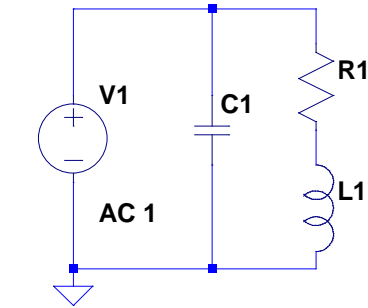


Grundlagen der Elektrotechnik – Prüfung 30.06.2017

Name	Benutzen Sie ausschließlich das Angabeblatt und das beigefügte, leere Papier. Erlaubte Unterlagen: Schreibzeug, Rechner, Formelsammlung!										
Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Gesamt
Punkte	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	100
Erreicht											

Aufgabe 1 Resonanz



Lösung

Kann in nebenstehender Schaltung Resonanz auftreten? Begründung? (2)

Leiten Sie die Resonanzfrequenz dieser Schaltung her! (5)

Wie groß ist f_{res} für $L1 = 1\text{mH}$, $C1 = 12\text{pF}$, $R1 = 100\Omega$? (2)

Ist der Strom, den die Quelle liefert, im Resonanzfall minimal oder maximal? (1)

$$Y = j\omega C + \frac{1}{R + j\omega L} = j\omega C + \frac{R - j\omega L}{R^2 + \omega^2 L^2}$$

$$\operatorname{Im}\{Y\} = 0$$

$$\omega C - \frac{\omega L}{R^2 + \omega^2 L^2} = 0$$

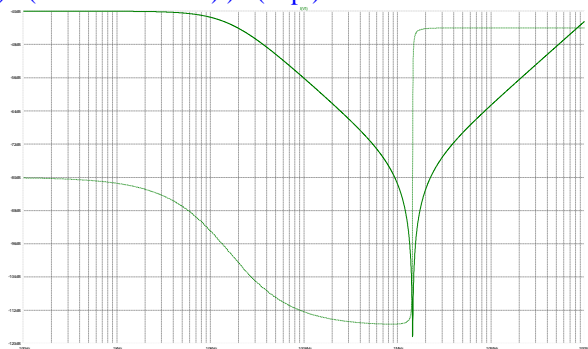
$$R^2 C + \omega^2 L^2 C - L = 0$$

$$\omega^2 L^2 C = L - R^2 C$$

$$\omega^2 = \frac{L - R^2 C}{L^2 C}$$

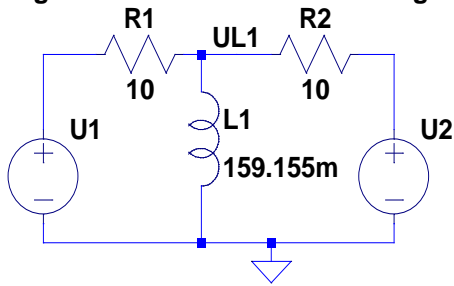
$$\omega = \sqrt{\frac{L - R^2 C}{L^2 C}}$$

$$f_{res} = \frac{\sqrt{(1e-3 - 100^2 * 2 * 12e-12) / (1e-3^2 * 2 * 12e-12)}}{2 * \pi} = 1452792.0324 \text{ Hz}$$



Da der Leitwert minimal wird → Sperrkreis, der Strom wird minimal!

Aufgabe 2 Wechselstromrechnung



Gegeben ist nebenstehende Schaltung.

Passive Zweipole:

$$R1 = 10\Omega, R2 = 10\Omega, L1 = 159.155\text{mH}$$

Sinusförmige Spannungsquellen:

$$U1 = 10\text{V}, \varphi1=0^\circ, U2 = 20\text{V}, \varphi2 = -60^\circ, f1 = f2 = 50\text{Hz}$$

Zeichnen Sie Strom- und Spannungspfeile ein und berechnen Sie die folgenden Größen:

1. I_{L1} (4)
2. I_{R1} (3)
3. U_{R2} (3)

Lösung

Aufgabe 2 -- Helmholtz

$$XL1 = 50.0000178782j \text{ ohm} \rightarrow \text{use } j50 \text{ ohm}$$

Helmholtz U1 aktiv

$$\begin{aligned} ZL1R2 &= (9.61538461538 + 1.92307692308j) = 9.80580675691 / _11.309932474^\circ \\ ZR1L1R2 &= (19.6153846154 + 1.92307692308j) = 19.7094276543 / _5.59933933652^\circ \\ I1a &= (0.50495049505 - 0.049504950495j) = 0.507371404963 / _5.59933933652^\circ \\ IL1a &= (0.00990099009901 - 0.0990099009901j) = 0.099503719021 / _84.2894068625^\circ \\ I2a &= (0.49504950495 + 0.049504950495j) = 0.497518595105 / _5.7105931375^\circ \end{aligned}$$

