$ -Proben (Versuchen) das Ereignis  $E$  mit der Wahrscheinlichkeit  $w(E) = p$  genau  $x$ -mal eintritt:

$$w(x_0 = x) = h(x) = \binom{N}{x} \cdot p^x \cdot q^{(N-x)}$$

$$\text{Summenfunktion: } w(x_0 \leq x) = H(x) = \sum_{m=0}^x \binom{N}{m} p^m \cdot q^{(N-m)}$$

$$\text{Mittelwert: } \bar{x} = \sum_{x=0}^N x \cdot \binom{N}{x} \cdot p^x \cdot q^{(N-x)} = N \cdot p$$

$$\text{Standardabweichung: } s = \sqrt{N \cdot p \cdot q}$$

Beispiel: Fertigung mit 5 % Ausschuss. 50 Geräte einzeln entnommen, geprüft und zurückgestellt. Gesucht ist die Wahrscheinlichkeit, genau 5 fehlerhafte Geräte zu finden.  $N = 50$ ,  $p = 0,05$ ,  $q = 0,95$ ,  $x_0 = 5$

$$w(x_0 = 5) = h(5) = \binom{50}{5} \cdot 0,05^5 \cdot 0,95^{45} = 0,0658.$$

**Poissonverteilung**

Wahrscheinlichkeit, dass in einem Zeitintervall genau  $x_0$  Ereignisse stattfinden:  $w(x_0 = x) = h(x) = \frac{a^x}{x!} \cdot e^{-a}$ ; *Kennzeichen*:  $a = \bar{x}$ .

$$H(x) = \sum_{m=0}^x \frac{a^m}{m!} \cdot e^{-a}$$

Beispiel: Übertragung von Bitfolgen. Im Mittel wird jede Millisekunde ein Bit übertragen ( $a = \bar{x} = 1$ ;  $\bar{x}$ : Mittelwert, Erwartungswert). Es soll die Poissonverteilung gelten.

a) Wahrscheinlichkeit, dass in 1 ms kein Bit übertragen wird:

$$w(x_0 = 0) = h(0) = \frac{1^0}{0!} \cdot e^{-1} = 0,37.$$

b) Wahrscheinlichkeit, dass in 1 ms genau 2 Bit übertragen werden:

$$w(x_0 = 2) = h(2) = \frac{1^2}{2!} \cdot e^{-1} = 0,18.$$

c) Wahrscheinlichkeit, dass in 1 ms mehr als 3 Bit übertragen werden:

$$w(x_0 > 3) = 1 - w(x_0 \leq 3) = 1 - H(3) = 1 - 0,98 = 0,02$$

**Normal- oder Gaußverteilung**

Häufig angewendet. Es sind viele unterschiedliche Einflussgrößen wirksam, die sich gegenseitig nicht beeinflussen. Siehe dazu unten: Zentraler Grenzwertsatz der Statistik. Es gibt zwei Arten der Darstellung: Symmetrisch zum Mittelwert  $\bar{x}$ :  $(\bar{x}, \sigma)$ -Normalverteilung; symmetrisch zum Koordinatenursprung:  $(0,1)$ -Normalverteilung.

**$(\bar{x}, \sigma)$ -Normal- oder Gaußverteilung**

$$h(x) = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{x-\bar{x}}{\sigma} \right)^2}$$

$$w(x_0 \leq x) = H(x) = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot \int_{y=-\infty}^x e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{y-\bar{x}}{\sigma} \right)^2} dy$$

$\bar{x}$  Erwartungswert;  $\sigma$  Standardabweichung.

**$(0,1)$ -Normal- oder Gaußverteilung**

$$h^*(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2}y^2} \quad \text{mit } y = \frac{x-\bar{x}}{\sigma}$$

$$H^*(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^y e^{-v^2/2} dv$$

Wendepunkte bei  $\pm y$ .

- Im Bereich  $-1 \leq y \leq +1$  liegen 68,3 % der Werte ( $\sigma$ -Grenze);
- im Bereich  $-2 \leq y \leq +2$  liegen 95,5 % der Werte ( $2\sigma$ -Grenze);
- im Bereich  $-3 \leq y \leq +3$  liegen 99,7 % der Werte ( $3\sigma$ -Grenze).

**Zentraler Grenzwertsatz der Statistik**

Die Summe aus  $N$  voneinander unabhängigen stochastischen Vorgängen mit untereinander gleicher, aber beliebiger Wahrscheinlichkeitsdichte strebt für  $N \rightarrow \infty$  gegen die Gaußverteilung.

## Rauschquellen

## Rauschen

Aufteilung eines rauschenden Widerstandes in einen rauschfreien Widerstand mit Rauschspannungsquelle in Reihe oder Rauschstromquelle parallel, siehe Bild.

$$\text{Rauschspannung am Widerstand } \overline{u_R} = \sqrt{4kTB R}$$

$$\text{Rauschstrom im Widerstand } \overline{i_R} = \sqrt{4kTB/R}$$

$k$  Boltzmann-Konstante  $1,38 \cdot 10^{-23}$  Ws/K,  $T$  absolute (thermodynamische) Temperatur in K

$B$  Bandbreite (ausgewerteter oder berücksichtigter Frequenzbereich) in Hz

$R$  Widerstand in  $\Omega$

$$\text{Schrotrauschen } \overline{i_s^2} = 2 \cdot q_e \cdot I \cdot B$$

$q_e$  Elementarladung des Elektrons,  $1,6 \cdot 10^{-19}$  As;  $I$  Anoden- bzw. Halbleiterstrom in A

$B$  Bandbreite (ausgewerteter oder berücksichtigter Frequenzbereich) in Hz



## Zusammenschaltung von Rauschquellen

Grundsätzlich werden die *Quadrate* der Rauschspannungen bzw. -ströme addiert, deshalb gibt der Spannungs- bzw. Strompfeil (siehe Bild) nicht die Richtung der Größe an.

Beispiel 1: Widerstandsrauschen und Schrotrauschen

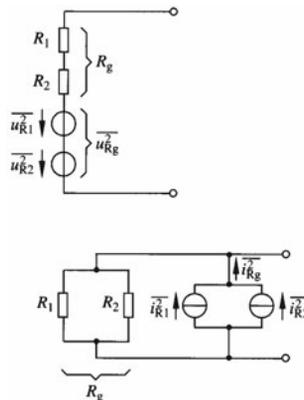
$$\text{Gesamt-Rauschstrom } \overline{i_g^2} = \overline{i_s^2} + \overline{i_R^2} = 2q_e I B + 4kTB/R$$

Beispiel 2: Reihenschaltung von Widerständen. Gesamtwiderstand (rauschfrei):

$$R_g = R_1 + R_2; \text{Gesamtrauschspannung } \overline{u_{Rg}^2} = \overline{u_{R1}^2} + \overline{u_{R2}^2}; \text{ siehe Bild.}$$

Beispiel 3: Parallelschaltung von Widerständen. Gesamtwiderstand (rauschfrei):

$$R_g = R_1 \cdot R_2 / (R_1 + R_2); \text{Gesamtrauschstrom } \overline{i_{Rg}^2} = \overline{i_{R1}^2} + \overline{i_{R2}^2}$$



## 11 Signalerkennung bei gestörter Übertragung

### Periodizitäten des Nutzs- signals bei gestörten Kanälen

Das Gesamtsignal  $s_g(t)$  besteht aus der Summe von Nutzs-  
signal  $s(t)$  und Störsignal  $n(t)$ :  $s_g(t) = s(t) + n(t)$ . Das Nutzs-  
signal ist periodisch. Beispiel: Mehrfachübertragung von Signalen über gestörte  
Kanäle (Bilder von der Marssonde). Die Autokorrelationsfunktion von  
 $s_g(t)$  führt zu:  $\Phi_{s_g s_g}(\tau) = \Phi_{ss}(\tau) + \Phi_{nn}(\tau) + \Phi_{sn}(\tau) + \Phi_{ns}(\tau)$ .

$\Phi_{sn}(\tau)$ ,  $\Phi_{ns}(\tau)$ : Kreuzkorrelationsfunktionen, gehen wegen Unkor-  
reliertheit von Nutz- und Störsignal mit wachsendem  $\tau$  gegen Null.

$\Phi_{nn}$  geht mit wachsendem  $\tau$  gegen Null, sofern „echtes“ Zufallssignal.

$\Phi_{ss}$  hat konstanten Wert im Abstand von der Periodendauer. Damit  
nimmt das Verhältnis Nutz- zu Störsignal mit wachsendem  $\tau$  zu.

### Signalangepasste Filter matched filter Optimalfilter

Der Signalverlauf ist bekannt.

$\underline{H}(f) = k \cdot \underline{S}_1^*(f)$ , d. h., die Spektralfunktion vom Signal und die Über-  
tragungsfunktion vom Filter müssen, bis auf eine dimensionsbehaftete  
Konstante  $k$  mit dem Betrag 1, konjugiert komplex zueinander sein.

