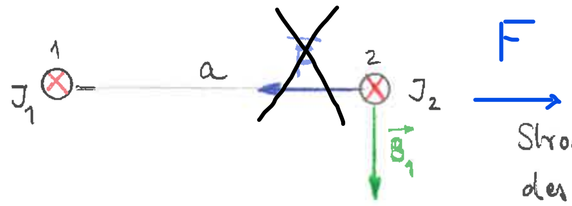
6. Felder – Teil 2

6.1) Geg.: $l = 1{,}0\,m$; $a = 20\,cm$; $J_k = 30\,kA$;

Ges.: $F = ?$

Lös.:



Strom J_1 erzeugt in der Mittellinie des Leiters 2 die magn. Feldstärke

$$H_1 = \frac{J_1}{2\pi \cdot a} \quad ; \quad B_1 = \mu \cdot H_1$$

$$\curvearrowright B_1 = \frac{\mu \cdot J_1}{2\pi \cdot a} \quad (1)$$

Kraft auf den Leiter 2:

$$F = B_1 \cdot J_2 \cdot l \quad (2)$$

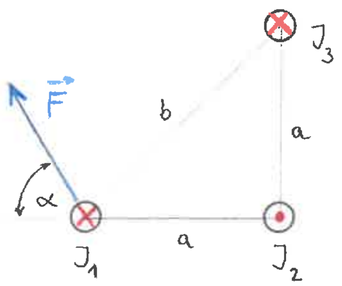
(1) in (2): $F = \dfrac{\mu \cdot J_1 \cdot J_2 \cdot l}{2\pi \cdot a}$ mit $J_1 = J_2 = J_k$

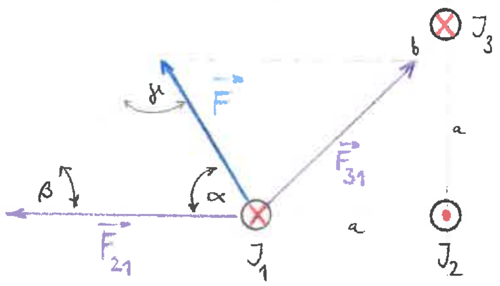
$$\Rightarrow F = \frac{\mu \cdot J_k^2 \cdot l}{2\pi \cdot a} = \frac{4\cancel{\pi} \cdot 10^{-7}\frac{Vs}{Am} \cdot (30 \cdot 10^3 A)^2 \cdot 1\,m}{2\cancel{\pi} \cdot 0{,}20\,m} = 900\,N;$$

6.2) Geg.: $a = 100\,mm$; $J_1 = 100\,A$; $F = 1{,}0 \cdot 10^{-2}\,N$; $\alpha = 60°$; $\mu_r = 1$;

Ges.: J_2 und J_3

Lös.:





– Leiter 1 u. Leiter 2 ziehen sich an!

– Leiter 1 u. Leiter 2 stoßen sich ab!

① Berechnung der Winkel:

$$\tan\beta = \frac{a}{a} \curvearrowright \beta = \arctan 1 = 45°$$

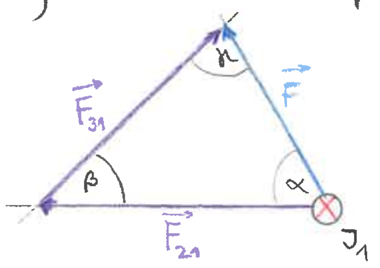
$$\Rightarrow \mu = 180° - \alpha - \beta = 180° - 60° - 45° = 75°;$$

② Berechnung der Länge b (Hyp.):

$$b = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2a^2} = \sqrt{2} \cdot a = \sqrt{2} \cdot 0{,}100\,m = 0{,}141\,m;$$

6. Felder – Teil 2

zu 6.2) ③ Berechnung der Kräfte mit Sinussatz:



$$\frac{F_{21}}{F} = \frac{\sin\gamma}{\sin\beta} \curvearrowright \underline{F_{21}} = F \cdot \frac{\sin\gamma}{\sin\beta} = 0{,}01\,N \cdot \frac{\sin 75°}{\sin 45°} = \underline{0{,}0137\,N};$$

$$\frac{F_{31}}{F} = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} \curvearrowright \underline{F_{31}} = F \cdot \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = 0{,}01\,N \cdot \frac{\sin 60°}{\sin 45°} = \underline{0{,}0122\,N};$$