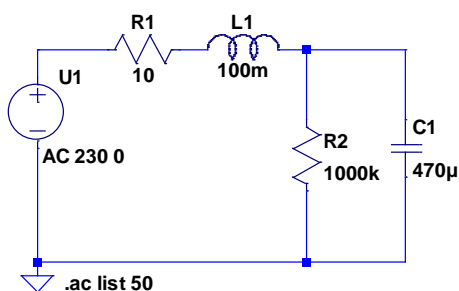
Helmholtz U2 aktiv

$$\begin{aligned} ZR1L1 &= (9.61538461538 + 1.92307692308j) = 9.80580675691 / _11.309932474^\circ \\ ZR2R1L1 &= (19.6153846154 + 1.92307692308j) = 19.7094276543 / _5.59933933652^\circ \\ I2b &= (0.419205405566 - 0.924104863228j) = 1.01474280993 / _65.5993393365^\circ \\ IL1b &= (-0.161589188868 - 0.116158918887j) = 0.199007438042 / _144.289406863^\circ \\ I1b &= (0.580794594434 - 0.807945944341j) = 0.99503719021 / _54.2894068625^\circ \end{aligned}$$

Überlagerung

$$\begin{aligned} IL &= (-0.151688198769 - 0.215168819877j) = 0.263262095056 / _125.182801512^\circ \\ IR1 &= (-0.0758440993846 + 0.758440993846j) = 0.762223765411 / _95.7105931375^\circ \\ UR2 &= (0.758440993846 + 9.73609813723j) = 9.76559469151 / _85.5456606542^\circ \end{aligned}$$

Aufgabe 3 Leistung im Wechselstromkreis



Vier Verbraucher sind an Netzspannung ($U1 = 230\text{V}, f = 50\text{Hz}$) angeschlossen.

- $R1 = 10\Omega$
- $R2 = 1\text{M}\Omega$
- $L1 = 100\text{mH}$
- $C1 = 470\mu\text{F}$

Der Spannungsverlauf der Netzspannung ist

$$u1 = \sqrt{2} \cdot 230\text{V} \cdot \cos\left(2\pi 50 \frac{1}{\text{s}} \cdot t + 0^\circ\right)$$

- Zeichnen Sie einen Bezugspfeil für den Strom durch $R1$ ein und berechnen Sie diesen Strom I_{R1} . (4)
- Berechnen Sie die Leistung, die die Quelle $U1$ abgibt:
 - Scheinleistung, Wirkleistung, Blindleistung (2)
 - Augenblickleistungen zu den Zeitpunkten $t1 = 2\text{ms}$ und $t2 = 7\text{ms}$ (2)
 - Leistungsfaktor (1)
 - Verhält sich das Netzwerk induktiv oder kapazitiv? (mit Begründung!) (1)

Lösung

Der Strompfeil für IR1 zeigt von links nach rechts.

 Aufgabe 3 Leistung im Wechselstromkreis

--- Gesamtwiderstand ---

$$ZL1=31.4159265359j=31.4159265359/_{90.0^\circ}$$

$$ZC1=-6.77255076987j=6.77255076987/_{-90.0^\circ}$$

$$ZR2C1=(4.58674439283e-05-6.77255076956j)=6.77255076971/_{-89.9996119614^\circ}$$

$$ZL1R2C1=(4.58674439283e-05+24.6433757663j)=24.6433757664/_{89.9998933583^\circ}$$

$$ZR1L1R2C1=(10.0000458674+24.6433757663j)=26.5950537979/_{67.9131569604^\circ}$$