## Sachwortverzeichnis

### A

- AB-Betrieb, Verstärker 117
- Abbildung durch Linsen 62
- Abbildungsmaßstab 63
- Abgeleitete SI-Einheiten 218
- Ablaufkette 209
- Ablaufsprache AS nach S7-GRAPH, SPS 216
- Ablaufsprache AS, SPS 215
- Ablaufsteuerungen mit SPS 208
- Abschirmung 228
- Abschnürspannung, FET 102 f.
- Absoluter Pegel 264
- Abtastfrequenz 300
- Abtasttheorem 321
- Abweichungsfortpflanzung 219
- Abweichungsgrenzen 219
- Access Time, Speicher 186
- AC-Eingangswiderstand, Bipolar-Transistor 98
- 8051, Anschlussbelegung 191
- 8051, Funktionsbild 191
- 8051, Speicherorganisation 192
- 8085 CPU 182
- actio = reactio 53
- Addierer, OP 119
- Addition, Dualzahlen 163
- Adressbus 180
- Adresse 180, 185
- Aiken-Code 164
- Akkumulator 181
- Aktionen, SPS 210
- Aktionsblock, SPS 210
- Aktionsgesetz 53
- Aktor-Sensor-Interface, ASI 231
- Akzeptanzwinkel 303
- Akzeptor 72
- Algebraische Form 5
- Algebraische Funktion 25
- Allgemeine Gleichung idealer Gase 58
- Alternierende Folge 41
- Alternierende Reihe 43
- ALU 181
- Amorphe Metalle 77
- Amplitudengang 290
- Amplitudenspektrum 315
- Amplitudenumtastung 288
- Analoge Messverfahren 218
- Analoge Regler 199
- Analyse 67
- Analytische Geometrie 36
- Anfangspermeabilität 76
- Angebot 307
- Anionen 67
- Ankathete 31
- Anlaufmoment, Gleichstrommaschine 241
- Anorganische Stoffe 67
- Anpassung 275
- Anschlussbelegung 8051, Mikrocontroller 191
- Anschlussbelegung, IC 172
- Anschlüsse 8051, Mikrocontroller 190
- Anschlussplan, Drahtbruchsicherheit, SPS 207
- Antennen 302
- Antennengewinn 303
- Antennengewinnmaß 302
- Antiferromagnetismus 74
- Anweisungsliste AWL, SPS 202
- A-Parameter 267
- Äquivalente Umformungen 7
- Arbeit 54
- Arbeitsaufgaben, SPS 212
- Arbeitspunkteinstellung
  - , Bipolar-Transistor 108
  - , FET 113
- Arbeitspunktstabilisierung
  - , Bipolar-Transistor 108
  - , FET 113
- Argument 5
- Arithmetik 1
- Arithmetische Folge 41
- Arithmetische Reihe 43
- Arithmetischer Mittelwert 219 f.
- Arithmetisches Mittel 4
- Arkusfunktionen 34
- Arkuskosinus 34
- Arkuskotangens 34
- Arkussinus 34

- Arkustangens 34
  - ARON-Schaltung 224
  - Arten von Ablaufsteuerungen 209
  - ASCII-Code 165
  - ASIC 175
  - Astabile Kippstufe
    - , OP 125
    - , Transistor 123
  - Asynchroner BCD-Zähler 171
  - Asynchroner Dualzähler 170
  - Asynchronmaschine 256
    - , Kurzschluss 237
  - Asynchrone Zähler 170
  - Atombau 65
  - Atom-Bindung 66
  - Atomhülle 65
  - Atomkern 65
  - Aufgenommene Wirkleistung
    - , Asynchronmaschine 237
    - , Synchronmaschine 241
  - Auftrieb 57
  - Auftriebskraft 57
  - Ausbreitungskoeffizient 274
  - Ausdehnungskoeffizient 58
  - Ausdehnung von Stoffen 58
  - Ausgangsgröße, Steuerungstechnik 199
  - Ausgangskennlinien, Bipolar-Transistor 98
  - Ausgangsleitwert, FET 104
  - Ausgangsreflexionsfaktor 280
  - Ausgangsspannung, OP 118
  - Ausgleichsstrom 236
  - Außenwinkel 11
  - Austauschkräfte 74
  - Autokorrelationsfunktion 261, 325
  - Avogadro-Konstante 64
- B**
- Ba-Ferrite 77
  - Bahngeschwindigkeit 53
  - Bahnmoment 73
  - Bandbreite 284, 291, 300
  - Bandfilter 294
  - Bandpassfilter 290
  - Bandsperre 290
  - Barometrische Höhenformel 57
  - Basen 67
  - Basis 2
  - Basisband-Durchschaltung 302
  - Basisschaltung, Bipolar-Transistor
    - 101, 107
  - Basiswinkel 15
  - Bauformen
    - , Elektronikbauteile 142
    - , Motoren 242
  - Baugrößen, Motoren 242
  - Baustein aufruf im OB1, SPS 216
  - B-Betrieb, Verstärker 117
  - BCD-Code 164
  - Befehlsausgabe, SPS 210
  - Befehlsvorrat 182
  - Befehlszähler 182
  - Befehlszyklus 182
  - Belastung, Transformator 233
  - Belastungsarten 254
  - Beleuchtungsstärke 225
  - Bemaßungsarten nach DIN 406 134
  - Bemaßung und Darstellung von Körpern
    - 134
  - Berichtiger Messwert 218
  - Bernoulli-Gleichung 57
  - Beschaltung einer SPS 201
  - Beschleunigung 52
  - Beschränkte Folge 41
  - Beschränkte Funktion 25
  - Beschränkte Intervalle 4
  - Bestimmtes Integral 48
  - Bestimmungsgleichung 7
  - Bestimmungszeichen für Aktionen, SPS 210
  - Betrag 9
  - Betriebsarten
    - bei Ablaufsteuerungen 209
    - , Motoren 245
  - Betriebsgrößen
    - , Bipolar-Transistor 106
    - des Vierpoles, FET 104
  - Betriebskenngrößen 269
  - Betriebsmittel der Energietechnik 250
  - Beugung 61
  - Beweglichkeit 68
  - Bewegungsenergie 55
  - Bijektive Funktion 25
  - Bildmenge 24
  - Bildweite 63
  - Binäre Logarithmen 3
  - Binäres System 157
  - Binomialverteilung 326
  - Binomische Formeln 1
  - Biot-Savartsches Gesetz 88
  - Bipolare Logikfamilien 176
  - Bipolar-Transistor als Verstärker 105

Bistabile Kippstufe 122  
 – , OP 126  
 Bit 157  
 Bitorganisierter Speicher 185  
 Blechbemaßung 135  
 Blindwiderstand der Hauptinduktivität,  
   Transformator 234  
 Blockcodes 311  
 Blockkondensator 86  
 Blocksymbol nach DIN 149  
 Bogenlänge 49  
 Bogenmaß 17  
 Bohrsches Atommodell 65  
 Bohrsches Magneton 73  
 Boltzmann-Konstante 64  
 Brechkraft 63  
 Brechung 61  
 Brechungsgesetz 61  
 Brechungsindex 62  
 Brechzahl Differenz 303  
 Bremsgleichspannung, Asynchronmaschine  
   238  
 Bremsgleichstrom, Asynchron-  
   maschine 238  
 Brennweite 63  
 – einer Linse in Luft 62  
 Brönsted 67  
 Bruchgleichungen 8  
 Bruchrechnung 1  
 Brückengleichrichter 95  
 – , B2 129  
 Brückenschaltung B 129  
 Burst-Signal 297  
 Buscheck-Diagramm 282  
 Bussystem 180, 229  
 Byte 157

## C

Cardanische Formel 7  
 Cassegrain-Antennen 302  
 Cavalierisches Prinzip 22  
 CELLFLEX-Kabel 277  
 Celsius 58  
 Chlophene 80  
 Chrominanzsignal 297  
 CMOS-Familie 177  
 CMOS-Logikfamilien 176  
 CMOS-Schaltungen 174  
 Coderate 299  
 Codes 164

Control-Flag 196  
 Cooper-Paare 70  
 Coulombsches Gesetz 85  
 Counter 196  
 C-Parameter 267  
 Curie-Temperatur 74, 90

## D

Dämpfungsfaktor 263  
 Dämpfungskoeffizient 274  
 Dämpfungsmaß 262 f., 291, 294  
 Dämpfungsverzerrungen 262  
 Darstellung und Bemaßung von Körpern 134  
 Daten 180, 257  
 Datenbus 180  
 Datennetze 308  
 Dauerkurzschlussstrom, Transformator 234  
 Dauermagnete 77  
 DC-Eingangswiderstand, Bipolar-Transistor  
   98  
 Deckfläche 20  
 Deemphase 287  
 Defektelektronen 69  
 Defektelektronenleitung 72  
 Definitionsbereich 24  
 Deformationspolarisation 78  
 Dehnung 226  
 Dehnungsmessstreifen, DMS 226  
 Dekadische Logarithmen 3  
 $\delta$ -Funktion 320  
 Deltamodulation 289  
 Delta-Sigma-Modulation 289  
 Demodulation 286  
 – bei FM 287  
 Demultiplexer 157, 167  
 Dezimalzahlen 162  
 D-Flipflop 168  
 DGPS 303  
 Diagonalen 13  
 Diagramme, Darstellung 148  
 Diamagnetismus 74, 90  
 Diamantgitter 66  
 Dielektrika 77, 79  
 Dielektrischer Verlustfaktor 79  
 Dielektrizitätskonstante 78  
 Dielektrizitätszahl 226  
 Differenzialrechnung 41  
 Differenzierungsregeln 45  
 Differenzierbare Funktion 45  
 Differenzierer, OP 120

