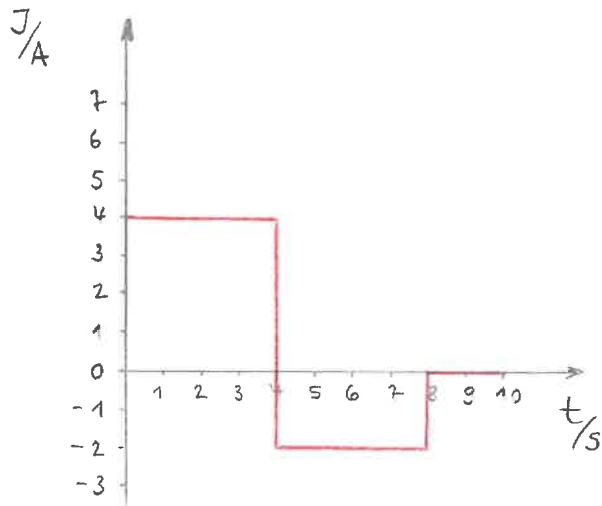


4. Zeitabhängigkeit

1

4.1) Ges.:



Ges.: a) Gleichwert \bar{i}

b) Gleichrichtwert $|\bar{i}|$

c) Effektivwert J_{eff}

Lös.: a) Gleichwert (arithmetischer Mittelwert):

$$\begin{aligned}\bar{i} &= \frac{1}{T} \cdot \int_T i \cdot dt = \frac{1}{T} \cdot [J_1 \cdot t_1 + J_2 \cdot t_2 + J_3 \cdot t_3] = \\ &= \frac{1}{10s} \cdot [4A \cdot 4s - 2A \cdot 4s + 0A \cdot 2s] = \underline{0,8A},\end{aligned}$$

b) Gleichrichtwert:

$$\begin{aligned}|\bar{i}| &= \frac{1}{T} \cdot \int_T |i| \cdot dt = \frac{1}{T} \cdot [|J_1| \cdot t_1 + |J_2| \cdot t_2 + |J_3| \cdot t_3] = \\ &= \frac{1}{10s} \cdot [4A \cdot 4s + |-2A| \cdot 4s + 0A \cdot 2s] = \underline{2,4A},\end{aligned}$$

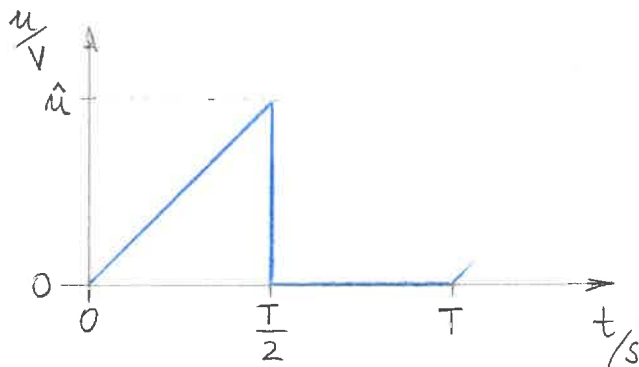
c) Effektivwert:

$$\begin{aligned}J_{\text{eff}} &= \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_T i^2 \cdot dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot [J_1^2 \cdot t_1 + J_2^2 \cdot t_2 + J_3^2 \cdot t_3]} = \\ &= \sqrt{\frac{1}{10s} \cdot [16A^2 \cdot 4s + 4A^2 \cdot 4s + 0A^2 \cdot 2s]} = \sqrt{8A^2} = \underline{2,83A},\end{aligned}$$

4. Zeitabhängigkeit

2

4.2) Geg.: $\hat{u} = 12 \text{ V}$.



Ges.: a) Gleichrichtwert $|\bar{u}|$

b) Effektivwert U_{eff}

Lös.:

a) Gleichrichtwert:

$$|\bar{u}| = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T |u| \cdot dt = \frac{1}{T} \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot \hat{u} \cdot \frac{T}{2} \right] = \frac{\hat{u}}{4} = \frac{12 \text{ V}}{4} = \underline{\underline{3 \text{ V}}};$$

b) Effektivwert:

$$U_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T u^2 \cdot dt}$$

$u = f(t)$:

für den Bereich $0 < t < \frac{T}{2}$ gilt:

$$u(t) = \frac{\hat{u}}{\frac{T}{2}} \cdot t = \frac{2 \cdot \hat{u}}{T} \cdot t;$$

für den Bereich $\frac{T}{2} < t < T$ gilt:

$$u(t) = 0;$$

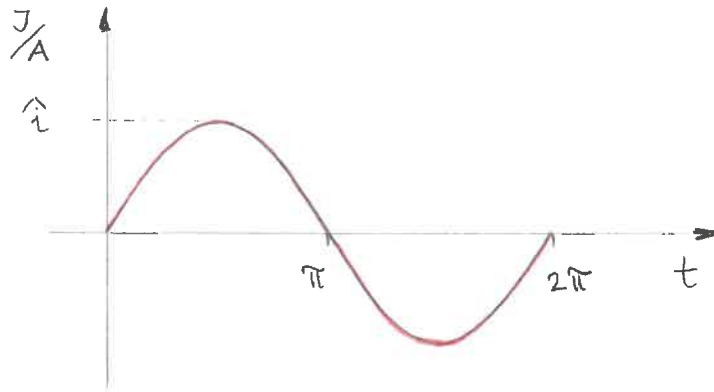
$$\int_0^T u^2 dt = \int_0^{\frac{T}{2}} \left(\frac{2 \cdot \hat{u}}{T} \cdot t \right)^2 dt = \frac{4 \cdot \hat{u}^2}{T^2} \cdot \frac{t^3}{3} \Big|_0^{\frac{T}{2}} = \frac{4 \cdot \hat{u}^2}{T^2} \cdot \frac{T^3}{8 \cdot 3} = \hat{u}^2 \cdot \frac{T}{6};$$

$$U_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \hat{u}^2 \cdot \frac{T}{6}} = \frac{\hat{u}}{\sqrt{6}} = \frac{12 \text{ V}}{\sqrt{6}} = \underline{\underline{4,90 \text{ V}}};$$

