Übungsfragen und Übungsbeispiele

zu

Grundlagen der Elektrotechnik

Teil 02a: Schaltungsanalyse 1

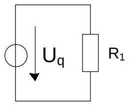
Version 10.0

06. Oktober 2019

Version 10.0 Übernahme und neue Ordnung der Beispiele aus ähnlichen Lehrveranstaltungen

(1) Einstieg in die Schaltungsanalyse

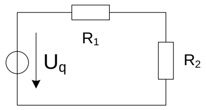
Berechnen Sie Ströme, Spannungen und Leistungen aller Zweipole:



a)

		Quelle	R1
R	[Ω]	**idea**	48
U	[V]	12	**1**
I	[A]	**0,25**	**0,**
P	[W]	**3**	**3**

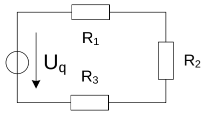
$$I = U / R = 12V / 48\Omega = 0{,}25A$$
$$P = U * I = 12V * 0{,}25A = 3W$$



b)

		Quelle	R1	R2
R	[Ω]	**idea**	20	**1**
U	[V]	12	**2**	**1**
I	[A]	**0,1**	**0,**	0,1
P	[W]	**1,2**	**0,**	**1**

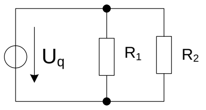
$$\left.\begin{array}{l} 12V = I\cdot(20\Omega + R_2) \\ 1W = I^2 \cdot R_2 \end{array}\right\} R_2 = \begin{cases} 4\Omega \\ 100\Omega \end{cases}$$



c)

		Quelle	R1	R2	R3
R	[Ω]	**idea**	270	1000	10000
U	[V]	15	**0,**	**1,**	**13,**
I	[mA]	**1,33**	**1,**	**1,**	**1,3**
P	[mW]	**19,9**	**0,**	**1,**	**17,**

$$R_{ges} = \sum R =$$
$$11{,}270k\Omega = U / I$$

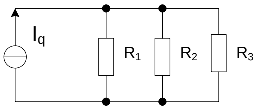


d)

		Quelle	R1	R2
R	[Ω]	**idea**	**3**	**2**
U	[V]	**12**	12	**1**
I	[A]	**4,5**	4	**0,**
P	[W]	54	**4**	**6**

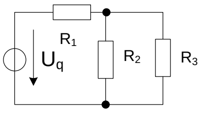
$$I_q = P_q / U_q = I_1 + I_2$$

e)



		Quelle	R1	R2	R3
R	[Ω]	**idea**	270	1000	10000
U	[V]	**20,8**	**2**	**2**	**20,**
I	[A]	0,1	**7**	**2**	**2,1**
P	[W]	**2,08**	**1,**	**0,**	**0,0**

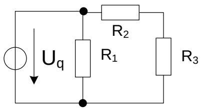
$$R_{ges} = 1/\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right)$$
$$U = I \cdot R_{ges}$$



f)

		Quelle	R1	R2	R3
R	[Ω]	**idea**	2	**1**	**4**
U	[V]	12	**2**	**1**	10
I	[A]	**1**	**1**	**0,**	**0,**
P	[W]	**12**	**2**	**7,**	2,5

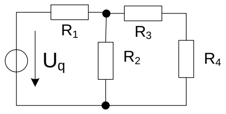
$$U3 = U2!$$



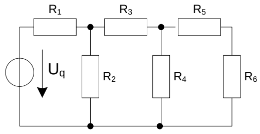
g)

		Quelle	R1	R2	R3
R	[Ω]	**idea**	**3**	20	**4**
U	[V]	12	**1**	**1**	**2**
I	[A]	**4,5**	**4**	**0,**	0,5
P	[W]	**54**	48	**5**	**1**

h)



		Quelle	R1	R2	R3	R4
R	[Ω]	**idea**	10	33	10	15
U	[V]	24	**9,**	**1**	**5,**	**8,**
I	[A]	**,991**	**,9**	**,4**	**,5**	**,5**
P	[W]	**23,7**	**9,**	**6,**	**4,**	**3,**



i)

		Quelle	R1	R2	R3	R4	R5	R6
R	[Ω]	**idea**	12	47	33	100	22	15
U	[V]	**41,4**	**1**	**2**	**1**	**1**	**7**	**5**
I	[A]	**1,08**	1,08	**,**	**0**	**,**	**0**	**,**
P	[W]	**44,7**	**1**	**1**	**7**	**1**	**2**	**1**

B1. Die Sicherung eines Stromkreises löst bei Strömen über 16A aus. Welche Leistung darf ein Verbraucher maximal haben, wenn die Spannung 230V beträgt?

P = U*I = 3.68kW

B2. An einer Steckdosenleiste ist ein elektrischer Heizkörper angeschlossen. Auf maximaler Stufe bezieht er eine Leistung von 2500W (bei 230V). Welchen Widerstand besitzt der zugehörige Heizdraht?

R = U^2/P = 21.16 Ohm

B3. Ein typischer Blitz hat folgende Werte: Spannung: ca. 50MV, Strom: ca. 20kA, Dauer: ca. 30us. Wie weit könnte mit dieser elektrischen Energie ein Elektroauto fahren, das für eine konstante Geschwindigkeit von 100 km/h eine Dauerleistung von 7kW benötigt?

Energie des Blitz = U * I * t = 30 MJ = 30 MWs. D.h die Energie reicht W/P = 30MWs/7kWh = 4285s = 1h und 11 min. Die Strecke wäre daher: 119km.