- Differenz-Pulsmodulation 289  
 Differenzspannung, OP 118  
 Digitale Messverfahren 218  
 Digitale Regler 199  
 Digitalmultimeter 221  
 Digitaltechnik 157  
 Dimensionierung von Schaltungen  
 – , Bipolar-Transistor 109  
 – , FET 113  
 Dimetrische Darstellung 137  
 DIN-Messbus 232  
 Dioden 93  
 Diodenschalter 94  
 Dioptrie 63  
 Dirac-Impuls 320  
 Direkte Einzelement-Variablen, SPS 202  
 Direkte Kopplung 116  
 Disjunktive Form, SPS 203, 205  
 Disjunktive Normalform 159  
 Diskrete Fouriertransformation 322  
 Dissoziation 67  
 Divergente Folge 41  
 Divergente unendliche Reihe 42  
 Dividend 1  
 Dividieren komplexer Zahlen 6  
 Division 1  
 – , Dualzahlen 163  
 Divisor 1  
 Dodekaeder 22  
 Doppeldiagramm 282  
 Doppel-Kreis-Diagramm 282  
 Doppel-T-Filter 271  
 Dotieren 71  
 Dotierung 69  
 Drachen 13  
 Drainschaltung 114  
 Drain-Source-Spannung 102  
 Drainstrom 102  
 DRAM 188  
 Dreheisenmessinstrument 221  
 Drehfrequenzmessung 227  
 Drehimpuls 54  
 Drehimpulserhaltungssatz 54  
 Drehmoment 56  
 – , Gleichstrommaschine 241  
 Drehpulsmessinstrument 221  
 Drehstrommaschinen 237  
 Drehstrommotor im Einphasenbetrieb,  
 Asynchronmaschine 238  
 Drehstromnetz 249  
 Drehstromtransformatoren 235  
 Drehzahl  
 – , Asynchronmaschine 237  
 – , Gleichstrommaschine 241  
 – , Synchronmaschine 241  
 Drehzahlmessung 227  
 Dreiecke 11  
 Dreieck-Schaltung 249  
 Dreieck-Stern-Umwandlung 84  
 Dreiecksungleichungen 11  
 3-Excess-Code 164  
 Dreipoliger Kurzschluss 255  
 Dreipulsmittelpunktschaltung 129 f.  
 Driftgeschwindigkeit 68  
 Drosselspulen 236  
 Druck 57  
 Dual-Code 164  
 Duale Logarithmen 3  
 Dualzahlen 162  
 Dunkelwiderstand 126  
 Dünner Ring 56  
 Durchbruchspannung 93  
 – , Bipolar-Transistor 99  
 Durchflusswandler 131  
 Durchflutung 87  
 Durchflutungsgesetz 87  
 Durchlassbereich 290  
 Durchlassspannung 93  
 Durchlassstrom 93  
 Durchschlagfestigkeit 79  
 Durchschnitt zweier Mengen 1  
 DVB-C 299  
 DVB-S 299  
 DVB-T 299  
 Dynamik 53, 258  
 Dynamischer Durchlasswiderstand 93
- E**  
 ECL Emitter Coupled Logic 176  
 EEPROM 189  
 Effektive Permittivität 279  
 Effektivwert 220  
 Eichen 217  
 Eigenleitfähigkeit 71  
 Eigenschaften des bestimmten Integrals 49  
 Ein/Ausgabe 180  
 1-aus-4-Decoder 166  
 Eindringtiefe 277  
 Einerkomplement, Dualzahlen 163  
 Eingangsgröße, Steuerungstechnik 199

- Eingangsimpedanz 275  
Eingangskennlinie, Bipolar-Transistor 98  
Eingangsleitwert, FET 104  
Eingangsreflexionsfaktor 280  
Eingangsspannung, OP 118  
Einheit 51, 217 f.  
Einheitskreis 32  
Einkristall 66  
Einmoden-Stufenindex 304  
Einphasen- Wechselstrom 248  
Einpuls-Mittelpunktschaltung 130  
Einseitenband-Amplitudenmodulation 285  
Einseitige Grenzwerte 43  
Einweggleichrichter 94 f., 129  
Einwegschaltung 129  
Einzelkompensation 256  
EIRP 303  
Eisen 76  
Eisenkern mit Luftspalt 91  
Eisenverlustleistung, Transformator 234  
Eisenverluststrom, Transformator 234  
Eisenverlustwiderstand, Transformator 234  
E-Kupfer 71  
Elastische Energie einer Feder 55  
Elektret 78  
Elektrische Betriebsmittel 151  
Elektrische Feldkonstante 64, 85  
Elektrische Feldstärke 85  
Elektrische Flussdichte 86  
Elektrische Jahresarbeit, Transformator 235  
Elektrische Leitfähigkeit 68  
Elektrische Maschinen, Transformator 233  
Elektrischer Fluss 86  
Elektrischer Schwingkreis 59  
Elektrisches Feld 85  
Elektroakustik 306  
Elektroakustischer Übertragungsfaktor 307  
Elektrobleche 76  
Elektrochemie 67  
Elektrochemische Spannungsreihe 67  
Elektro-Installationsplan 156  
Elektrolyse 67  
Elektron 83  
Elektronengas 68  
Elektronenpolarisation 78  
Elektronische Schalter, Transistor 121  
Elektronische Steller 131  
Elementare Funktion 25  
Elementarladung 64  
Elementarzelle 66  
Ellipse 39  
Ellipsengleichung 39  
Elliptischer Hohlleiter 278  
Emitterschaltung, Bipolar-Transistor 101, 106  
Empfindlichkeit 217  
Endliche Folge 41  
Endstufen 117  
Energie 54, 85  
– der Gasmoleküle 59  
– im Kondensator 86  
– in einer Spule 92  
Energiebänder 68  
Energieerhaltungssatz 55  
Energieerzeugung 248  
Energieinhalte von Energieträgern 248  
Energieprodukt 77  
Energiereserven 248  
Energietechnik 248  
Energieträger 248  
Entmagnetisierung 75  
Entmagnetisierungskurve 77  
Entropie 257  
Entscheidungsgehalt 257  
Epoxidharze 80  
EPROM 189  
Erdbeschleunigung 54  
Erdung 228  
Ergodischer Prozess 325  
Ersatzbild mit h-Parameter, Bipolar-Transistor 100  
Ersatzschaltbild mit y-Parameter, FET 104  
Ersatzteilbeschaffung 139  
Erster Strahlensatz 18  
Erwartungswert 219  
Erweitern eines Bruchs 2  
Erzwungene Schwingungen 60  
Eulerscher Polyedersatz 22  
Exklusiv ODER, SPS 203, 205  
Exponent 2  
Exponentialfunktion 29  
Exponentialgleichungen 8  
Extremwerte von Funktionen 46
- F**  
Fadenpendel 59  
Fahrenheit 58  
Faktor 1  
Faktor k, Kurzschluss 255  
Fallzeit 52

- Faltungsintegral 321  
 Faltungskodes 311  
 Fan In 173  
 Fan Out 173  
 Farbartsignal 297  
 Farbcode 142  
 Farbfernsehbildübertragung 299  
 – , (analog) 297  
 Farbhilfsträger 297  
 FBAS 297  
 FBS-, AWL-Sprache, SPS 213 f.  
 Federpendel 59  
 Fehlererkennende Kodes 311  
 Fehlerfortpflanzung 219  
 Fehlerkorrigierende Kodes 311  
 Fehlerschutz 299  
 Feld  
 – einer Ringspule 87  
 – eines Leiters 87  
 Feldeffekttransistoren 102  
 Feldplatte 70  
 Fermifunktion 68  
 Ferminiveau 69  
 Fernseh-Bildübertragung 297  
 Fernsprechnet 309  
 Ferrimagnetismus 74  
 Ferrite 76 f.  
 Ferroelektrika 78  
 Ferromagnetismus 74, 90  
 Festwertspeicher 188  
 FET-Transistor als Verstärker 112  
 Filter 290  
 Flächeninhalt 11, 13  
 Flächenwiderstand 277  
 Flagregister 181  
 Flags 195  
 Flash-EPROM 189  
 Flipflop 168, 185  
 Flüchtige (volatile) Speicher 185  
 Flughöhe 52  
 Flugweite 52  
 Flugzeit 52  
 Flüssigkeiten 57  
 Folgen 41  
 Footprint 303  
 Fotodiode 126  
 Fotoelement 126  
 Fototransistoren 127  
 Fotowiderstand 126  
 Fouriertransformation 315  
 Freier Fall 52  
 Freiraumdämpfung 302  
 Frequenz 53, 59  
 Frequenzabhängigkeit der Verstärkung,  
   Bipolar-Transistor 100  
 Frequenzdiversity 301  
 Frequenzgang 262, 290 f.  
 Frequenzhub 287  
 Frequenzkompensierter Spannungsteiler  
   272  
 Frequenzmultiplexverfahren 301  
 Frequenzteiler 171  
 Frequenzumtastung 288  
 Funkmesstechnik 305  
 Funktionen 24  
 Funktionsablaufplan, SPS 212  
 Funktionsbaustein FB10, SPS 213 ff.  
 Funktionsbausteinsprache FBS, SPS 202  
 Funktionsbild 8051, Mikrocontroller 191  
 Funktionsblöcke einer SPS 201  
 Funktionsgleichung 7, 24  
 Funktionskennzeichen 157  
 Funktionswerte 24
- G**  
 GAL 179  
 Ganze rationale Funktion 26  
 Ganze Zahlen 1  
 Gase 57, 79  
 Gateschaltung 115  
 Gate-Source-Spannung 102  
 Gatter, IC 172  
 Gatterlaufzeit, IC 172  
 Gaußsche Zahlenebene 5  
 Gaußverteilung 220, 327  
 Gebrochene lineare Funktion 26  
 Gebrochene rationale Funktion 26, 28  
 Gedämpfte Schwingungen 60  
 Gegenkathode 31  
 Gegenstandsweite 63  
 Gegentakt-Verstärker, AB-Betrieb 117  
 Generatorgleichung, Gleichstrommaschine  
   241  
 Generatorleistung, Gleichstrommaschine  
   241  
 Generatorpolynomen 312  
 Geometrische Folge 41  
 Geometrische Reihe 43  
 Geometrischer Mittelwert 325  
 Geometrisches Mittel 4