④ Berechnung der Ströme J_2 u. J_3:

$$F_{21} = \frac{\mu_0 \cdot J_2 \cdot J_1 \cdot l}{2\pi \cdot a} \quad \text{und} \quad F_{31} = \frac{\mu_0 \cdot J_3 \cdot J_1 \cdot l}{2\pi \cdot b};$$

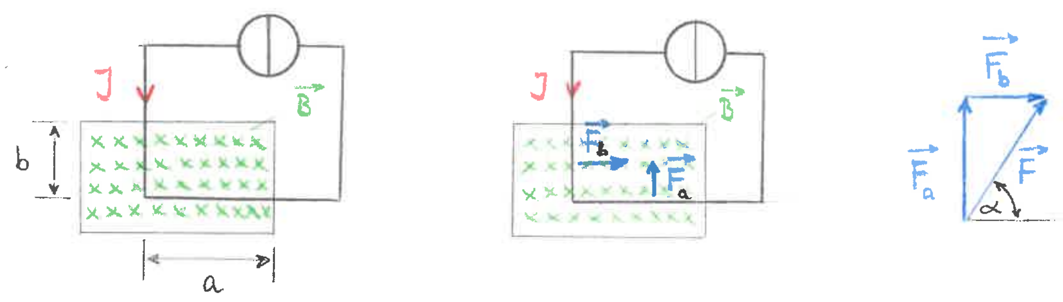
$$\curvearrowright \underline{J_2} = \frac{F_{21} \cdot 2 \cdot \pi \cdot a}{\mu_0 \cdot J_1 \cdot l} = \frac{0{,}0137\,N \cdot 2 \cdot \pi \cdot 0{,}1\,m}{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}\,\frac{Vs}{Am} \cdot 100\,A \cdot 1\,m} = \underline{68{,}5\,A};$$

$$\curvearrowright \underline{J_3} = \frac{F_{31} \cdot 2 \cdot \pi \cdot b}{\mu_0 \cdot J_1 \cdot l} = \frac{0{,}0122\,N \cdot 2 \cdot \pi \cdot 0{,}141\,m}{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}\,\frac{Vs}{Am} \cdot 100\,A \cdot 1\,m} = \underline{86{,}0\,A};$$

6.3) Geg.: $J = 24\,A$, $B = 0{,}12\,T$; $a = 50\,mm$; $b = 25\,mm$;

Ges.: a) $F = ?$ b) $\alpha = ?$

Lös.:



Kraft auf stromführenden Leiter im Magnetfeld: $F = B \cdot l \cdot J$

Länge des im Feld liegenden Leiters

6. Felder – Teil 2

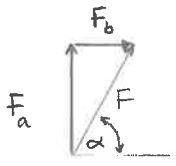
zu 6.3)

$$\underline{\underline{F_a}} = B \cdot a \cdot J = 0{,}12\,\overset{\frac{Vs}{m^2}}{T} \cdot 0{,}05\,m \cdot 24\,A = \underline{0{,}144\,N};$$

$$\underline{\underline{F_b}} = B \cdot b \cdot J = 0{,}12\,T \cdot 0{,}025\,m \cdot 24\,A = \underline{0{,}072\,N};$$

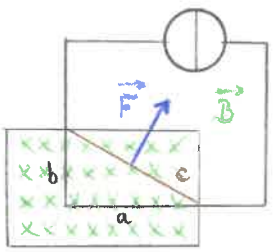
Resultierende Kraft: $\underline{\underline{F}} = \sqrt{F_a^2 + F_b^2} = \sqrt{(0{,}144\,N)^2 + (0{,}072\,N)^2} =$

$$= \underline{\underline{0{,}161\,N}};$$



$$\tan\alpha = \frac{F_a}{F_b} \curvearrowright \underline{\underline{\alpha}} = \arctan\frac{0{,}144\,N}{0{,}072\,N} = \underline{\underline{63{,}4°}};$$

Oder:



Wirksame Leiterlänge c im Magnetfeld:

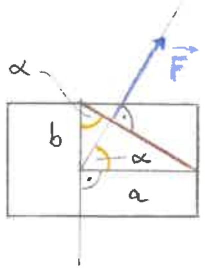
$$c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{(0{,}05\,m)^2 + (0{,}025\,m)^2} =$$

$$= \underline{0{,}056\,m};$$

$$\underline{\underline{F}} = B \cdot c \cdot J = 0{,}12\,T \cdot 0{,}056\,m \cdot 24\,A = \underline{\underline{0{,}161\,N}};$$