B4. Die Leerlaufspannung einer linearen Quelle beträgt 12 V, die Quelle liefert bei einer Spannung von 11,5 V einen Strom von 15 A. Berechnen Sie die Werte der Ersatzspannungsquelle? Skizzieren Sie die Schaltung und die Kennlinie! (Lsg: 12V und 33,3mOhm)

WH: Ersatzspannungsquelle (EZS): $U = U_q - I \cdot R_i$**, Ersatzstromquelle:** $I = I_q - U \cdot G_i$

Einsetzen der beiden Datenpunkte (Leerlauf bedeutet I = 0!) bringt ein Gleichungssystem 2. Ordnung!

$$12V = U_q - 0A \cdot R_i \qquad 0A = I_q - 12V \cdot G_i$$

$$11{,}5V = U_q - 15A \cdot R_i \qquad 15A = I_q - 11{,}5V \cdot G_i$$

Lösungswege sind verschieden, s. Mathematik!

$$U_q = 12V \quad R_i = 33{,}\dot{3}m\Omega \quad I_q = 360A \quad G_i = 30S$$

Kontrolle: Spannungsquelle in Stromquelle umrechenbar:

$$G_i = 1/R_i = 1/0{,}0\dot{3}\Omega = 30S \qquad I_q = U_q \cdot G_i = 12V \cdot 30\Omega = 360A$$

B5. -I_k = - 14 A sei der Kurzschlussstrom und U_0= 17,5 V die Leerlaufspannung einer linearen Quelle. Wie ist der Zusammenhang zwischen U und I? Wie groß sind R_i bzw. G_i? Skizzieren Sie die Schaltung und die Kennlinie! (Lsg: U=17,5V-1,25Ohm*I)

Kurzschlussstrom = Strom bei U=0; Leerlaufspannung = Spannung bei I=0. Ersatzspannungsquelle oder Ersatzstromquelle.

$$17{,}5V = U_q - 0A \cdot R_i \qquad 0A = I_q - 17{,}5V \cdot G_i$$

$$0V = U_q - 14A \cdot R_i \qquad 14A = I_q - 0V \cdot G_i$$

daher: $R_i = \frac{U_0}{I_K} = \frac{17{,}5V}{14A} = 1{,}25\Omega \quad G_i = \frac{I_K}{U_0} = \frac{14A}{17{,}5V} = 0{,}8S$

B6. An den Klemmen eines linearen Zweipols werden bei Leerlauf und Belastung mit R = 1k2 (1,2 kΩ) die Spannungen 21V bzw. 18V gemessen. Ges.: Ersatzspannungsquelle. (Lsg: Uq=21V, Ri=200 Ohm)

Spannungsquelle: $U = U_q - I \cdot R_i$**, Punkte einsetzen! Wieder: Leerlauf bedeutet: I=0**

$$21V = U_q - 0 \cdot R_i \quad 18V = U_q - \frac{18V}{1{,}2k\Omega} \cdot R_i = U_q - 15 \cdot mA \cdot R_i$$

Daher: $U_q = 21V \quad R_i = \frac{(18V - 21V)}{-15mA} = 200\Omega$

B7. Ein Quelle liefert: bei 8 V -0,24 A, bei 5 V -0,48 A. Berechnen Sie R_i, U_0 und I_k ! (Lsg: ca. Ri=12,5Ohm, Uq=11V, Ik=0,88A)

3 Arbeitspunkte -> überbestimmt. 1 Arbeitspunkt zur Kontrolle! Berechnung über Ersatzspannungsquelle!

$$10V = U_q - 0{,}08A \cdot R_i$$

$$5V = U_q - 0{,}48A \cdot R_i$$

daher: $5V = U_q - U_q - (0{,}08 - 0{,}48)A \cdot R_i = 0{,}4A \cdot R_i$, $U_q = 10V + 0{,}08A \cdot R_i$ **und** $R_i = 12{,}5\Omega$, $U_q = 11V$

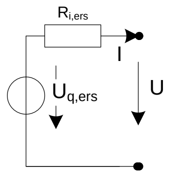
Leerlaufspannung = Spannung bei I=0: $U_0 = 11V - 12{,}5\Omega \cdot 0 = 11V$

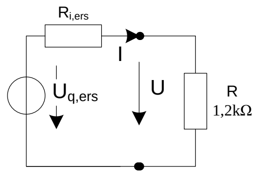
Kurzschlussstrom = Strom bei U=0 $0V = 11V - 12{,}5\Omega \cdot I_K \Rightarrow I_K = 11V / 12{,}5\Omega = 0{,}88A$

Kontrolle des dritten Arbeitspunktes: $8V = 11V - 12{,}5\Omega \cdot 0{,}24A$ **-> ist OK! Ansonsten: Interpolation der Werte!**

[FuHeNe03] Kapitel 2.4
war nicht wirklich ein Thema... U/I Kennlinie; linearisierte Quellen um den Arbeitspunkt

B8. An den Klemmen eines linearen Zweipols wurden bei Leerlauf die Spannung 21 V und bei Belastung mit 1,2kΩ 18 V gemessen. Wie lauten die Daten der Ersatzspannungsquelle? (Lsg: Uq= 21V, Ri=200Ohm)





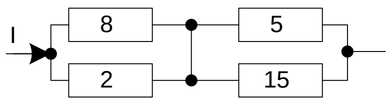
Ersatz – Spannungsquelle: $U = U_q - I \cdot R_i$ **mit Belastung:**

„Leerlauf": I = 0, daher: $21V = U_q - 0 \cdot R_i = U_q$ **Leerlaufspannung bestimmt die Ersatz – Quellspannung!**

Belastung: $I = \frac{U}{R} = \frac{18V}{1{,}2k\Omega} = 15mA$ **und damit:** $18V = 21V - 15mA \cdot R_i$ **und** $R_i = \frac{21V - 18V}{15mA} = 200\Omega$

[FuHeNe03] Kapitel 3.2
Summe aller Ströme über Hüllfläche ("Knoten") = 0 -> Es kann keine Ladung generiert werden!
Summe aller Spannungen über einen geschlossenen Kreis (Masche) = 0

B9. Gegeben sei folgende Schaltung.
a) Berechnen Sie den Gesamtwiderstand!
b) In welchem Widerstand wird im Betrieb die größte Leistung umgesetzt (qualitiative Erklärung)? Berechnen Sie die Leistungen für I = 30mA!