- Gerade Funktion 24  
Geraden 9, 37  
Geradengleichung 37  
Geräusch 306  
Gesamtkraft 57  
Gesamtrauschzahl 261  
Gesamt-Systemdämpfung 302  
Gesamtverlustleistung, Bipolar-Transistor 99  
Geschwindigkeit 51 f.  
Gesetz nach Stefan-Boltzmann 63  
Gestreckter Winkel 9  
Gewinde 138  
Gitterfehler 66  
Glättung 95  
Glättungsfaktor 96  
Gleichförmige Bewegung 51  
Gleichgerichtete Läuferspannung 240  
Gleichgewichtige Codes 311  
Gleichmäßig beschleunigte Bewegung 51  
Gleichrichter 94  
– , OP 120  
Gleichschenklige Dreiecke 11  
Gleichseitige Dreiecke 11  
Gleichspannung, Läuferkreis 240  
Gleichstrom 248  
Gleichstromkomponente, Kurzschluss 255  
Gleichstromkreis 83  
Gleichstrommaschinen 241  
Gleichstromnetz 249  
Gleichstromsteller 131  
Gleichstromumrichter 128  
Gleichstromverstärkung, Bipolar-  
Transistor 98  
Gleichtaktspannung, OP 118  
Gleichtaktunterdrückung, OP 118  
Gleichtaktverstärkung, OP 118  
Gleichung 7, 24  
Gleichungsarten 7  
Gleichwellennetz 299  
Glimmer 79  
GPS 303  
Grad eines Filters 290  
Gradmaß 9  
Graph 24  
Grauwerte 297  
Gravitationsgesetz 54  
Gravitationskonstante 54, 64  
Gravitationskraft 54  
Gray-Code 164  
Grenzdaten, IC 172  
Grenzflächenpolarisation 78  
Grenzfrequenz 290  
– , OP 118  
Grenztemperaturen, Isolierungen 245  
Grenzwert  
– , Bipolar-Transistor 99  
– einer Folge 41  
– im Unendlichen 44  
– von Funktionen 43  
Größe 51  
Größenwert 217  
Grundfläche 20  
Grund-Flipflop 168  
Grundrechenarten 1  
Grundschaltungen des bipolaren Transistors  
106  
Grundverknüpfungen 158  
Gruppengeschwindigkeit 275, 278  
Gruppenkompensation 256  
Güte 291  
Gütefaktor 60, 224
- H**  
Halbaddierer 166  
Halbbrücke 223  
Halbgerade 9  
Halbgesteuerter Stromrichter 129 f.  
Halbgleichliegende Winkel 10  
Halbleiter 69, 71  
Halbleiterspeicher 184  
Halbmetalle 65  
Halbwertsbreite 302  
Halleffekt 70, 89  
Hallgenerator 70  
Hallkonstante 70  
Hallspannung 70  
Hallwinkel 70  
Hammerstad 279  
Hamming-Distanz 311  
Hangabtriebskraft 53  
Hardware-Interrupts 184  
Harmonische Reihe 43  
Harmonische Schwingungen 59 f.  
Harmonisches Mittel 4  
Hartmagnetika 77  
Häufigkeit 324  
Häufigkeitsverteilungen 220  
Hauptform oder Normalform  
der Geradengleichung 37  
Hauptgruppen 65

- Hauptquantenzahl 65  
 Hauptsatz der Differenzial- und Integralrechnung 48  
 Hauptwerte 35  
 Hazardimpuls 174  
 Helligkeitssignal 297  
 Hellwiderstand 126  
 Hessesche Normalform 37  
 Hexadezimalzahlen 162  
 HIGH-Pegel 157  
 Hochfrequenz-Koaxialkabel 277  
 Hochfrequenzleistungen 277  
 Hochpassfilter 290  
 Hochzahl 2  
 Höhe 12  
 Höhensatz 12  
 Höhere Ableitungen 45  
 Hohlleiter 278  
 Hohlleiterbezeichnungen 278  
 Hohlleiterfrequenz 278  
 Hohlleiterindizes 278  
 Hohlleiterwelle 278  
 Hohlzylinder 20, 56  
 Hörschall 306  
 Hörschwelle 307  
 H-Parameter 267  
 – , Bipolar-Transistor 100  
 Hydrodynamik 57  
 Hydrostatischer Druck 57  
 Hydroxide 67  
 Hyperbel 40  
 Hyperbelgleichung 40  
 Hypotenuse 31  
 Hysteresekurve 75  
 Hysteresespannung, OP 124  
 Hysteresse-Verlustleistung 75
- I**
- IC 171  
 Ideale Gase 58  
 IEC-Bus 229  
 III-V-Verbindungen 72  
 Ikosaeder 22  
 Imaginärteil 5  
 Impedanzmessung 222  
 Impedanzwandler, OP 119  
 Impuls 53, 54  
 Impulserhaltungssatz 54  
 Impulsverbreiterung 304  
 Induktion 91  
 Induktionsgesetz 91  
 Induktionsspannung, Synchronmaschine 242  
 Induktive Aufnehmer 226  
 Induktivität  
 – , Transformator 234  
 – von Spulen 91  
 Induzierte Spannung, Gleichstrommaschine 241  
 Information 257  
 Informationseinheiten 157  
 Informationsfluss 258  
 Informationsgehalt 257  
 – , mittlerer 257  
 Infraschall 306  
 Injektive Funktion 25  
 Inkreis 11  
 Innere Reibung 58  
 Insulated-Gate-FET 103  
 Integralrechnung 41, 47  
 Integrationsregeln 47  
 Integrierer, OP 120  
 Integrierter Schaltkreis, IC 171  
 Internet 310  
 Interrupt 182, 195 f.  
 Intervalle 4  
 Intrinsicdichte 71  
 Inverse Funktion 25  
 Inverse trigonometrische Funktionen 34  
 Invertierender Komparator, OP 124  
 Ionenbindung 66  
 Ionenkonzentrationen 67  
 Ionenpolarisation 78  
 Ionenprodukt 67  
 Ionisierungsfeldstärke 79  
 Irrationale Funktion 26, 29  
 Irreversible Drehungen 75  
 ISDN 310  
 Isolation 277  
 Isolationszeitkonstante 79  
 Isolator 69, 78  
 Isometrische Darstellung 137  
 ISO-Toleranzsystem 136
- J**
- Jahres-Leerlaufarbeit, Transformator 235  
 Jahreswirkungsgrad, Transformator 235  
 Jahres-Wirkverlustarbeit, Transformator 235  
 J-FET 102  
 JK-Flipflop 169  
 Justieren 217

**K**

- Kabel 250, 254, 272
- Kabeldämpfung 277
- Kalibrieren 217
- Kaltleiter 71
- Kanalkapazität 258
- Kanalkodierung 311
- Kapazität 86
  - , Speicher 186
- Kapazitive Aufnehmer 226
- Kapazitive Kopplung 116
- Karnaugh-Veitch-Tabellen 161
- Kartesches Koordinatensystem 24, 36
- Kathete 31
- Kathetensatz 12
- Kationen 67
- Kegel 21
- Kegelschnitt 38 f.
- Kehrwert eines Bruchs 2
- Kelvin 58
- Kenndaten
  - , IC 172
  - von Kabeln 252
- Kennzeichnung
  - von Kondensatoren 142
  - von Widerständen 142
- Kennzeichnungssystem, Kabel 252
- K-Faktor 226
- Kinematik 51
- Kinetische Energie 55
- Kippschaltungen mit Operationsverstärker 124
- Kippstufen, Transistor 121
- Kirchhoffsche Gesetze 83
- Klasse 220
- Kleinsignalverstärkung, Bipolar-Transistor 98
- Klirrfaktor 262
- Knotenregel oder 1. Kirchhoffsches Gesetz 83
- Koerzitivfeldstärke 75 ff.
- Kollektorschaltung, Bipolar-Transistor 101, 107
- Kommunikationsnetze 308
- Kommutierungskurve 75
- Komparator 166
  - mit Hysterese, OP 124 f.
- Kompensationsanlagen 256
- Komplementwinkel 10
- Komplexe Fourierreihe 315
- Komplexe Funktion 25
- Komplexe Zahlen 1, 5
- Kondensator 79, 86
  - , Laden, Entladen 87
- Kondensatorleistung, Kompensation 256
- Kongruenz 12
- Kongruenzsatz 12
- Konjugiert komplexe Zahlen 5
- Konjunktive Form, SPS 203, 205
- Konjunktive Normalform 159
- Konstante Folge 41
- Konstante Funktion 26
- Konstruktionselemente 139
- Kontaktbenennungen nach DIN 141
- Kontakte nach DIN 141
- Kontaktplan KOP, SPS 202
- Kontinuitätsgleichung 57
- Konventionell richtiger Wert 218
- Konvergente Folge 41
- Konvergente unendliche Reihe 42
- Konvexes Polyeder 22
- Koordinatenkreuz 24
- Koordinatensysteme 36
- Kopplungsarten, Bandfilter 294
- Kopplungsfaktor 294
- Korrektion 218
- Korrelationsfunktionen 261
- Korrespondenztabelle 316
- Kosinus 31
- Kosinuskurve 33
- Kosinussatz 34
- Kotangens 31
- Kotangenskurve 33
- Kraft 53, 226
- Kräfte
  - auf Ladungen 88
  - auf Leiter 89
  - auf Schiefen Ebenen 53
  - im Magnetfeld 88
- Kreisabschnitt 16
- Kreisausschnitt 16
- Kreisbahn eines Elektrons 89
- Kreisbewegung 53
- Kreisdiagramm 280, 282
- Kreise 15, 38
- Kreisfläche 16
- Kreisfrequenz 53, 59 f.
- Kreisgleichung 38
- Kreissegment 16
- Kreissektor 16