Resultierende Kraft wirkt senkrecht zum Abstand c:

$$\underline{\underline{\alpha}} = \arctan\frac{a}{b} = \arctan\frac{0{,}05\,m}{0{,}025\,m} = \underline{\underline{63{,}4°}};$$



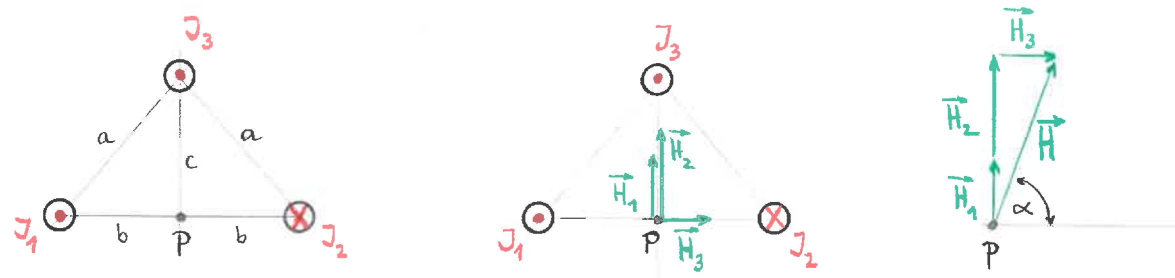
$$\tan\alpha = \frac{a}{b}$$

6.4) <u>Geg.:</u> gleichschenkliges Dreieck: $a = 120\,mm$; $2b = 160\,mm$;

$J_1 = 65\,A$; $J_2 = 110\,A$; $J_3 = 45\,A$;

<u>Ges.:</u> a) H im Punkt P b) α

<u>Lös.:</u>



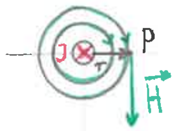
a)

(1) Berechnung der Länge c:

$$c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{(120\,mm)^2 - (80\,mm)^2} = 89{,}4\,mm;$$

(2) Ermittlung der Feldstärken H_1, H_2 u. H_3:

$$\boxed{H = \frac{J}{2\pi r}}$$



Der Strom J_1 erzeugt ein Magnetfeld, dessen Feldlinien kreisförmig – entgegengesetzt dem Uhrzeigersinn – um den Leiter verlaufen. Im Punkt P ist dieses Feld nach oben gerichtet u. besitzt hier eine Feldstärke mit dem Betrag:

$$\underline{\underline{H_1}} = \frac{J_1}{2\pi b} = \frac{65\,A}{2\pi \cdot 8 \cdot 10^{-2}\,m} = \underline{\underline{129\,\frac{A}{m}}};$$

Entsprechend erzeugen die Ströme J_2 u. J_3 im Punkt P die magn. Feldstärken mit dem Betrag:

$$\underline{\underline{H_2}} = \frac{J_2}{2\pi b} = \frac{110\,A}{2\pi \cdot 8 \cdot 10^{-2}\,m} = \underline{\underline{219\,\frac{A}{m}}};$$

$$\underline{\underline{H_3}} = \frac{J_3}{2\pi \cdot c} = \frac{45\,A}{2\pi \cdot 8{,}94 \cdot 10^{-2}\,m} = \underline{\underline{80\,\frac{A}{m}}};$$

(3) Ermittlung der Gesamtfeldstärke H im Punkt P:

$$\underline{\underline{H}} = \sqrt{(H_1 + H_2)^2 + H_3^2} = \sqrt{(129 + 219)^2 + 80^2}\,\frac{A}{m} = \underline{\underline{357\,\frac{A}{m}}};$$

b) Zwischen der Gesamtfeldstärke H und der Waagrechten besteht der Winkel:

$$\tan\alpha = \frac{H_1 + H_2}{H_3}$$

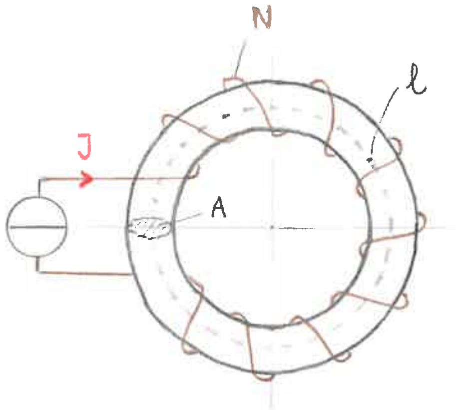
$$\curvearrowright \underline{\underline{\alpha}} = \arctan\frac{129\,\frac{A}{m} + 219\,\frac{A}{m}}{80\,\frac{A}{m}} = \underline{\underline{77{,}0^\circ}};$$