--- IR1 ---

$$I1=(3.25183185926-8.01357468744j)=8.64822465666/_{-67.9131569604^\circ}$$

--- Leistungen ---

$$S_c=(747.921327629+1843.12217811j)=1989.09167103/_{67.9131569604^\circ}$$

$$S=1989.09167103=1989.09167103/_{0.0^\circ}$$

$$P=747.921327629=747.921327629/_{0.0^\circ}$$

$$Q=1843.12217811j=1843.12217811/_{90.0^\circ}$$

$$PF = 0.376011492342$$

Induktives Verhalten

--- Augenblickleistung ---

$$u1(t=2ms) = 263.148245296$$

$$i1(t=2ms) = 10.3818100062$$

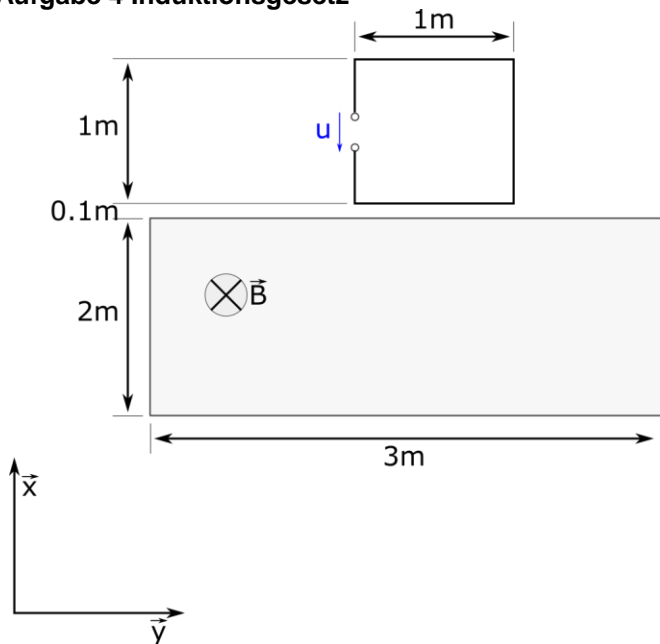
$$pu1(t=2ms) = 2731.95508614$$

$$u1(t=7ms) = -191.188391378$$

$$i1(t=7ms) = 6.4654157189$$

$$pu1(t=7ms) = -1236.11243088$$

Aufgabe 4 Induktionsgesetz



Eine quadratische Leiterschleife befindet sich 10cm oberhalb eines Bereichs, in dem ein homogenes Magnetfeld $B = 1T$ vorhanden ist.

Die Leiterschleife hat eine Masse von 10kg und befindet sich in Ruhe. Sie wird zum Zeitpunkt $t=0s$ losgelassen.

Das Schwerfeld der Erde beschleunigt die Leiterschleife mit gerundet $a = 10 \text{ m/s}^2$ nach unten (negative x-Richtung).

Berechnen Sie die Spannung u zu folgenden Zeitpunkte: (5)

- $t_0 \rightarrow$ Ausgangslage
- $t_1 \rightarrow$ Leiterschleife beginnt ins Magnetfeld einzutreten.
- $t_2 \rightarrow$ Leiterschleife ist vollständig eingetreten.
- $t_3 \rightarrow$ Leiterschleife beginnt das Magnetfeld zu verlassen.
- $t_4 \rightarrow$ Die Leiterschleife ist vollständig aus dem Magnetfeld ausgetreten.

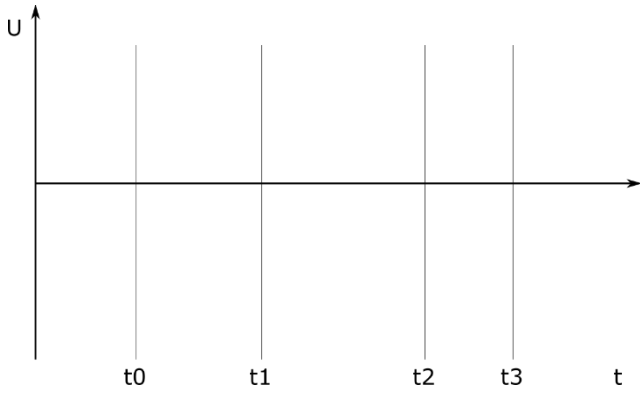
Stellen Sie den Verlauf der in der Leiterschleife induzierten Spannung u in nebenstehendem Diagramm dar! (5)

- Zu welchem Zeitpunkt ist die Spannung am größten?
- Zu welchen Zeiten ist die Spannung Null?