- Kreisumfang 16  
 Kreiszahl  $\pi$  16  
 Kreiszyylinder 20  
 Kreuzkorrelationsfunktion 261, 326  
 Kreuzschaltung 272  
 Kriechspuren 79  
 Kriechströme 79  
 Kristallgitter 66  
 Kritische Kopplung 294  
 Kritische Stromdichte 70  
 Kubische Funktion 26 f.  
 Kubische Gleichungen 7  
 Kugelgleichung 38  
 Kugelkappe 23  
 Kugelkondensator 86  
 Kugeln 23, 38  
 Kugeloberfläche 23  
 Kugelschalen 65  
 Kugelsegment 23  
 Kugelsektor 23  
 Kugelvolumen 23  
 Kühlarten  
 – , Motoren 244  
 – , Transformator 233  
 Kühlmittel, Transformator 233  
 Kühlmittelbewegung, Transformator 233  
 Kupferverlustleistung, Asynchron-  
 maschine 237  
 Kurve 24  
 Kürzen eines Bruchs 2  
 Kurzschlussblindwiderstand, Transformator  
 234  
 Kurzschlussimpedanz, Transformator 234  
 Kurzschlusschutz 251  
 Kurzschlussstromberechnung 255  
 Kurzschlussversuch, Transformator 234  
 Kurzschlusswiderstand, Transformator 234  
 Kurzzeichen für Kabel 251  
 KV-Tabellen, Diagramme 161
- L**
- Ladungsträgerbeweglichkeit 72  
 Lageenergie 54  
 LAN 308  
 Länge 9  
 Längssymmetrische Zweitore 271  
 Laplacerücktransformation 317  
 Laplacetransformation 317  
 Lastfaktoren 173  
 Läufer Spannungsgleichung, Asynchron-  
 maschine 237  
 Läufer vorwiderstand, Asynchronmaschine  
 239  
 Läuferwirkwiderstand, Asynchronmaschine  
 237  
 LDR-Light-Dependent-Resistor 126  
 LED 127  
 Leerlauf, Transformator 233  
 Leerlaufdrehzahl, Gleichstrommaschine 241  
 Leerlauf-Primärspannung, Transformator  
 233  
 Leerlauf-Sekundärspannung, Transformator  
 233  
 Leerlaufspannungsverstärkung, OP 118  
 Leerlaufversuch, Transformator 234  
 Leistung 55, 85, 307  
 Leistungsanpassung 85  
 Leistungselektronik 128  
 Leistungsspektrafunktion 314  
 Leistungsverstärkung 281  
 Leistungswelle 281  
 Leiter 1. Ordnung 68  
 Leitfähigkeit 68  
 Leitkupfer 71  
 Leitung 252, 272  
 – , Kurzschluss 255  
 Leitungsband 68  
 Leitungsbeläge 272  
 Leitungsgleichungen 274  
 Leitungskenngrößen 274  
 Leitungsmechanismus 68  
 Leitungsverbindungen 155  
 Leitwert 83  
 Leuchtdichtesignal 297  
 Leuchtdioden 127  
 Lichtgeschwindigkeit 278  
 – im Vakuum 64  
 Lichtwellenleiter 303  
 Limes einer Folge 41  
 Lineare Ausdehnung 58  
 Lineare Funktion 26  
 Lineare Gleichungen 7  
 Lineare Gleichungssysteme 8  
 Linearer Mittelwert 325  
 Lineare Verzerrungen 262  
 Linien nach DIN EN ISO 128 134  
 Linsenformel 63  
 Löcher 69

Logarithmen 3  
 Logarithmische Gleichungen 8  
 Logarithmusfunktion 30  
 Logikfamilien, bipolar, CMOS 176  
 Lokale Netze, LAN 308  
 Lorentzkraft 88  
 Lösungsdruck 67  
 LOW-Pegel 157  
 Luftspaltleistung, Asynchronmaschine 237  
 Luminanzsignal 297

## M

MAG 281  
 Magnetfeld 226  
 Magnetika 76  
 Magnetische Feldkonstante 64, 87  
 Magnetische Flussdichte 88, 226  
 Magnetische Kreise 90  
 Magnetische Leitfähigkeit 73  
 Magnetische Polarisation 73, 89  
 Magnetischer Dipol 73  
 Magnetischer Fluss 88  
 Magnetischer Widerstand 91  
 Magnetisches Feld 87  
 Magnetisches Moment 73  
 Magnetische Spannung 90  
 Magnetische Suszeptibilität 89  
 Magnetisierung 73, 75, 89  
 Magnetisierungskurve 75  
 Magnetisierungsstrom, Transformator 234  
 Mantellinien 20  
 Maschennetz 250  
 Maschenregel oder 2. Kirchhoffsches Gesetz 83  
 Masken-ROM 188  
 Maßeintragungen 136  
 Maßlinienbegrenzung 135  
 Maßstäbe nach DIN ISO 5455 134  
 Maßzahl 51  
 Master-Slave-FF 167  
 matched filter 329  
 Materialeinteilung 78  
 Materie im Magnetfeld 89  
 Maximal übertragbare Frequenz, OP 118  
 Maximale Ausgangsspannung, OP 118  
 Maximale Kurzschlussdauer 251  
 Maximale relative Abweichungen 219  
 Maximum Available Gain MAG 281  
 Maximum-Likelihood-Bedingung 312  
 Maxterm 159

Mechanik 51  
 Mechanisch abgebbare Leistung  
 – , Asynchronmaschine 238  
 – , Synchronmaschine 241  
 Mechanische Leistung, Synchronmaschine 242  
 Median 12, 325  
 Mehrfachübertragung 300  
 Mehrkanalton 298  
 Mehrmoden-Gradientenindex 304  
 Mehrmoden-Stufenindex 304  
 Mehrstufige Verstärker 116  
 Mengen 1  
 Messabweichung 218, 222  
 Messbereich 217  
 Messbereichserweiterung 84  
 Messdatenaufbereitung 227  
 Messen 217  
 Messergebnis 217  
 Messfehler 218  
 Messgerät 217  
 Messprinzip 217  
 Messsysteme 228  
 Messumformer 217  
 Messumsetzer 218  
 Messung von  $L$ ,  $C$  224  
 Messverfahren 217  
 Messverstärker 229  
 Messwandler 217  
 Messwert 217  
 Metallgläser 77  
 Metallische Bindung 66  
 Metalloxide 80  
 Metrisches ISO-Gewinde 145  
 Microstrip-Leitung 279  
 Mikrocomputersystem 180  
 Mikrocontroller 190  
 Mikroprozessor 180, 182  
 Mikrostreifenleitung 279  
 Mindestquerschnitt von Kabeln 252  
 Minterm 159  
 Minuend 1  
 Minuten 9  
 Mittelpunktsschaltung 94, 129  
 Mittelpunktswinkel 16  
 Mittelsenkrechte 11  
 Mittelwerte 4, 220  
 Mittlere Kodewortlänge 310  
 Mittlere Wartedauer 307  
 Mobilfunknetz 310