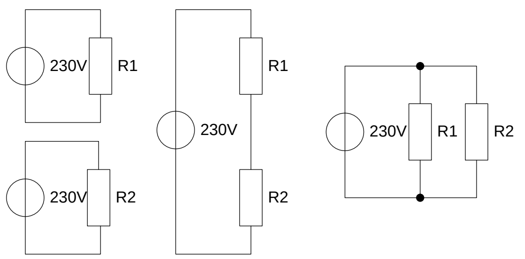
$0{,}288mW - 0{,}844mW - 1{,}15mW - 2{,}53mW$

a) erkennen, dass R = 8||2 + 5||15 = 1,6+3,75 = 5,35 OHM
b) Strom teilt sich im Verhältnis: 2/10 und 8/10 = 1/5 über den 8-Ohm 4/5 über 2Ohm, dann 15/20 und 5/20 d.h. 3/4 über 5 Ohm und 1/4 über 15 Ohm. Die Spannung ist am größeren Parallel-Widerstand mehr als doppelt so groß; 2*3/4=1,5 mehr als 4/5! -> am 5 Ohm Widerstand fällt die grlßte Leistung ab!!
Effektive Berechnung: über I^2*R!
8: $(6mA)^2$*8 = 0,288mW;
2: $(24mA)^2$ *2 = 1,152mW
5: $(22{,}5mA)^2$*5 =2,531mW
15: $(7{,}5mA)^2$*15 = 0,844W

B10. In einer Kochplatte (ausgelegt für 230 V) sind zwei Heizdrähte mit R1 = 64 Ω und R2 = 36 Ω vorhanden. Welche Leistungsstufen kann die Kochplatte durch unterschiedliche Verschaltung der Widerstände liefern? (Lsg: 529W, 827W, 1469W, 2296W)

Konstantspannung, daher Leistung am Besten über: $P = \frac{U^2}{R}$

Verschiedene Leistungsstufen können nur durch verschiedene Widerstände erreicht werden!
Mögliche Schaltungen bei R1 ... 1. Heizdraht, R2 ... 2. Heizdraht:



Einzelschaltung R1: $R = R_1 = 64\Omega$ $P = 230^2V^2 / 64\Omega = 52900 / 64W = 827W$

Einzelschaltung R2: $R = R_2 = 36\Omega$ $P = 230^2V^2 / 36\Omega = 52900 / 36W = 1469W$

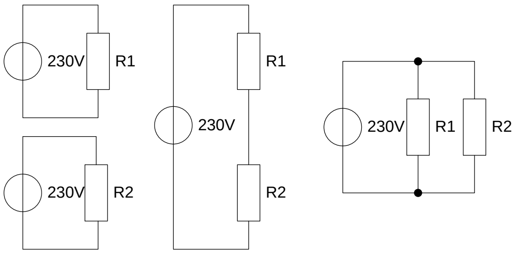
Serienschaltung: $R = R_1 + R_2 = 100\Omega$ $P = 230^2V^2 / 100\Omega = 52900 / 100\Omega W = 529W$

Parallelschaltung: $R = R_1 \parallel R_2 = \frac{64\Omega \cdot 36\Omega}{64\Omega + 36\Omega} = 23{,}04\Omega$ $P = 230^2V^2 / 23{,}04\Omega = 2296W$

B11. In einer Kochplatte (ausgelegt für 230 V) sind zwei Heizdrähte mit R = 66,1 Ω vorhanden. Welche Leistungsstufen kann die Kochplatte durch unterschiedliche Verschaltung der Widerstände liefern? (Lsg: 400W, 800W, 1600W)

Konstantspannung, daher Leistung am Besten über: $P=\dfrac{U^2}{R}$

Verschiedene Leistungsstufen können nur durch verschiedene Widerstände erreicht werden!
Mögliche Schaltungen bei R1 ... 1. Heizdraht, R2 ... 2. Heizdraht:



Die beiden Einzelschaltungen bringen keine Leistungsänderungen, da R1=R2!

Einzelschaltung: $R=R_1, R=R_2, R=66{,}1\Omega \qquad P=230^2V^2/66{,}1\Omega=52900/66{,}1W=800W$

Serienschaltung: $R=R_1+R_2=132{,}2\Omega \qquad P=230^2V^2/132{,}2\Omega=52900/132{,}2\Omega W=400W$

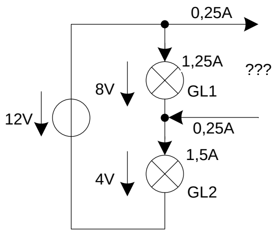
Parallelschaltung: $R=R_1\parallel R_2=\dfrac{66{,}1\Omega\cdot 66{,}1\Omega}{66{,}1\Omega+66{,}1\Omega}=33{,}05\Omega \qquad P=230^2V^2/33{,}05\Omega=1600W$

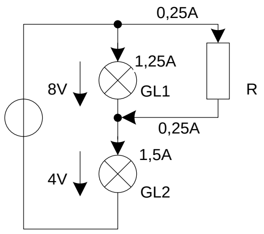
B12. ***Zwei Glühlampen (8V, 10W und 4V, 6W) sollen am 12 V Netz unter Nennlast betrieben werden. Die Schaltung darf noch einen zusätzlichen Widerstand haben. Wie muss dieser geschaltet sein, welcher Größe hat er und welche Leistung verbraucht er?***

Überlegung: Wenn die beiden Lampen parallel geschaltet werden, brauchen BEIDE einen Vorwiderstand -> geht nicht.
Wenn sie in Serie geschaltet sind, passen die Spannungen, denn 8V + 4V = 12V!
Allerdings sind die Ströme durch die Lampen unterschiedlich:

$I_1=\dfrac{P_1}{U_1}=\dfrac{10W}{8V}=1{,}25A$ **und** $I_2=\dfrac{P_2}{U_2}=\dfrac{6W}{4V}=1{,}5A$

Die beiden Lampen dürfen deshalb nicht vom selben Strom durchflossen werden, Durch Lampe 2 muss die Stromstärke um 0,25A größer sein!
Dieser Differenzstrom muss einen Weg um Lampe 1 „herum“ bekommen -> Parallelwiderstand zu Lampe 1!