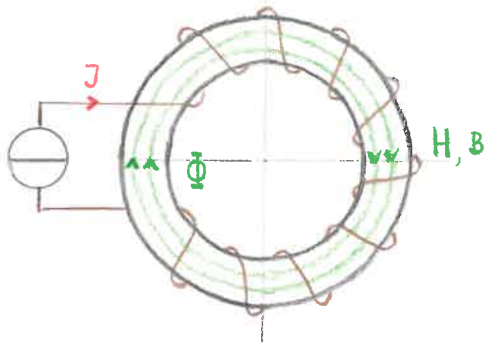
6. Felder – Teil 2

6.5) Geg.: Keramikring: $\mu_r = 1$, $l = 400\,mm$; $N = 600$ Wdg.; $A = 700\,mm^2$, $J = 2{,}5\,A$;

Ges.: a) $H = ?$ u. $B = ?$ b) $\Phi = ?$

Lös.:





a) Eine in der Ringmitte vorhandene magn. Feldlinie hat die Länge l.
Damit herrscht hier die magn. Feldstärke:

$$H = \frac{J \cdot N}{l} = \frac{2{,}5\,A \cdot 600}{0{,}4\,m} = 3.750\,\frac{A}{m};$$

die verursacht bei $\mu_r = 1$ an der gleichen Stelle die magn. Flussdichte:

$$B = \mu \cdot H = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot H = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}\,\frac{Vs}{Am} \cdot 1 \cdot 3{,}75 \cdot 10^{3}\,\frac{A}{m} = 4{,}71 \cdot 10^{-3}\,\frac{Vs}{m^2} = 4{,}71\,mT;$$

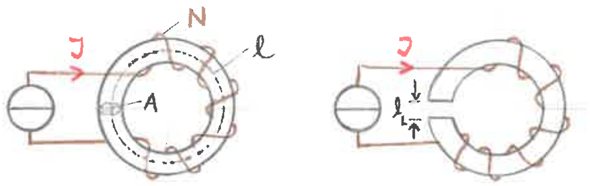
b) Der im Ring erzeugte magn. Fluss beträgt:

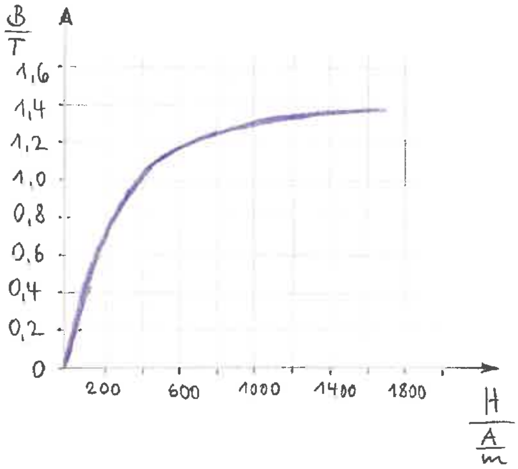
$$\Phi = B \cdot A = 4{,}71 \cdot 10^{-3}\,\frac{Vs}{m^2} \cdot 700 \cdot 10^{-6}\,m^2 = 3{,}30 \cdot 10^{-6}\,Vs = 3{,}30\,\mu Wb;$$

6.6) Geg.: Eisenring: $A = 720\ mm^2$, $l = 460\ mm$; $N = 800\ Wdg.$; $\Phi = 8{,}3 \cdot 10^{-4}\ Wb$;

Ges.: a) $J = ?$ b) $J' = ?$ bei Luftspalt von $l_L = 0{,}5\ mm$;

Lös.:





a) Der geforderte magn. Fluss bedingt eine im Ring notwendige (mittlere) Flussdichte von:

$$B = \frac{\Phi}{A} = \frac{8{,}3 \cdot 10^{-4}\ Wb}{720 \cdot 10^{-6}\ m^2} = 1{,}15\ T;$$

Für diesen Wert kann aus dem Diagramm die zugehörige Feldstärke $H = 550\ \frac{A}{m}$ entnommen werden!

$$J = \frac{H \cdot l}{N} = \frac{550\ \frac{A}{m} \cdot 0{,}46\ m}{800} = 0{,}32\ A;$$

b) Wird ein Luftspalt eingefügt, so besteht der magn. Kreis aus zwei Abschnitten, dem Eisenweg l_E u. dem Luftspaltweg l_L.
Die magn. Flussdichte ist in beiden Abschnitten gleich groß u. beträgt $B = 1{,}15\ T$!