- Moden 304  
 Modendispersion 304  
 Modul 5  
 Modulation 284  
 Modulationsgrad 284  
 Modulationsindex 287  
 Moivresche Formel 6  
 Monostabile Kippstufe  
 – , OP 125  
 – , Transistor 122  
 Monotone Folge 41  
 Monotone Funktion 24  
 Monotonieintervall 34  
 MOS-FET 103  
 Motorgleichung, Gleichstrommaschine 241  
 Motorleistung, Gleichstrommaschine 241  
 Motormoment  
 – , Asynchronmaschine 238  
 – , Synchronmaschine 241 f.  
 MPEG-2 299  
 MS-JK-Flipflop 169  
 Multiplexer 157, 167  
 Multiplexverfahren 300  
 Multiplikation 1  
 – , Dualzahlen 163  
 Multiplizieren komplexer Zahlen 6  
 Muttern 144
- N**
- Nachricht 257  
 Nachrichtenquader 258  
 NAND 158  
 Naturkonstante 64  
 Natürliche Logarithmen 3  
 Natürliche Zahlen 1  
 n-Dotierung 72  
 Nebengruppen 65  
 Nebenquantenzahl 65  
 Nebenwinkel 10  
 Néel-Temperatur 74  
 Negative Flanke, SPS 203, 205  
 Negative Logik 157  
 Negative verbotene Zone 69  
 Nenner 1  
 Nenn-Kurzschlussspannung, Transformator 234  
 Nenn-Kurzschlussverluste, Transformator 234  
 Nenn-Leerlaufstrom, Transformator 234  
 Nennstrangleistung, Transformator 235  
 Nennstrangspannung, Transformator 235  
 Nennstrangstrom, Transformator 235  
 Netz, Kurzschluss 255  
 Netzspannung 240  
 Netzstrukturen 249  
 Neutronen 65  
 Newtonsche Axiome 53  
 Nibble 157  
 NICHT 158  
 Nicht beschränkte Intervalle 5  
 Nichtdeterministische Signale 324  
 Nichtflüchtige (nonvolatile) Speicher 185  
 Nichtinvertierender Komparator, OP 124  
 Nichtinvertierender OP 119  
 Nichtlineare Verzerrungen 262  
 Nichtmetalle 65  
 N-Kanal-JFET 102  
 N-Kanal-Typ 103  
 n-Leitung 72  
 NOR 158  
 Normale 38  
 – am Kreis 38  
 Normalform 7, 28  
 Normalleiter 69, 71  
 Normalparabel 26  
 Normalprojektion 137  
 Normalverteilung 220, 327  
 Normen für Technische Zeichnungen 133  
 Normierte Leistungswellen 280  
 Normierte Verstimmung 295  
 Normschrift nach DIN 6776 ISO 3098 134  
 Normteile 139  
 – , Maschinenbau 144  
 NTC-Widerstand 225  
 Nullfolge 41  
 Nullstelle 28  
 Nullwinkel 9  
 Numerische Apertur 303  
 NVRAM 189
- O**
- Oberes Seitenband 284  
 Oberflächenwiderstand 79  
 ODER 158  
 – , NEGATION, SPS 203 f.  
 Ohmsches Gesetz 83  
 Oktaeder 22  
 Öle 80  
 OP als Verstärker 118  
 Open Collector 174

- Operationsverstärker, OP 118  
Operatoren der Anweisungsliste, SPS 202  
Optik 62  
Optimaler Wirkungsgrad, Transformator 235  
Optimalfilter 312, 329  
Optimalkode nach Fano 311  
Optoelektronik 126  
Orbitalmodell 65  
Ordnatenachse 24  
Ordnungspolarisation 78  
Organisation, Speicher 186  
Organische Stoffe 67  
Oxydation 67
- P**
- Paarungen 136  
PAL 179  
PAL-Verfahren 298  
Papier 80  
Parabel 40  
Parabelgleichung 40  
Parabolantennen 302  
Parallelen 9  
Parallelepiped 19  
Parallelogramm 13  
Parallelprojektion 10  
Parallelschalten von Transformatoren 236  
Parallelschaltung  
– von Kondensatoren 87  
– von Spannungsquellen 85  
– von Spulen 92  
– von Widerständen 84  
Paramagnetismus 74, 90  
Parsevalsche Gleichung 326  
Partialbruchzerlegung 29  
Partialsommen 42  
Passsystem 136  
Pauli 65  
Pauling 67  
p-Dotierung 72  
Pegel 264  
– , Digitaltechnik 157  
– , IC 172  
Periodendauer 53  
Periodensystem 65  
Periodische Funktion 25  
Peripheriewinkel 16  
Permeabilität 73, 76  
– , permanente 76  
Permittivitätszahl 78, 277  
Phasengang 290  
Phasengeschwindigkeit 61, 275, 278  
Phasenhub 287  
Phasenkoeffizient 274  
Phasenmaß 262  
Phasenspektrum 315  
Phasenumtastung 288  
Phasenverzerrungen 262  
Phasenwinkel 290  
Phenoplaste 80  
Photometrie 63  
pH-Wert 67  
Piezoelektrika 78  
P-Kanal-JFET 103  
P-Kanal-Typ 104  
Plancksche Strahlungsformel 63  
Plancksches Wirkungsquantum 63 f.  
Planimetrie 9  
Platonische Körper 22  
Plattenkondensator 86, 226  
p-Leitung 72  
PN-FET 102  
Poissonverteilung 327  
Pol 28, 44  
Polar 78  
Polarisation 77  
Polarisationskurve 77  
Polarisationsstrom 78  
Polarkoordinatensystem 36  
Polradspannung, Synchronmaschine 241  
Polradspannungsgleichung, Synchronmaschine 241  
Polradstellung 240  
Polyeder 22  
Polyesterharze 80  
Polyethylen 80  
Polygonschaltung P 129  
Polykristall 66  
Polynome 8  
Polystyrol 80  
Polyvinylchlorid 80  
Portregister 194  
Ports 194  
Portstruktur 194  
Porzellane 80  
Positive Flanke, SPS 203, 205  
Positive Logik 157  
Potenz 2  
Potenzfunktion 28

- Potenzial 85  
 Potenzielle Energie 54  
 Potenzieren 3  
 – einer Potenz 2  
 – komplexer Zahlen 6  
 Potenzrechnung 2  
 Preemphase 287  
 Primärenergieträger 248  
 Primärradar 305  
 Primär-Schaltenteil 131  
 Primärspannung, Transformator 233  
 Prismen 19  
 Produkt 1  
 Program Status Word, PSW 195  
 Programmabarbeitung, SPS 201  
 Programmbeispiel  
 – , SPS 211  
 – , Wendeschützschaltung, SPS 206  
 Programmierbare Logikbausteine 178  
 Programmiersprachen, SPS 202  
 – Programmierung 201  
 Programmverwirklichung, Steuerungstechnik 200  
 Projektion 10, 137  
 PROM 188  
 Proportionalfunktion 26  
 Protolyse 67  
 Protonen 65  
 Prozessablauf, SPS 211  
 PSE 65  
 PSW 182, 195  
 PTC 71  
 PTC-Widerstand 225  
 Pulsamplituden-Modulation 288  
 Pulscode-Modulation 289  
 Pulsdauer-Modulation 288  
 Pulsfrequenz-Modulation 288  
 Pulsphasen-Modulation 288  
 Pulsträger-Modulation 288  
 Punktmasse 56  
 Punktsteigungsform 37  
 Punktsymmetrie 17  
 Pyramiden 20  
 Pyroelektrika 78  
 Pyroelektrisch 78
- Q**
- Quader 19  
 Quadrat 13  
 Quadratische Funktion 26  
 Quadratische Gleichungen 7  
 Quadratische Säule 19  
 Quadratisches Mittel 4  
 Quadratwurzel 3  
 Quarz 79  
 Quasi-TEM-Welle 279  
 Quellenkodierung 310  
 Querschnittsformen 278  
 Querschnittsverhältnis 72  
 Querstrom 78  
 Quotient 1
- R**
- Radar 305  
 Radarquerschnitt 305  
 Radikal 67  
 Radikand 3  
 Radizieren 3  
 – komplexer Zahlen 6  
 RAM 187  
 Rationale Funktion 25  
 Rationale Zahlen 1  
 Raumdiversity 301  
 Rauschabstand 261  
 Rauschen 260  
 Rauschmaß 261  
 Rauschquellen 328  
 – , äußere 260  
 – , innere 260  
 Rauschzahl 261  
 Reaktionsgleichung 67  
 Realteil 5  
 Rechenwerk 181  
 Rechteck 13  
 Rechteckhohlleiter 278  
 Rechter Winkel 9  
 Rechtwinklige Dreiecke 11  
 Redox-Reaktion 67  
 Reduktion 67  
 Reduktionsfaktoren, Nennleistung 245  
 Reduktionsformeln 33  
 Redundanz 257  
 REED-SOLOMON 299  
 Reelle Fourierreihe 314  
 Reelle Funktion 25  
 Reelle Zahlen 1  
 Reflexion 61  
 Reflexionsfaktor 275, 281  
 Reflexionsgesetz 61  
 Regelkreis 199