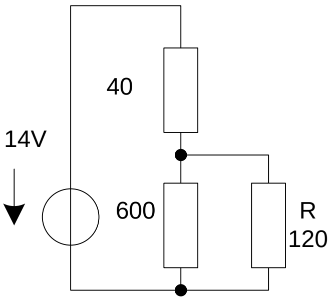


Dieser Weg wird über R realisiert:

FAZIT: Zur Glühlampe 1 muss ein Parallelwiderstand dazugeschaltet werden mit:

$R=\dfrac{U}{I}=\dfrac{8V}{0{,}25A}=32\Omega$ **Die Verlustleistung dieses Widerstands muss** $P=U\cdot I=8V\cdot 0{,}25A=2W$ **betragen!**

B13. ***Berechnen Sie den Strom durch R durch***
a) Spannungsteilerregel
b) Stromteilerregel!



$I=83mA$

Vorab: Ersatzwiderstand für die beiden Widerstande 600 und 120:

$$R_e=\frac{600\Omega\cdot 120\Omega}{600\Omega+120\Omega}=\frac{72000}{720}\Omega=100\Omega$$

a)Spannungsteiler: Es wird zuerst die Spannung an R ausgerechnet über die Spannugnsteilerregel:

$U_R=U_{ges}\cdot\dfrac{R_e}{R_{ges}}=14V\cdot\dfrac{100\Omega}{140\Omega}=10V$ **. Die Stromstärke durch R ist dann** $I_R=\dfrac{U_R}{R}=\dfrac{10V}{120\Omega}=\dfrac{1}{12}A=83mA$

b) Stromteiler: Die Gesamwtromstärke beträgt $I_{ges} = \frac{U}{R_{ges}} = \frac{14V}{140\Omega} = 100mA$. **Der Strom wird an den beiden Widerständen aufgeteilt, daher:** $I_R = I_{ges} \frac{600\Omega}{600\Omega + 120\Omega} = \frac{1}{10} A \frac{600}{720} = \frac{6}{72} A = \frac{1}{12} A = 83mA$

B14. ***Ein el. Heizdraht habe bei einer Heizleistung von 500W einen Widerstand von 106 Ω.***
a) Welche Spannung und welcher Strom tritt im Betrieb auf?
b) Welcher Widerstand müsste ein zusätzlich parallel geschalteter Heizdraht besitzen, um die Leistung (bei gleicher Spannung) um 20% zu erhöhen? Welche Verhältnisse (U, R, I) stellen sich dabei ein?
c) Welcher Widerstand müsste ein in Serie geschalteter Heizdraht besitzen, um die Leistung (bei gleicher Spannung) um 20% zu reduzieren? Welche Verhältnisse (U, R, I) stellen sich dabei ein?

Die stationären Zustände für Strom und Spannung können direkt berechnet werden:
$U = \sqrt{P \cdot R} = \sqrt{500W \cdot 106\Omega} = 230V$ **und** $I = \sqrt{P/R} = \sqrt{500W/106\Omega} = 2{,}172A$
a) $U = 230V, I = 2{,}172A$
Eine Erhöhung der Leistung um 20% entspricht einer Zunahme um 100W. Der neue Heizdraht muss also bei gleicher Spannung (Parallelschaltung!) 100W umsetzen, daher: $R_p = U^2/P = 230^2V^2/100W = 529\Omega$. **DerGesamtwiderstand ist dann** $R_{ges} = R \| R_p = 100\Omega \| 529\Omega = \frac{100 \cdot 529}{100 + 529}\Omega = 88{,}3\Omega$ **und** $I = U/R = 230V/88{,}3\Omega = 2{,}6A$.
Kontrollrechnung: $P = U \cdot I = 230V \cdot 2{,}6A = 600W = 500W \cdot (1 + 20\%)$
b) $R_p = 529\Omega, R_{ges} = 88{,}3\Omega, U = 230V, I = 2{,}6A, P = 600W$
Um die Leistung bei gleicher Spannung um 20% zu reduzieren (=-100W = 400W gesamt), kann Rges ausgerechnet werden durch: $R_{ges} = U^2/P = 230^2V^2/400W = 132{,}25\Omega$. **Der zusätzliche in Serie geschaltete Widerstand ist daher:**
$R_s = R_{ges} - R = 132{,}25\Omega - 106\Omega = 26{,}25\Omega$ **.Es gilt** $I = U/R_{ges} = 230V/132{,}25\Omega = 1{,}74A$
c) $R_S = 26{,}25\Omega, R_{ges} = 132{,}25\Omega, U = 230V, I = 1{,}74A, P = 400W$

B15. ***Wie groß ist der Widerstand eines runden Drahtes (Kupfer, ρ_{Cu}=0,01786 Ω*mm²/m) mit d=1 mm Durchmesser und 5 cm Länge? Wie groß ist er bei d = 2 mm?***

Einsetzen (Berechnungsformel für Widerstände aus den Materialeigenschaften): $R = \rho \cdot l/A$ **mit A = Kreisfläche** $r^2 \cdot \pi$ **!**

$$R = 0{,}01786 \frac{\Omega \cdot mm^2}{m} \cdot \frac{5cm}{(1/2)^2 mm^2 \cdot \pi} \cdot \frac{1m}{100cm} = 1{,}137 \cdot 10^{-3}\Omega = 1{,}14m\Omega$$

$$R = 0{,}01786 \frac{\Omega \cdot mm^2}{m} \cdot \frac{5cm}{(2/2)^2 mm^2 \cdot \pi} \cdot \frac{1m}{100cm} = 2{,}8425 \cdot 10^{-3}\Omega = 0{,}28m\Omega$$ **Doppelter Durchmesser, ¼ Widerstand!**

B16. ***Eine Aluminiumleitung mit 64 mm² Querschnitt soll durch eine Kupferleitung mit gleichem Widerstand ersetzt werden. Welchen Querschnitt braucht die Kupferleitung? (ρAl=0,02857 Ω*mm²/m, ρCu=0,01786 Ω*mm²/m)***

Der Widerstand muss bei beiden Materialien gleich sein! Die Länge bleibt auch gleich: $R = \rho_{Alu} \cdot l/A_{Alu} \stackrel{!}{=} \rho_{Kupfer} \cdot l/A_{Kupfer}$

Daher: $A_{Kupfer} = A_{Alu} \cdot \frac{\rho_{Alu}}{\rho_{Kupfer}} = 64mm^2 \cdot \frac{0{,}01786}{0{,}02857} = 40mm^2$
Die Summe aller Zu- und Abfließender Ströme über eine beliebige geschlossene Oberfläch (=Hüllfläche) = 0!