Hinweise:

Achten Sie auf das Vorzeichen der Spannung!

$$\text{Für homogenes } B \text{ und diese Geometrie: } u = \frac{d\phi}{dt} = B \frac{dA}{dt}$$



Lösung

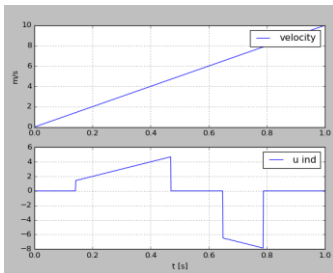
Aufgabe 4 Induktion

Eintreten der Leiterschleife zu t1

t1 = 0.141421356237 s
 v1 = 1.41421356237 m/s
 u1 = 1.41421356237 V
 Vollständig eingetreten
 t2 = 0.469041575982 s
 v2 = 4.69041575982 m/s
 u2 = 4.69041575982 V

Austritt beginnt

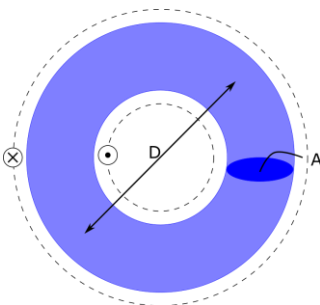
t3 = 0.648074069841 s
 v3 = 6.48074069841 m/s
 u3 = -6.48074069841 V
 Vollständig ausgetreten
 t4 = 0.787400787401 s
 v4 = 7.87400787401 m/s
 u4 = -7.87400787401 V



Aufgabe 5 Induktivität – magnetischer Kreis

Es soll mithilfe eines ringförmigen Eisenkerns eine Induktivität von $L = 1\text{mH}$ aufgebaut werden.

Der Kern besitzt einen mittleren Durchmesser $D=1\text{cm}$. Der Querschnitt $A = 0.14\text{cm}^2$. Die relative Permeabilität des Kernmaterials beträgt $\mu_r = 1000$. Die Toleranz der Permeabilität beträgt $\pm 20\%$.



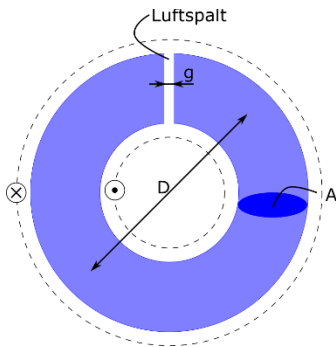
Ohne Luftspalt

- Zeichnen Sie einen magnetischen Kreis dieser Anordnung! (1)
- Berechnen Sie die Anzahl der benötigten Windungen N_1 um die Induktivität L zu erreichen! (3)
- Wie groß ist die maximale Induktivität $L_{1\text{max}}$ aufgrund der Toleranz von μ_r ? (1)

Mit Luftspalt: Es wird in den Kern ein kurzer Luftspalt von $g=0.5\text{mm}$ eingefräst.

- Zeichnen Sie einen magnetischen Kreis dieser Anordnung! (1)
- Berechnen Sie die Anzahl der benötigten Windungen N_2 um die Induktivität L zu erreichen! (3)
- Wie groß ist die maximale Induktivität $L_{2\text{max}}$ aufgrund der Toleranz von μ_r ? (1)

Hinweise:



$$L = N^2 \Lambda_{total}$$

$$\Lambda = \mu_0 \mu_r \frac{A}{l}$$

$$\mu_0 = 0.4\pi \cdot 10^{-6} \frac{Vs}{Am}$$

Lösung

--- Ohne Luftspalt ---

$$\Lambda_{nom} = 5.6e-07 \text{ H}$$

$$\Lambda_{max} = 6.72e-07 \text{ H}$$

$$N_1 = 42.0$$

$$L_{1nom} = 0.98784 \text{ mH}$$

$$L_{1max} = 1.185408 \text{ mH}$$

--- Mit Luftspalt ---

$$\Lambda_{2nom} = 3.31057425674e-08 \text{ H}$$

$$\Lambda_{2max} = 3.34351759987e-08 \text{ H}$$

$$N_2 = 174.0$$

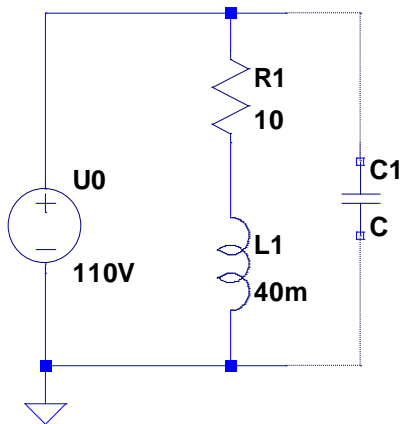
$$L_{2nom} = 1.00230946197 \text{ mH}$$

$$L_{2max} = 1.01228338854 \text{ mH}$$

Aufgabe 6 Leistung im Wechselstromkreis

- Was ist Wirkleistung, Scheinleistung und Blindleistung (mit Einheit) bzw. der Leistungsfaktor? (5)
- Wie verhalten sich S, P und Q bei einem ohmschen Widerstand / einer Induktivität / einer Kapazität? (5)

Aufgabe 7 Blindleistungskompensation



Die Spannungsquelle \underline{U}_0 (110V, 60Hz) ist an der dargestellten induktiven Last R_1 , L_1 angeschlossen. $R_1=10\Omega$, $L_1=40\text{mH}$.