- Regeln 199
- Regelung 199
- Register 181, 185
- Registerbankauswahl 195
- Reguläre n-Ecke 14
- Reibungsenergie 55
- Reibungskraft 54
- Reibungszahl 54
- Reihen 42
- Reihenschaltung
  - von Kondensatoren 87
  - von Spannungsquellen 84
  - von Spulen 92
  - von Widerständen 84
- Relative Abweichungen 219
- Relative Ersatzkurzschlussspannung 236
- Relative Kurzschlussspannung, Transformator 234
- Relative Messabweichung 218
- Relative Permeabilität 89
- Relative Redundanz 257
- Relativer Messfehler 218
- Relatives Leerlaufstromverhältnis, Transformator 234
- Remanenzflussdichte 75
- Resonanz 60
- Resonanzfrequenz 291
- Resonator 79
- Ressourcen 248
- Restseitenband-Amplitudenmodulation 286
- Restströme, Bipolar-Transistor 99
- Restverkehr 307
- Reversible Drehungen 75
- Reversible Permeabilität 76
- Rhombus 13
- Richtfunktechnik 301
- Richtkoppler 280
- Ringnetz 250
- ROM 188
- Rotation 53, 55
- RS-Flipflop 168
- RS-Speicherfunktion, SPS 203, 205
- Rückstellkraft einer Feder 53
- Rückübertragungsfaktor 280
- Rückübertragungsreflexionsfaktor 281
- Rückwärtsbetrieb 269
- Rückwärtsrichtung 93
- Rückwärtszähler 170
- Rückwirkungsfreie Zweitere 271
- Ruhemasse
  - des Elektrons 64
  - des Protons 64
- Rundfunk-Stereoübertragung 296
- Rundhohlleiter 278
- Satellit 302
- Sättigungsstrom, FET 102
- Satz
  - des Pythagoras 12
  - von Brahmagupta 13
  - von Ptolemäus 13
  - von Steiner 56
  - von Viëta 7
- Säuren 67
- Scatter-Parameter 280
- Scatterverbindung 302
- Schall 306
- Schalldruck 306
- Schalldruckpegel 307
- Schallleistung 306
- Schallgeschwindigkeit 306
- Schallintensität 306
- Schall-Kennimpedanz 306
- Schallpegel 307
- Schallschnelle 306
- Schaltalgebra, Gesetze, Regeln 159
- Schalter, OP 124
- Schaltgeräte 140
- Schaltglieder 140
- Schaltgruppen, Transformator 235
- Schaltleistung 94
- Schaltnetze 166
- Schaltnetzteile 131
- Schaltungsunterlagen 147
  - der Energietechnik 154
- Schaltwerke 167
- Schaltzeichen 140
  - nach DIN 149
- Schaubild 24
- Scheitelform der quadratischen Funktion 27
- Scheitelwinkel 10
- Schieberegister 157, 169
- Schiefer Wurf 52
- Schirmquerschnitt, Kabel 250
- Schleifendarstellung von Ablaufketten, SPS 210
- Schleifringläuferasynchronmotoren, Asynchronmaschine 239
- Schleusenspannung 93
- Schlitzleitung 279

- Schlupf, Asynchronmaschine 237  
 Schmitt-Trigger 123  
 Schnitte 138  
 Schrauben 138, 144  
 Schreib-Lese-Speicher 187  
 Schutzarten, Motoren 243  
 Schutzintervall 299  
 Schutzmaßnahmen 139  
 Schweredruck 57  
 Schwingkreis  
 – , Bandpass 294  
 – , Bandsperre 294  
 Schwund 302  
 Sechspulsbrückenschaltung B6 130  
 Sehnensatz 17  
 Sehnenviereck 13  
 Seitenhalbierende 12  
 Sekantensatz 17  
 Sekantentangentensatz 17  
 Sekundärradar 305  
 Sekundär-Schaltnetzteil 131  
 Sekundärspannung, Transformator 233  
 Sekunden 9  
 Selbstleitender IG-FET 103  
 Selbstsperrender IG-FET 103  
 Seltene-Erden 72  
 Selten-Erd-Magnete 77  
 Senkrechter Wurf 52  
 Serielle Schnittstelle 197  
 Serien-Gegentakt-Verstärker, B-Betrieb 117  
 Serviceplan 139  
 SFR SCON 197  
 Shannon 321  
 SI-Basiseinheiten 51, 218  
 SI-Basisgrößen 51  
 7-Segment-Code 164  
 Siebfaktor 96  
 Siebung 95  
 Signal 257  
 Signalangepasste Filter 329  
 Signaldarstellung 259  
 Signale 259  
 Signalfussdiagramm 280  
 Signalleitungen 228  
 Signalverarbeitung, Steuerungstechnik 200  
 Siliconelastomere 81  
 Siliconharze 81  
 Siliconkautschuke 81  
 Siliconöle 81  
 Silikone 81  
 Silizium-Temperatursensoren 225  
 Sinus 31  
 Sinuskurve 33  
 Sinussatz 34  
 Sinusträger 284  
 SI-System 51  
 Skalare 51  
 Skineffekt 277  
 Smith-Diagramm 280, 282  
 Software Interrupt 184  
 Sourceschaltung 113  
 Spannung 83  
 Spannungsfall  
 – , Kabel 254  
 – , Leitungen 254  
 Spannungsfestigkeit 277  
 Spannungsquelle 84  
 Spannungsrückwirkung, Bipolar-Transistor 99  
 Spannungs-Spannungs-Gegenkopplung 117  
 Spannungsstabilisierung 96  
 Spannungs-Strom-Kopplung, Bipolar-Transistor 109  
 Spannungsüberhöhung, Kompensation 256  
 Spannungsverstärkung, FET 104  
 s-Parameter 280  
 – im Kreisdiagramm 283  
 Spartransformatoren 236  
 Spat 19  
 Speichereinheit 180  
 Speichermatrix 185  
 Speicherorganisation 185  
 – 8051, Mikrocontroller 192  
 Speicherprogrammierbare Steuerung, SPS 201  
 Speicherstruktur 185  
 Speichersysteme 189  
 Speicherwerk 180  
 Spektraldichte 314  
 Spektrale Leistungsdichte 262, 326  
 Spektrale Strahldichte 63  
 Spektralfunktion 314  
 Sperrbereich 290  
 Sperrschicht-FET 102  
 Sperrspannung 93  
 Sperrstrom 93  
 Sperrwandler 131  
 Spezielle Gasgleichung 58  
 Spezielle Gaskonstante 58

- Spin 65
- Spinmoment 73
- Spitzer Winkel 9
- Spitzwinklige Dreiecke 11
- Sprung von Ablaufketten, SPS 210
- Sprungfunktion 320
- Sprungstelle 44
- Sprungtemperatur 70
- SPS 201
  - , Programmbeispiel 211
  - SPS-Norm 201
- Spule 226
  - , Ein- und Ausschalten 92
- SRAM 187
- SR-Speicherfunktion, SPS 203, 205
- ST, SPS 202
- Stab 56
- Stabilisierung durch Gegenkopplung 108
- Stabilisierungsfaktor 97
- Stabilität 323
- Stammfunktion 47
- Standardabweichung 219
- Ständerspannungsgleichung
  - , Asynchronmaschine 237
  - , Synchronmaschine 241
- Stationärer Prozess 325
- Statistischer Multiplex 299
- Stefan-Boltzmann-Gesetz 63
- Stefan-Boltzmann-Konstante 63 f.
- Stehende Wellen 61
- STEP 7, SPS 204
- Stereometrie 19
- Stereo-Mikrofonanordnungen 296
- Stereo-Rundfunkübertragung 296
- Stern-Dreieck-Umwandlung 84
- Sternschaltung 249
- Stetig differenzierbare Funktion 45
- Stetigkeit einer Funktion 44
- Steuerbus 180
- Steuerkette 199
- Steuern 199
- Steuerung 199
- Steuerungsablauf 200
- Steuerungsarten 200
- Steuerungsprogramm
  - mit Selbsthaltung, SPS 208
  - mit SR-Speicher, SPS 208
  - , SPS 216
- Steuerungstechnik 199
- Steuerwerk 180
- Stichprobe 324
- Stochastische Signale 260, 324
- Stoffe 65
- Stoffmagnetismus 90
- Störabstand 261
  - , IC 172
- Störsicherheit, IC 172
- Störungen
  - an Asynchronmaschinen 247
  - an Gleichstrommaschinen 247
- Stoßfunktion 320
- Stoßkurzschluss 255
- Strahl 9
- Strahlennetz 249
- Strecke 9
- Streifenleitungen 279
- Streifenleitungsfilter 279
- Streublindwiderstand
  - , Primärkreis, Transformator 234
  - , Sekundärkreis, Transformator 234
- Streuparameter 280
- Strombelastbarkeit, Kabel 253
- Stromdichte 83
- Stromlaufplan 155
- Stromrichter 129
- Strom-Spannungs-Kopplung, Bipolar-Transistor 108
- Stromstärke 83
- Stromsteuerkennlinie, Bipolar-Transistor 98
- Strom-Strom-Gegenkopplung 117
- Stromübersetzungsverhältnis, Transformator 233
- Stromverstärkung, FET 104
- Struktur
  - einer Ablaufsteuerung 209
  - einer Anweisung, SPS 202
- Strukturierte Programmierung, SPS 201
- Strukturierter Text, SPS 202
- Stufenwinkel 10
- Stumpfer Winkel 9
- Stumpfwinklige Dreiecke 11
- Substrate 279
- Subtrahend 1
- Subtrahieren komplexer Zahlen 6
- Subtrahierer 157
  - , OP 120
- Subtraktion 1
  - , Dualzahlen 163
- Summand 1
- Summenfunktion 324

Supplementwinkel 10  
 Supraleiter 70, 72  
 Surjektive Funktion 25  
 Suszeptibilität 73  
 Symmetrie 17  
 Symmetrische Funktion 24  
 Synchroner BCD-Zähler 171  
 Synchronmaschine 240  
 – , Kurzschluss 255  
 Synchronzähler 170  
 Synthese 67  
 Systematische Abweichungen 218  
 Systematische Kodes 312  
 Systemkomponente, Kurzschluss 255