DAHER: Wenn alle Leitungen berücksichtigt werden, ist die Summe der Ströme)I1...I5 = 0!
$I_1 - I_2 + I_3 - I_4 + I_5 = 0$ **(Kirchhoff!), daher:**
$I_4 = I_1 - I_2 + I_3 + I_5 = 1{,}25A - 0{,}35A - 0{,}125A - 0{,}3A = 0{,}475A = 475mA$

B17. ***Der Widerstand eines Drahtes steigt bei der Erwärmung von Raumtemperatur (30 °C) auf Betriebstemperatur (85 °C) auf das 1,5 – fache des ursprünglichen Wertes annähernd linear an. Wie groß ist der Temperaturkoeffizient α_{20}?***

R = f(T) durch Taylorreihe 2. Grades bestimmt: $R_\vartheta = R_T \cdot \left(1+\alpha_T \cdot (\vartheta - T) + \beta_T \cdot (\vartheta - T)^2\right)$**, wobei ß in erster Näherung meist 0 gesetzt wird:** $R_\vartheta \approx R_T \cdot \left(1+\alpha_T \cdot (\vartheta - T)\right)$**. Dies gilt auch hier, es ist nur von α die Rede!**

$$R_{30} = R_{20} \cdot \left(1+\alpha_{20} \cdot (30-20)\right) = R_{20} \cdot \left(1+10 \cdot \alpha_{20}\right)$$

$$R_{85} = 1{,}5 \cdot R_{30} = R_{20} \cdot \left(1+\alpha_{20} \cdot (85-20)\right) = R_{20} \cdot \left(1+65 \cdot \alpha_{20}\right) \overset{Angabe}{=} 1{,}5 \cdot R_{20} \cdot \left(1+10 \cdot \alpha_{20}\right)$$

$1+65 \cdot \alpha_{20} = 1{,}5 + 15 \cdot \alpha_{20}$ **und daher:** $(65-15) \cdot \alpha_{20} = 1{,}5 - 1$ **und** $\alpha_{20} = \frac{1{,}5-1}{(65-15)} = \frac{0{,}5}{50} = 0{,}01/K$

B18. ***Auf wie viel Prozent der ursprünglichen Stärke sinkt der Strom in der Erregerwicklung eines Gleichstrommotors, wenn diese aus Kupferdraht besteht und bei konstanter Spannung von 30 °C auf 85°C erhöht wird (α_{20}=3,92*10^-3/K)***

$$R_{30} = R_{20} \cdot \left(1+\alpha_{20} \cdot (30-20)\right) = R_{20} \cdot \left(1+10 \cdot \alpha_{20}\right)$$

$$R_{85} = R_{20} \cdot \left(1+\alpha_{20} \cdot (85-20)\right) = R_{20} \cdot \left(1+65 \cdot \alpha_{20}\right)$$

$$\frac{R_{85}}{R_{30}} = \frac{R_{20} \cdot \left(1+65 \cdot \alpha_{20}\right)}{R_{20} \cdot \left(1+10 \cdot \alpha_{20}\right)} = \frac{1+65 \cdot 3{,}92 \cdot 10^{-3}}{1+10 \cdot 3{,}92 \cdot 10^{-3}} = \frac{1{,}2538}{1{,}0392} = 1{,}2075$$

$$\frac{1}{1{,}21} = 0{,}8282$$

Der Widerstand erhöht sich um ca. 21 %, der Strom (indirekt proportional zu R bei U=const) wird auf ca. 82,8 % der ursprünglichen Stromstärke sinken (um 17,2%).

B19. ***Der Temperatursensor PT100 besitzt folgende Eigenschaften: R0 = 100 Ω, α0=3,90802*10-3/K, β0= -0,580195*10-6/K²). Welche Temperatur herrscht bei R=138,5 Ω?***

$R_\vartheta = R_T \cdot \left(1+\alpha_T \cdot (\vartheta - T) + \beta_T \cdot (\vartheta - T)^2\right)$ **für T = 0°C (ACHTUNG: nicht 20°C)**

$$R_\vartheta = R_0 \cdot \left(1+\alpha_T \cdot (\vartheta - 0) + \beta_T \cdot (\vartheta - 0)^2\right)$$

$$138{,}5\Omega = 100\Omega \cdot \left(1+3{,}90802 \cdot 10^{-3} \cdot \vartheta - 0{,}580195 \cdot 10^{-6} \cdot \vartheta^2\right)$$

$$1{,}385 = 1+3{,}90802 \cdot 10^{-3} \cdot \vartheta - 0{,}580195 \cdot 10^{-6} \cdot \vartheta^2$$

$$\vartheta^2 - \frac{3{,}90802 \cdot 10^{-3}}{0{,}580195 \cdot 10^{-6}} \cdot \vartheta - \frac{1-1{,}385}{0{,}580195 \cdot 10^{-6}} = 0$$

$\vartheta^2 - 6735{,}7 \cdot \vartheta + 663570 = 0$ **(nur 100° interessant, >6000 ° etwas heiss!**

$$\vartheta_{1,2} = 3367{,}85 \pm \sqrt{3367{,}85^2 - 663570} = 3367{,}85 \pm 3267{,}85 = 100°C$$

