

Mathematik Selbsteinschätzung - Bachelor-Studium Mechatronik

Thomas Steinberger, Peter Reiter

Die folgenden Aufgaben dienen zur persönlichen Selbsteinschätzung Ihrer Mathematikkenntnisse. Sollten Sie Probleme haben, die Aufgaben zu lösen, empfehlen wir Ihnen, den Vorbereitungskurs *Mathematik Warm-up* zum Einstieg ins Mechatronikstudium zu besuchen.

1. Beispiel: *(Un-)Gleichungen*

Berechnen Sie die Lösungsmengen folgender Gleichung in \mathbb{R} und in \mathbb{Z} .

$$x^2 - 3x - 28 = 0 \quad (1)$$

$$\frac{x+1}{x-4} \leq 2 \quad (2)$$

$$x^2 - 2x - 3 \geq 0 \quad (3)$$

Lösung: (1) $\{-4, 7\}$ (2) $(-\infty, 4) \cup [9, \infty)$ (3) $(-\infty, -1] \cup [3, \infty)$

2. Beispiel: *Wurzelgleichungen*

Bestimmen Sie die Lösungsmenge L über \mathbb{R} .

a) $2\sqrt{x+6} = \sqrt{3} + \sqrt{4x+3}$

b) $\sqrt{x+28} - \sqrt{x+4} = \sqrt{x+14} - \sqrt{x-2}$

Lösung: a) $L = \{6\}$, b) $L = \{4\}$

3. Beispiel: *lineares Gleichungssystem*

Die Kosten eines Unfalls in Höhe von 12.000,- € sollen auf drei Beteiligte H., K. und L. wie folgt verteilt werden: K. muss das 5-fache von H. gemindert um 2.000,- € zahlen. L. bezahlt $\frac{4}{5}$ der Kosten von K. Wieviel muss jeder der Beteiligten bezahlen?

Lösung: H. zahlt 1.560,- €, K. zahlt 5.800,- €, und L. zahlt 4.640,- €.

4. Beispiel: *Potenzrechnung, exp, log*

Vereinfachen Sie zuerst und berechnen Sie dann auf vier Nachkommastellen genau

a) $\log(0.000001)$, b) $\log_{11}(\sqrt{2})$, c) $\ln(e^{-0.5})$

$$\text{d) } 4^x = 17, \quad \text{e) } \log(x) = 3$$

Lösung: a) -6 b) $\frac{\ln\sqrt{2}}{\ln 11} = 0,1445$ c) -0,5 d) $x = 2,0437$ e) $x = 1000$

5. Beispiel: *Graphen einfacher Funktionen*

a) Zeichnen Sie den Graphen der Funktion $y = 3x + 2$ im Bereich $[-2, 5]$. Wie groß ist die Steigung der Geraden?

b) Zeichnen Sie zusätzlich den Graphen der Funktion $y = -2x^2 + 4$. Wie groß ist die Steigung der Funktion an der Stelle $x = -1$?

c) Bestimmen Sie rechnerisch die Schnittpunkte der beiden Graphen und zeichnen sie diese ein.

Lösung:

a) Die Steigung ist 3.

b) Die Steigung der Funktion an der Stelle $x = -1$ ist 4.

c) Schnittpunkte $S_1(0, 5|3, 5)$ und $S_2(-2|-4)$

6. Beispiel: *Lineares Gleichungssystem in 2 Variablen*

a) Lösen sie das folgende lineare Gleichungssystem.

$$\begin{aligned} 3x - y &= 4 \\ x + 2y &= -1 \end{aligned}$$

b) Zeichnen Sie die beiden Geraden und identifizieren Sie deren Schnittpunkt mit der Lösung aus a).

Lösung: Schnittpunkt $S(1|-1)$

7. Beispiel: *Polynomdivision*

Lösen Sie durch Abspalten von Linearfaktoren.

$$x^4 + x^3 - 7x^2 - x + 6 = 0$$

Lösung: $L = \{-3; -1; 1; 2\}$

8. Beispiel: *Winkelfunktionsgleichungen*

Lösen Sie folgende Gleichungen über der Grundmenge $G = (-\pi, \pi]$.

a) $\sin^2(x) + 2\sin(x) + 1 = 0,$

b) $4\sin(x) + 3\cos(x) = 2,$

c) $\sin(2x) - \cos(2x) = 1.$

Lösung: a) $x = -\pi/2,$ b) $L = \{-0.232, 2.087\},$ c) $L = \{-\pi/2; -3\pi/4; \pi/4; \pi/2; \}$

9. Beispiel: *Differential- und Integralrechnung*

Gegeben ist die Funktion $f(x) = -3\sin(2x) + \frac{1}{2}x^2 - 5$. Bestimmen Sie die 1. Ableitung und eine Stammfunktion von f .

Lösung: $f'(x) = -6\cos(2x) + x,$ Stammfunktion $F(x) = \frac{3}{2}\sin(2x) + \frac{1}{6}x^3 - 5x$

10. Beispiel: *Integrationstechniken*

Integrieren Sie und machen Sie die Probe durch Differenzieren.

a) $\int e^x \sin(x) \, dx,$

b) $\int \cos(x) \sin^2(x) \, dx,$

c) $\int \frac{x^3}{x^2 + x - 2} \, dx.$

Lösung:

a) mit partieller Integration: $\frac{1}{2}e^x(\sin(x) - \cos(x)),$

b) mit Substitution: $\frac{1}{3}\sin^3(x),$

c) nach Partialbruchzerlegung: $\frac{1}{2}x^2 - x + \frac{1}{3}\ln|x - 1| + \frac{8}{3}\ln|x + 2|.$

11. Beispiel: *Vektorrechnung*

a) Bestimmen Sie Gleichung jener Geraden g in \mathbb{R}^2 , die durch die Punkte $P(1|1)$ und $Q(-3|-3)$ geht.

b) Bestimmen Sie die Schnittpunkte der Geraden g mit dem Kreis k mit Mittelpunkt $M(2|1)$ und Radius $r = 1$.

c) Bestimmen Sie die Tangentengleichungen in den Schnittpunkten an den Kreis.

Lösung:

a) $x - y = 0$

b) Schnittpunkte $S_1(1|1)$ und $S_2(2|2)$

c) $x = 1$ und $y = 2$