## T

Taktflankengesteuertes FF 167  
 Taktzustandsgesteuertes FF 167  
 Tangens 31  
 Tangenskurve 33  
 Tangente 38  
 – am Kreis 38  
 Tangentenviereck 14  
 Technische Zeichnungen 133  
 Technologieschema, SPS 211  
 Teilsommen 42  
 Temperaturabhängigkeit des elektrischen  
 Widerstandes 83  
 Temperaturskalen 58  
 Tetrade 157  
 Tetraeder 22  
 TE-Welle 278  
 Textilstoffe 80  
 T-Flipflop 168  
 Theorem von Wiener-Khintchine 262  
 Thermischer Durchschlag 69  
 Thermodynamik 58  
 Thermoumformer 221  
 Tiefpassfilter 290  
 Timer 196  
 TM-Welle 278  
 Toleranzfelder 136  
 Totale Verlustleistung 93  
 Totempole-Endstufe 174  
 Trägheitsgesetz 53  
 Trägheitsmoment 56  
 Transformationsgleichung 282  
 Transformator 233  
 – , Kurzschluss 255  
 Transformatorenkompensation 256

Transistor  
 – als Vierpol, Bipolar-Transistor 100  
 – , (bipolar) 97  
 Transitfrequenz, OP 118  
 Translation 55  
 Transponder 302  
 Transversal-elektrische Welle 278  
 Transversal-magnetische Welle 278  
 Transzendente Funktionen 25, 29  
 Transzendente Gleichungen 8  
 Trapez 13  
 Trigger, OP 124  
 Trigonometrie 31  
 Trigonometrische Form 5  
 Trigonometrische Funktionen 32  
 Trigonometrische Gleichungen 8  
 Triplate-Leitung 279  
 Tri-State 173  
 TTL-Familie 177

## U

UART 197  
 Übergangselemente 65  
 Überkritische Kopplung 294  
 Überlagerungsempfänger 295  
 Überlagerungsspermeabilität 76  
 Überlastungsschutz von Motoren 246  
 Übersetzungsverhältnis, Transformator 233  
 Übersichtsplan 156  
 Übersichtsschaltplan 155  
 Überstumpfer Winkel 9  
 Übertrager 77  
 Übertragungsfaktor 262 f.  
 Übertragungsfunktion 314  
 Übertragungsmaß 263, 271  
 Übertragungssymmetrische Zweitore 271  
 Ultraschall 306  
 Umfang 11, 13  
 Umfangsgeschwindigkeit 53  
 Umfangswinkel 16  
 Umkehrfunktion 25  
 Umkreis 11  
 Umrechnung 254  
 Umwandlung von Zahlensystemen 162  
 Unbestimmtes Integral 47  
 UND 158  
 – , NEGATION, SPS 203 f.  
 Unendliche Folge 41  
 Unendliche Reihe 42  
 Unendlichkeitsstelle 44

Ungedämpfte Schwingungen 59  
 Ungerade Funktion 24  
 Ungleichung 13  
 – von Kraft 311  
 Unipolare Transistoren 102  
 Universelle Gaskonstante 58, 64  
 Unstetigkeitsstellen 44  
 Unteres Seitenband 284  
 Unterkritische Kopplung 294  
  
**V**  
 Valenzband 68  
 Van-der-Waals-Bindung 66  
 Varianz 219  
 – einer Stichprobe 325  
 – einer Verteilung 325  
 VDE-Bestimmungen 147  
 Vektoren 51  
 Verbindungshalbleiter 72  
 Verbotene Zone 68  
 Verdopplerschaltung D 129  
 Verdrahtungsplan 155  
 Vereinigung zweier Mengen 1  
 Verkehrsmenge 307  
 Verkehrstheorie 307  
 Verkehrswert 307  
 Verlust 307  
 – im Vorwiderstand, Asynchronmaschine  
 239  
 Verlustfaktor 224  
 Verlustfläche 75  
 Verlustkennziffer 79  
 Verlustsystem 307  
 Verlustwinkel 224  
 Verlustzahl 79  
 Vermittlungstechnik 307  
 Verstärker  
 – , FET 112  
 – , OP 118  
 Verstärkung bei Fehlanpassung 283  
 Verstärkungsfaktor 263  
 Verstärkungsmaß 263  
 Verteilung 324  
 Vertrauensbereich 220 f.  
 Vertrauensgrenzen 221  
 Vertrauensniveau 221  
 Vervielfacherschaltung V 129  
 Verzerrungen 262  
 Verzweigte Ablaufketten 210  
 Vierecke 12

Vierpole 264  
 Vier-Quadranten-Kennlinienfeld, Bipolar-  
 Transistor 99  
 Viertelbrücke 223  
 Volladdierer 166  
 Vollbrücke 223  
 Vollwinkel 9  
 Vollzylinder 56  
 Volumenausdehnung 58  
 Vor-Rückwärts-Zähler, SPS 204, 206  
 Vorspannung, FET 113  
 Vorwärtsbetrieb 269  
 Vorwärtsrichtung 93  
 Vorwärtssteilheit, FET 104  
 Vorwärtsübertragungsfaktor 280  
 Vorwärtszähler 170

## W

Wahrer Wert 218  
 Wahrscheinlichkeitsdichte 324  
 Wandverschiebungen 75  
 Wärmeenergie 59  
 Wärmeleitung 59  
 Wärmestrahlung 59  
 Wärmewiderstand 93  
 Wechselfeldpermeabilität 76  
 Wechselrichter 128  
 – mit IGBT 128  
 Wechselrichterspannung 240  
 Wechselstrom-Ersatzschaltbild, Bipolar-  
 Transistor 101  
 Wechselstromnetz 249  
 Wechselstromumrichter 128  
 Wechselstromwiderstand 93  
 Wechselwegschaltung W 129  
 Wechselwinkel 10  
 Wechselwirkungsgesetz 53  
 Wegmessung 227  
 Weichmagnetika 76  
 Weißes Rauschen 260  
 Weiss'sche Bezirke 74  
 Wellen 61  
 Wellenparameter 271  
 Wellenwiderstand 271, 274, 277 f., 306  
 – von Streifenleitungen 279  
 Wellenzahl 61  
 Werkstoffe 65  
 – , Kabel 250  
 Wertebereich 24  
 Wertetabelle 24

- Wheatstonesche Messbrücke 222  
 Widerstand 83  
 – , Primärkreis, Transformator 234  
 – , Sekundärkreis, Transformator 234  
 – , Transformator 234  
 Widerstandsaufnehmer 225  
 Widerstandsgeber 227  
 Widerstandsmessung 222  
 Widerstandssymmetrische Zweitore  
   271  
 Wiensches Verschiebungsgesetz 63  
 Winkelbeschleunigung 53  
 Winkelgeschwindigkeit 53  
 Winkelhalbierende 12  
 Winkelmessung 227  
 Winkelmodulation 286  
 Winkelsätze am Kreis 17  
 Winkelsumme 11, 13  
 Wirbelstromverluste 75  
 Wirkleistung 281  
 Wirkleistungsmessung 223  
 Wirkleistungsverstärkung  
 – am Ausgangstor 281  
 – am Eingangstor 281  
 Wirkungsgrad 55, 85, 235  
 – , Asynchronmaschine 238  
 – , Synchronmaschine 241  
 Wortbreite 186  
 Wortorganisierter Speicher 185  
 Würfel 19, 22  
 Wurzel 3  
 Wurzelfunktion 29  
 Wurzelgleichungen 8  
 Wurzelrechnung 2
- X**
- XOR, Antivalenz 158
- Y**
- Y-Parameter 266  
 Y-Signal 297
- Z**
- Zahlenmengen 1  
 Zahlensysteme 162  
 Zahlenwert 217  
 Zähler 1, 170  
 Z-Diode 96  
 Zehnerlogarithmen 3  
 Zeichnerische Darstellung 133  
 Zeit  
 – als Ausschaltverzögerung, SPS 204, 206  
 – als Einschaltverzögerung, SPS 204, 206  
 – als Impuls, SPS 204, 205  
 Zeitgeber/Zähler, Timer/Counter 196  
 Zeitkonstante 60  
 Zeitmultiplexverfahren 300  
 Zellulose-Kunststoffe 80  
 Zentraler Grenzwertsatz 327  
 Zentralkompensation 256  
 Zentralprojektion 10  
 Zentralwert 325  
 Zentrifugalkraft 54  
 Zentrische Streckung 18  
 Zentriwinkel 15 f.  
 ZF-Durchschaltung 302  
 Z-Parameter 267  
 z-Transformation 323  
 Zufällige Abweichungen 219  
 Zufällige Signale 260, 324  
 Zugriffszeit, Speicher 186  
 Zuordnung 24  
 Zuordnungsliste, SPS 207, 212  
 Zurückgelegter Weg 52  
 Zweierkomplement, Dualzahlen 163  
 Zweier-Logarithmen 3  
 Zweipuls-Brückenschaltung 130  
 Zweipunkteform 37  
 Zweiseitenband-Amplitudenmodulation 284  
 Zweiter Strahlensatz 18  
 Zweitore 264  
 – , aktive 264  
 – , passive 264  
 – , lineare 265  
 – , nichtlineare 265  
 Zweitorgleichungen 265  
 Zweiwegschaltung 129  
 Zweiwertige Logik 157  
 Zwischenkreisumrichter, Asynchronmaschine  
   239  
 Zyklische Codes 312  
 Zyklometrische Funktionen 34  
 Zykluszeit eines Schalterumlaufes 300  
 Zylinder 19  
 Zylinderkondensator 86  
 Zylinderspule, Feld 88