B20. ***Ein ohmscher Widerstand soll dadurch temperaturunabhängig werden, dass zwei Widerstände mit ungleichen Temperaturkoeffizienten (α_1=4,0*10^-5/K und α_2=-1,0*10^-5/K) bei gleicher Temperatur gehalten werden und in Serie geschaltet werden. Wie groß müssen die beiden Einzelwiderstände R_1 und R_2 sein, um einen temperaturunabhängigen Gesamtwiderstand von 60 Ω zu bekommen?***

Serienschaltung: Gesamtwiderstand = Summe der Einzelwiderstände, daher:

$$R_{ges} = R_1 \cdot (1+\alpha_1 \cdot \Delta\vartheta) + R_2 \cdot (1+\alpha_2 \cdot \Delta\vartheta) = R_1 + R_2 + \Delta\vartheta \cdot (\alpha_1 \cdot R_1 + \alpha_2 \cdot R_2) \overset{\substack{Sollwert \\ T-unabhängig}}{=} 60\Omega \neq f(\vartheta)$$

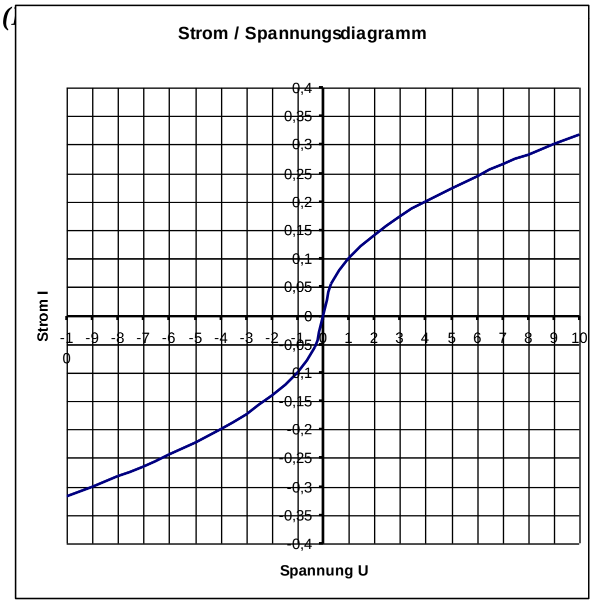
Das kann nur für alle Temperaturen gelten, wenn der Klammerausdruck 0 ist!

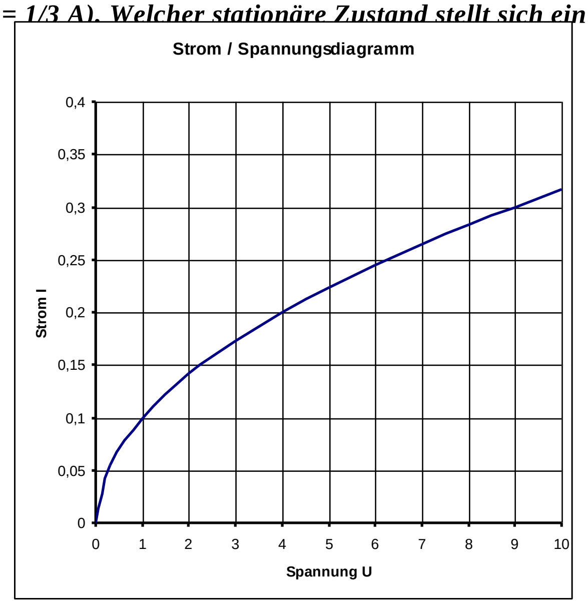
$\alpha_1 \cdot R_1 + \alpha_2 \cdot R_2 = 0$ **und daher:** $R_2 = -\frac{\alpha_1}{\alpha_2} \cdot R_1 = -\frac{4{,}0 \cdot 10^{-5}}{-1{,}0 \cdot 10^{-5}} \cdot R_1 = 4 \cdot R_1$

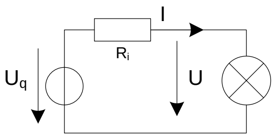
Aus der Gesamtwiderstandsbedingung ergibt sich nun: $60\Omega = R_1 + R_2 + \Delta\vartheta \cdot 0 = R_1 + 4 \cdot R_1 = 5 \cdot R_1$

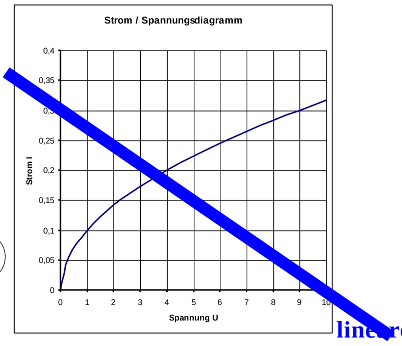
und daher: $R_1 = 60\Omega / 5 = 12\Omega \quad R_2 = 4 \cdot R_1 = 48\Omega$

B21. ***Eine Glühlampe (nichtlineare Kennline!) wird an einer linearen Spannungsquelle betrieben (*** ***= 1/3 A). Welcher stationäre Zustand stellt sich ein?***