- Berechnen Sie den Leistungsfaktor λ_1 ohne Blindleistungskompensation (ohne C_1). (3)
- Legen Sie danach den Kondensator C_1 für einen verbesserten Leistungsfaktor $\lambda_2=0.98$ aus. (5)
- Um wie viele Prozent sinkt der Effektivwert des Stroms \underline{I}_0 (den die Quelle liefert) durch die Blindleistungskompensation? (2)

Lösung

--- (1) ohne C ---

$$Z_1 = (10 + 15.0796447372j) = 18.0940787387 / \underline{56.4498274092}^\circ$$

$$I_1 = (3.3598487978 - 5.06653262416j) = 6.07933686974 / \underline{-56.4498274092}^\circ$$

$$S_{c1} = (369.583367758 + 557.318588658j) = 668.727055672 / \underline{56.4498274092}^\circ$$

$$S_1 = 668.727055672 \text{ VA}$$

$$P_1 = 369.583367758 \text{ W}$$

$$Q_1 = 557.318588658 \text{ var}$$

$$\phi_1 = 56.4498274092^\circ$$

$$\text{pf}_1 = 0.552666988158$$

--- (2) mit Kompensation ---

$$\phi_2 = 11.4783409545^\circ$$

$$Q_c = -482.271485009 \text{ var}$$

$$C = 105.724367426 \text{ uF}$$

$$Z_2 = (31.4430816259 + 6.38479004117j) = 32.0847771693 / \underline{11.4783409545}^\circ$$

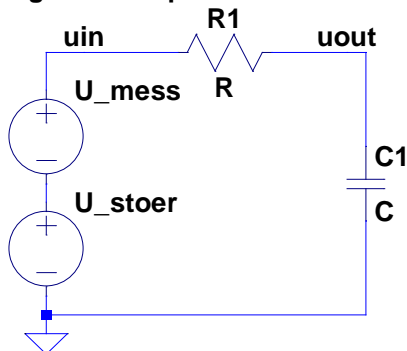
$$I_2 = (3.3598487978 - 0.682246396814j) = 3.42841714061 / \underline{-11.4783409545}^\circ$$

Der RMS Wert des Stroms sinkt um 43.6054093716 %

Aufgabe 8 Keramikkondensator

- Erläutern Sie die Unterschiede zwischen einem Typ I und Typ II Keramikkondensator! (5)
- Ist ein Typ II Keramikkondensator ein linearer Zweipol? Begründung? (3)
- Wann werden Typ I bzw. Typ II Keramikkondensatoren eingesetzt (je ein Beispiel)? (2)

Aufgabe 9 Tiefpass



Die Spannung u_{in} setzt sich aus dem Messsignal (U_{mess} , $f_1 = 100\text{Hz}$) und einer überlagerten Störung (U_{stoer} , $f_2 = 100\text{kHz}$) zusammen.

Legen Sie ein RC Tiefpassfilter erster Ordnung so aus, dass das Messsignal möglichst nicht gedämpft wird und die Störung mit mindestens 40dB abgeschwächt wird.

Der Kondensator ist dabei mit 68nF gegeben.

- Berechnen Sie die Grenzfrequenz f_g ! (3)
- Berechnen Sie den Widerstand R ! (3)
- Skizzieren Sie den Bodeplot des Verhältnisses u_{out}/u_{in} für das Tiefpassfilter (Amplituden- und Phasengang)! (3)
- Wie groß ist das Verhältnis u_{out}/u_{in} bei einer Frequenz von 20kHz? (1)

Lösung

Für 60dB Dämpfung von 100kHz muss f_g bei 1kHz liegen.

$$f_g = 1000 = 1/(2 \cdot \pi \cdot R \cdot C)$$

$$\rightarrow R = 2340.513869 \text{ ohm}$$

--- Check U_{out} ---

$$h_1 = (0.990099009901 - 0.0990099009901j) = 0.99503719021 / \angle -5.7105931375^\circ$$