$$J' \cdot N = H_E \cdot l_E + H_L \cdot l_L \quad ; \quad H_E = 550\ \frac{A}{m}\ \text{(aus Diagramm)}$$

$$H_L = \frac{B_L}{\mu_0} = \frac{1{,}15\ \frac{Vs}{m^2}}{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}\ \frac{Vs}{Am}} = 9{,}17 \cdot 10^5\ \frac{A}{m};$$

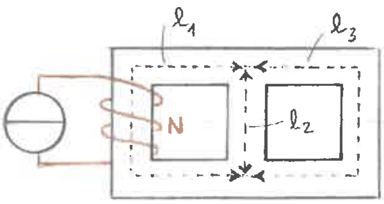
$$J' = \frac{H_E \cdot l_E + H_L \cdot l_L}{N} = \frac{550\ \frac{A}{m} \cdot 0{,}46\ m + 9{,}17 \cdot 10^5\ \frac{A}{m} \cdot 0{,}5 \cdot 10^{-3}\ m}{800} = 0{,}89\ A;$$

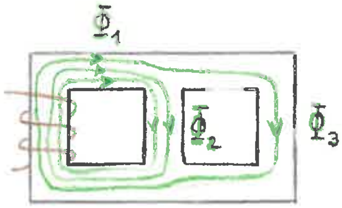
6. Felder – Teil 2

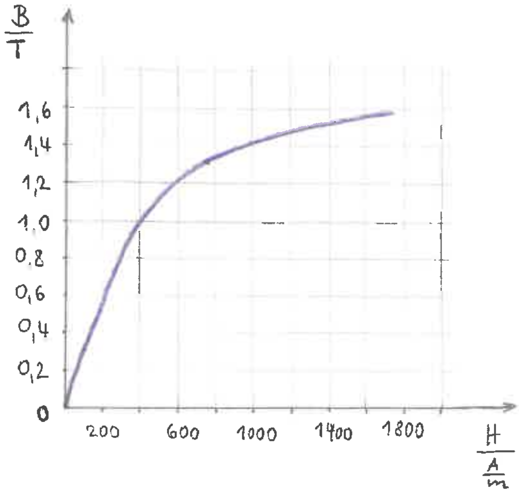
6.7) Geg.: $N = 200$ Wdg.; $A = 700\,mm^2$; $l_1 = l_3 = 280\,mm$; $l_2 = 100\,mm$;
$\Phi_3 = 2{,}3 \cdot 10^{-4}\,Wb$;

Ges.: $I = ?$

Lös.:



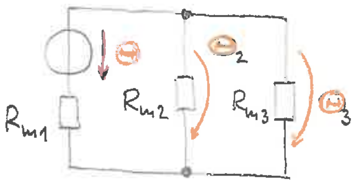




Der im rechten Schenkel geforderte magn. Fluss Φ_3 bedingt dort eine magn. Flussdichte

$$B_3 = \frac{\Phi_3}{A} = \frac{2{,}3 \cdot 10^{-4}\,Vs}{700 \cdot 10^{-6}\,m^2} = 0{,}33\,T;$$

Für diesen Wert kann aus dem Diagramm die zugehörige Feldstärke $H_3 = 100\,\frac{A}{m}$ entnommen werden!



Elektr. Durchflutung

$$\Theta = \Phi \cdot R_m$$

magn. Fluss   magn. Widerstand

mit $\Theta = I \cdot N$

$\Phi = B \cdot A = \mu \cdot H \cdot A$

$R_m = \frac{l}{\mu \cdot A}$

$H = \frac{\Theta}{l} = \frac{I \cdot N}{l}$

$$\Theta_2 = \Theta_3$$

$$H_2 \cdot l_2 = H_3 \cdot l_3 \quad \rightsquigarrow \quad H_2 = H_3 \cdot \frac{l_3}{l_2} = 100\,\frac{A}{m} \cdot \frac{0{,}280\,m}{0{,}100\,m} = 280\,\frac{A}{m};$$

$\Rightarrow$ aus dem Diagramm ergibt sich für $B_2 = 0{,}95\,T$;

$$\rightsquigarrow \Phi_2 = B_2 \cdot A = 0{,}95\,\frac{Vs}{m^2} \cdot 700 \cdot 10^{-6}\,m^2 = 6{,}65 \cdot 10^{-4}\,Vs$$