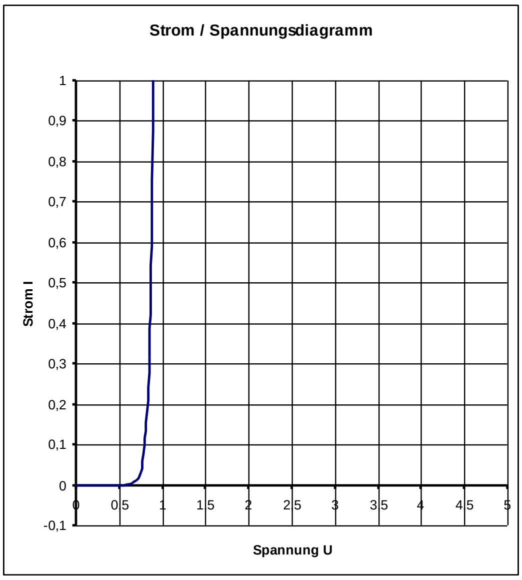


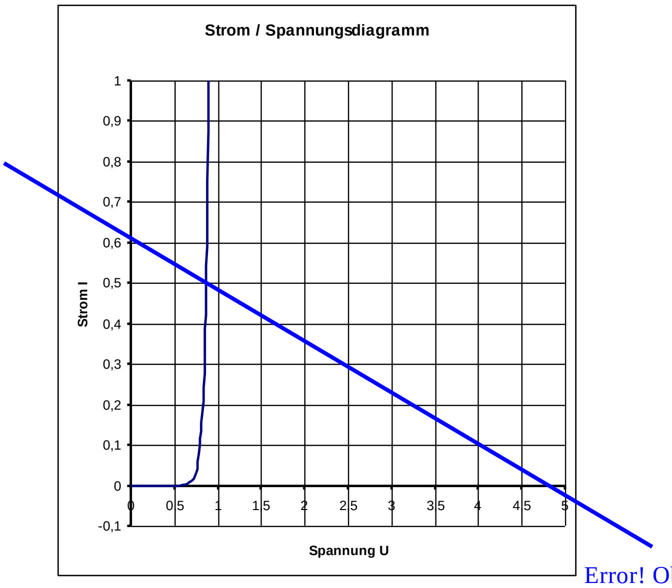


lineare Quelle im EZS einzeichnen!

Schnittpunkt = Zustand (Strom/Spannung) der sich einstellt! Durch Ablesen ergibt sich: U=4V, I=0,2A

B22. ***Eine Diode (s. Kennlinie) wird an einer linearen Quelle mit Leerlaufspannung 4,8 V betrieben. Welcher Innenwiderstand muss die Quelle haben, damit der Strom von 0,5 A fließt?***

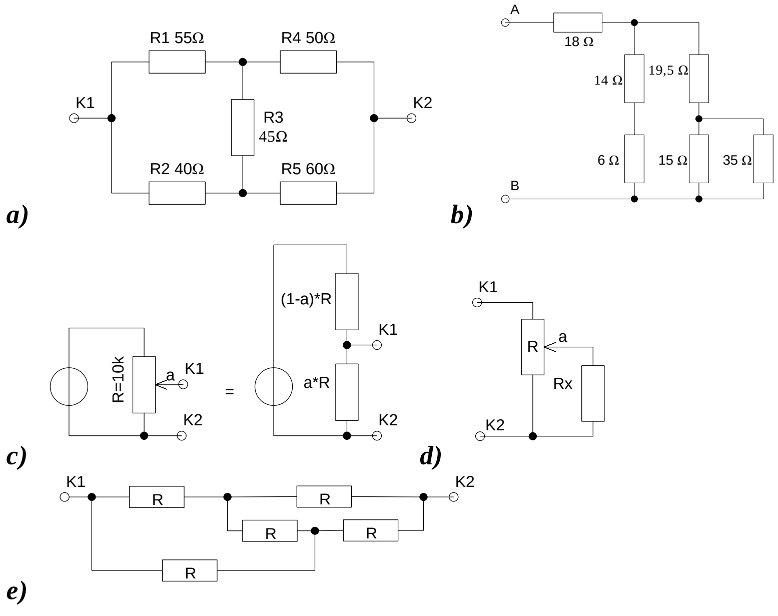




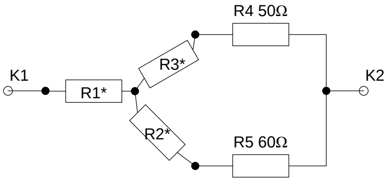
Error! Objects cannot be created from editing field codes.

Leerlaufspannung und Betriebszustand verbinden =
Kennlinie der Quelle im EZS! Aus der Kennlinie wird der Kurzschlussstrom herausgelesen und damit R berechnet!

B23. Berechnen Sie den Gesamtwiderstand zwischen den Klemmen K1 und K2 folgender Schaltungen:



Berechnung a):
Dreieck - in - Stern - Umwandlung von R1, R2 und R3 führt zu:



, wobei gilt:

$$R1^* = \frac{R1 \cdot R2}{R1 + R2 + R3} = \frac{55 \cdot 40}{55 + 40 + 45}\Omega = 15{,}7\Omega$$

$$R2^* = \frac{R2 \cdot R3}{R1 + R2 + R3} = \frac{40 \cdot 45}{55 + 40 + 45}\Omega = 12{,}86\Omega$$

$$R3^* = \frac{R1 \cdot R3}{R1 + R2 + R3} = \frac{55 \cdot 45}{55 + 40 + 45}\Omega = 17{,}68\Omega$$

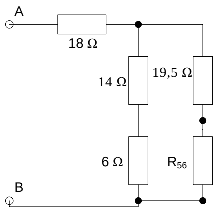
Danach sind R3* und R4 in Serie parallel zu R2* und R5 in Serie:

$$\frac{(R3^* + R4) \cdot (R2^* + R5)}{(R3^* + R4) + (R2^* + R5)} = \frac{67{,}68 \cdot 72{,}86}{67{,}68 + 72{,}86}\Omega = 35{,}09\Omega$$

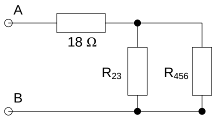
Zum Gesamtwiderstand kommt noch R1* dazu:

Rges=50,800508 Ω

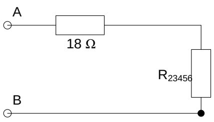
Berechnung b): Alle Werte in OHM!



$$R_{56} = 15\Omega \parallel 35\Omega = \frac{15 \cdot 35}{15+35}\Omega = 10{,}5\Omega$$



$$R_{456} = 19{,}5\Omega + R_{45} = 30\Omega, \; R_{23} = 16\Omega + 4\Omega = 20\Omega$$



$$R_{23456} = R_{23} \parallel R_{456} = \frac{20 \cdot 30}{20+30}\Omega = 12\Omega$$

$$R_{ges} = R_1 + R_{23456}$$

Oder direkter Ansatz:

$R_{ges} = 18\Omega + \left[(14\Omega + 6\Omega) \parallel (19{,}5\Omega + [15\Omega \parallel 35\Omega])\right]$ **wobei die eckigen Klammern weggelassen werde könnten, wenn vorausgesetzt wird, dass die ParallelschaltungVorrang hat. Eine Alternative Schreibweise wäre auch:**

$$R_{ges} = 18\Omega + \cfrac{1}{\cfrac{1}{14\Omega + 6\Omega} + \cfrac{1}{19{,}5\Omega + \cfrac{1}{\cfrac{1}{15\Omega} + \cfrac{1}{35\Omega}}}}$$

Hier ist jede Invertierung ein Wechsel zwischen Widerstand ® und Leitwert (G)!