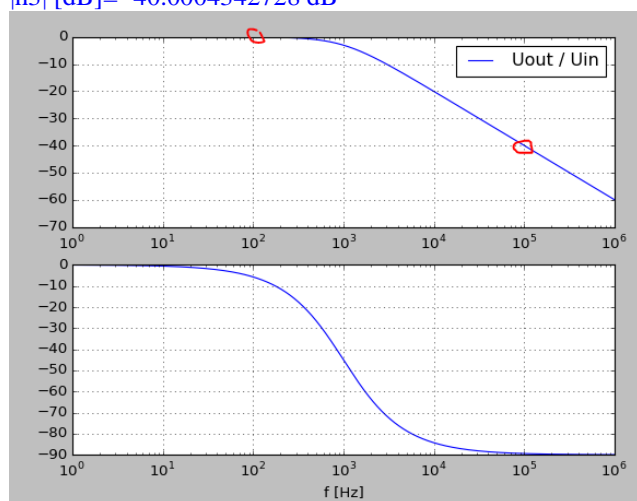
$$|h_1| \text{ [dB]} = -0.0432137378264 \text{ dB}$$

$$h_2 = (0.00249376558603 - 0.0498753117207j) = 0.0499376169439 / \angle -87.1375947739^\circ$$

$$|h_2| \text{ [dB]} = -26.0314437262 \text{ dB}$$

$$h_3 = (9.99900009999e-05 - 0.00999900009999j) = 0.0099995000375 / \angle -89.4270613023^\circ$$

$$|h_3| \text{ [dB]} = -40.0004342728 \text{ dB}$$



Aufgabe 10 Transformator

Ein Transformator ($N_1 = 1200$, $N_2 = 60$) ist primärseitig an Netzspannung (230 V_{RMS} , $f = 50\text{Hz}$) angeschlossen. Ideale Bedingungen am Transformator können angenommen werden. Die Netzanschlussleitung hat einen Widerstand von 10Ω . An der Sekundärseite sind 4 Halogenlampen (je 30W bei 12V) in Parallelschaltung angeschlossen.

- Zeichnen Sie einen Schaltplan und zeichnen Sie Bezugspfeile ein! (2)
- Wie groß ist die Leerlaufspannung auf der Sekundärseite? (2)
- Wie groß ist die sekundärseitige Spannung nach Anschluss der Lampen? (3)
- Bestimmen Sie die Leistung einer Lampe sowie die Leistung der Quelle! (3)

Lösung

Leerlaufspannung am idealen Trafo:

Im Leerlauf fließt kein Strom, da $I_2 = 0$ ist.

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} = n$$

Mit $n = 1200/60 = 20$:

$$U_2 = \frac{230V}{20} = 11.5V$$

Schaltungsanalyse mit angeschlossener Last:

$$R_{Lampe} = \frac{(12V)^2}{30W} = 4.8\Omega$$

Der Gesamtwiderstand der Parallelschaltung der Lampen ist $R_2 = \frac{4.8\Omega}{4} = 1.2\Omega$

Schaltungsanalyse am einfachsten durch Transformation des Lampenwiderstandes auf die Primärseite:

$$R'_2 = n^2 R_2 = 400 \cdot 1.2\Omega = 480\Omega$$

Der Strom I_1 ist damit $I_1 = \frac{230V}{480\Omega + 10\Omega} = 0.46938A$

Die Wirkleistung ist bei rein ohmscher Belastung das Produkt der Effektivwerte (Leistungsfaktor = 1)

$$P_1 = 230V \cdot 0.46938A = 107.959W$$

Spannung auf der Trafoprimärseite ist Netzspannung minus dem Spannungsabfall an der 10Ω Zuleitung:

$$U_1 = 230V - 10\Omega \cdot 0.46938A = 225.3062V$$

Spannung auf der Sekundärseite

$$U_2 = \frac{U_1}{n} = 11.26531V$$

Strom auf der Sekundärseite

$$I_2 = n \cdot I'_2 = 20 \cdot 0.46938A = 9.3876A$$

Der Strom pro Lampe ist

$$I_{Lampe} = \frac{I_2}{4} = 2.3469A$$

Die Leistung pro Lampe ist damit

$$P_{Lampe} = U_2 \cdot I_{Lampe} = 26.4385W$$

Gesamtleistung auf der Sekundärseite

$$P_2 = 4 \cdot P_{Lampe} = 105.754W$$