Der magn. Fluss im linken Schenkel beträgt: $\Phi_1 = \Phi_2 + \Phi_3 = 6{,}65 \cdot 10^{-4}\,Vs + 2{,}3 \cdot 10^{-4}\,Vs = 8{,}95 \cdot 10^{-4}\,Vs$;

Damit ergibt sich für den linken Schenkel eine Flussdichte $B_1 = \frac{\Phi_1}{A} = \frac{8{,}95 \cdot 10^{-4}\,Vs}{700 \cdot 10^{-6}\,m^2} = 1{,}28\,T$;

$\Rightarrow$ aus dem Diagramm ergibt sich für $H_1 = 700\,\frac{A}{m}$;

$$\Theta = I \cdot N = H_1 \cdot l_1 + H_2 \cdot l_2 \quad \Rightarrow \quad I = \frac{H_1 \cdot l_1 + H_2 \cdot l_2}{N} = \frac{700\,\frac{A}{m} \cdot 0{,}28\,m + 280\,\frac{A}{m} \cdot 0{,}10\,m}{200}$$

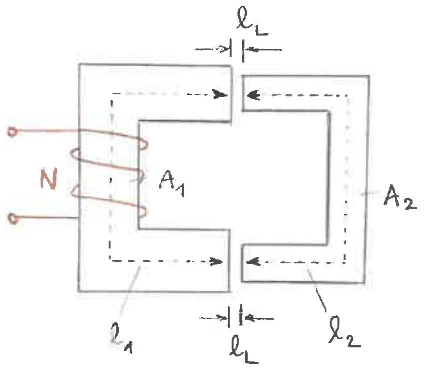
$$= 1{,}12\,A;$$

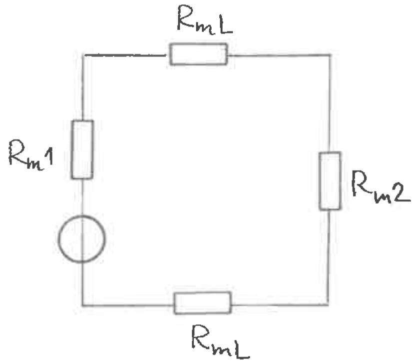
6. Felder – Teil 2

6.8) <u>Geg.:</u> $\mu_r = 3.500$; $N = 150$ Wdg.; $A_1 = 600\ mm^2$; $A_2 = 480\ mm^2$;
$l_1 = 125\ mm$; $l_2 = 120\ mm$; $l_L = 0{,}15\ mm$;

<u>Ges.:</u> $L = ?$ (Für die Berechnung kann die Luftspaltfläche A_L gleich dem Eisenquerschnitt A_2 gesetzt werden.)

<u>Lös.:</u>





(1) Berechnung der magn. Widerstände: $\boxed{R_m = \frac{l}{\mu \cdot A}}$

$$R_{m1} = \frac{l_1}{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot A_1} = \frac{0{,}125\ m}{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \frac{Vs}{Am} \cdot 3.500 \cdot 600 \cdot 10^{-6} m^2} = 4{,}7 \cdot 10^4 \frac{A}{Vs};$$

$$R_{m2} = \frac{l_2}{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot A_2} = \frac{0{,}120\ m}{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \frac{Vs}{Am} \cdot 3.500 \cdot 480 \cdot 10^{-6} m^2} = 5{,}7 \cdot 10^4 \frac{A}{Vs};$$

$$R_{mL} = \frac{l_L}{\mu_0 \cdot \underset{= A_2!}{A_L}} = \frac{0{,}15 \cdot 10^{-3} m}{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \frac{Vs}{Am} \cdot 480 \cdot 10^{-6} m^2} = 24{,}9 \cdot 10^4 \frac{A}{Vs}$$ (≙ magn. Widerstand eines Luftspaltes!)

Da alle magn. Widerstände nach der im Bild angegebenen magn. Ersatzschaltung in Reihe liegen, beträgt der insgesamt vorhandene magn. Widerstand

$$\underline{R_m} = R_{m1} + R_{m2} + 2 \cdot R_{mL} = (4{,}7 + 5{,}7 + 2 \cdot 24{,}9) \cdot 10^4 \frac{A}{Vs} = \underline{\underline{60{,}2 \cdot 10^4 \frac{A}{Vs}}};$$

$$\underline{L} = \frac{N^2}{R_m} = \frac{150^2}{60{,}2 \cdot 10^4 \frac{A}{Vs}} = 37{,}4 \cdot 10^{-3}\ H = \underline{37{,}4\ mH}.$$