4. Zeitabhängigkeit

3

4.3) Geg.: $\hat{i} = 10 \text{ A}$; $R = 10 \Omega$;



Ges.: a) Effektivwert J_{eff} ,
b) im Widerstand R erzeugte Wärmeleistung P ;

Lös.:

a) Effektivwert: $J_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T i^2 \cdot dt}$

mit $i = \hat{i} \cdot \sin \omega t$: $J_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} \hat{i}^2 \cdot \sin^2 \omega t \, d\omega t}$

$$\int_0^{2\pi} \sin^2 \omega t \, d\omega t = \left(\frac{1}{2} \omega t - \frac{1}{4} \sin 2\omega t \right) \Big|_0^{2\pi} = \frac{1}{2} \cdot 2\pi - \frac{1}{4} \cdot \underbrace{\sin 4\pi}_0 = \pi;$$

$$\underline{J_{\text{eff}}} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \cdot \hat{i}^2 \cdot \pi} = \underline{\frac{\hat{i}}{\sqrt{2}}};$$

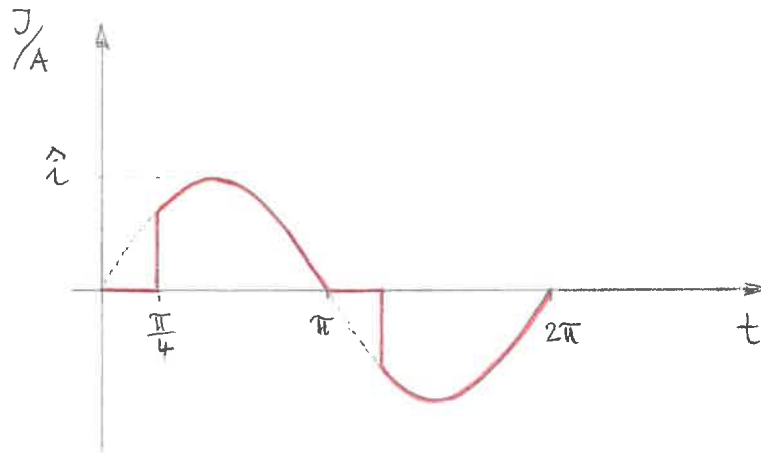
b) im Widerstand R erzeugte Wärmeleistung: $P = J^2 \cdot R$; $J = J_{\text{eff}}$

$$\underline{P} = \left(\frac{\hat{i}}{\sqrt{2}} \right)^2 \cdot R = \frac{(10 \text{ A})^2}{2} \cdot 10 \frac{\text{V}}{\text{A}} = \underline{500 \text{ W}};$$

4. Zeitabhängigkeit

(4)

4.3) Geg.: $\hat{i} = 10 \text{ A}$, $R = 10 \Omega$;



Ges.: c) Effektivwert J_{eff} ,

d) im Widerstand R erzeugte Wärmeleistung P;

Lös.:

c) Effektivwert: $J_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T i^2 dt}$

mit $i = \hat{i} \cdot \sin \omega t$:

$$\int_0^{2\pi} i^2 d\omega t = 2 \int_0^{\pi} i^2 d\omega t = 2 \int_{\alpha}^{\pi} \hat{i}^2 \cdot \sin^2 \omega t d\omega t =$$

$$= 2 \cdot \hat{i}^2 \cdot \left(\frac{1}{2} \omega t - \frac{1}{4} \sin 2\omega t \right) \Big|_{\alpha}^{\pi} = 2 \cdot \hat{i}^2 \cdot \left[\left(\frac{1}{2} \cdot \pi - \frac{1}{4} \cdot \sin 2\pi \right) - \left(\frac{1}{2} \alpha - \frac{1}{4} \cdot \sin 2\alpha \right) \right] =$$

$$= 2 \cdot \hat{i}^2 \cdot \left[\frac{\pi}{2} - \frac{\alpha}{2} + \frac{1}{4} \cdot \sin 2\alpha \right] = \hat{i}^2 \cdot \left[\pi - \alpha + \frac{1}{2} \cdot \sin 2\alpha \right];$$

mit $\alpha = \frac{\pi}{4} = 45^\circ$ und $\hat{i} = 10 \text{ A}$:

$$\underline{J_{\text{eff}}} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \cdot \hat{i}^2 \cdot \left(\pi - \alpha + \frac{1}{2} \cdot \sin 2\alpha \right)} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \cdot (10 \text{ A})^2 \cdot \left(\pi - \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \cdot \sin 2 \cdot \frac{\pi}{4} \right)} =$$

$$= \sqrt{\frac{1}{2\pi} \cdot 100 \text{ A}^2 \cdot \left(\frac{3}{4} \pi + \frac{1}{2} \right)} = \sqrt{45,46 \text{ A}^2} = \underline{6,74 \text{ A}};$$

d)

im Widerstand R

$$P = J^2 \cdot R \quad \text{mit } J = J_{\text{eff}};$$

erzeugte Wärmeleistung:

$$\underline{P} = (6,74 \text{ A})^2 \cdot 10 \frac{\text{V}}{\text{A}} = \underline{4546 \text{ W}};$$