Dann wird sukzessive Berechnet wie vor…

$$R_{ges} = 18\Omega + \left[20\Omega \parallel (19{,}5\Omega + 10{,}5\Omega)\right]$$

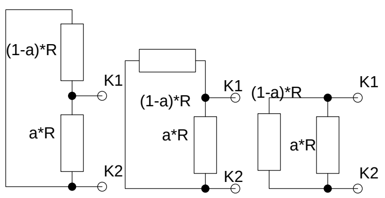
$$R_{ges} = 18\Omega + \left[20\Omega \parallel 30\Omega\right]$$

$$R_{ges} = 18\Omega + 12\Omega = 30\Omega$$

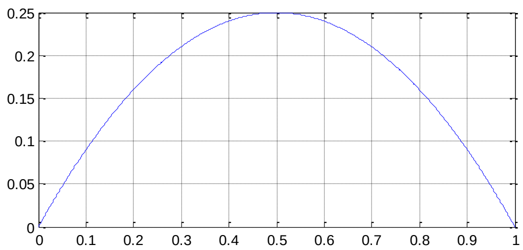
Rges = 30 Ω

Berechnung c):

Die ideale Spannungsquelle wird kurzgeschlossen zur Widerstandsberechnung. Daher liegen die beiden Teilwiderstände parallel zueinander:



Daher gilt: $R_{K1K2} = \dfrac{[a \cdot R] \cdot [(1-a) \cdot R]}{a \cdot R + (1-a) \cdot R} = \dfrac{[a \cdot R] \cdot [R - a \cdot R]}{a \cdot R + R - a \cdot R} = \dfrac{a \cdot R^2 - a^2 \cdot R^2}{R}$



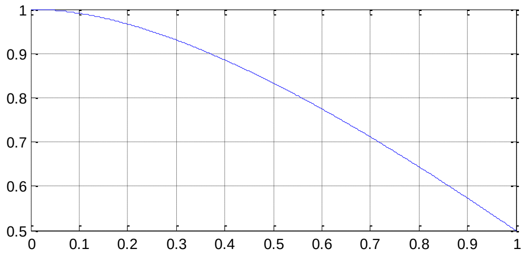
$R_{K1K2} = R \cdot (a - a^2)$**: Normierte Skizze (R=1):**

Berechnung d):

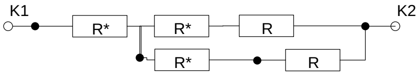
Rx ist parallel zu a*R, dazu kommt (1-a)*R:

$$R_{K1K2} = (1-a)\cdot R + \frac{(a\cdot R)\cdot R_x}{a\cdot R + R_x} = \frac{a\cdot R^2 - a^2\cdot R^2 + R\cdot R_x - a\cdot R\cdot R_x + a\cdot R\cdot R_x}{a\cdot R + R_x}$$

$$R_{K1K2} = \frac{a\cdot R^2 - a^2\cdot R^2 + R\cdot R_x}{a\cdot R + R_x} \overset{z.B.:R_x=R}{=} R\cdot\frac{a+1-a^2}{a+1}$$ **Normierte Skizze (R=1):**



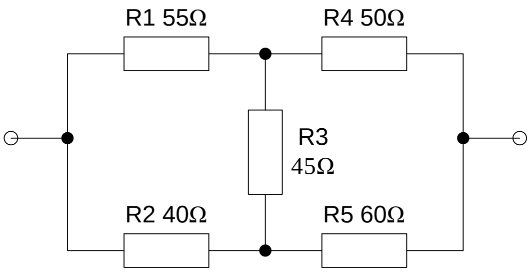
Berechnung e): Auch wieder mit Stern/Dreieck



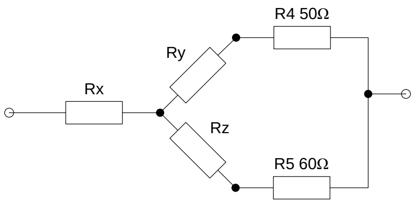
$$R^* = \frac{R\cdot R}{R+R+R} = \frac{R}{3} \quad \textbf{und} \quad R_{ges} = \frac{R}{3} + (\frac{R}{3}+R)\,\|\,(\frac{R}{3}+R) = \frac{R}{3} + \frac{\frac{4}{3}R}{2} = R$$

Rges = R

B24. Errechnen Sie den Gesamtwiderstand der Anordnung:



Weder Serien- noch Parallelschaltung zur Vereinfachung ist anwendbar. Daher Versuch mit Stern/Dreieckumwandlung:



$$R_x = \frac{R_1\cdot R_2}{R_1+R_2+R_3} = \frac{55\Omega\cdot 40\Omega}{55\Omega+40\Omega+45\Omega} = 15{,}71\Omega$$

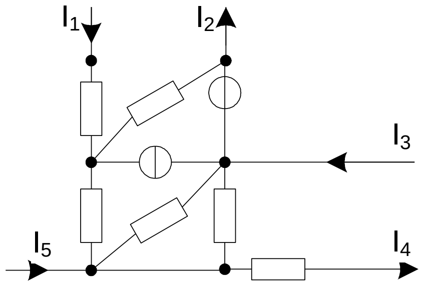
$$R_y = \frac{R_1\cdot R_3}{R_1+R_2+R_3} = \frac{55\Omega\cdot 45\Omega}{55\Omega+40\Omega+45\Omega} = 17{,}68\Omega$$

$$R_z = \frac{R_2\cdot R_3}{R_1+R_2+R_3} = \frac{40\Omega\cdot 45\Omega}{55\Omega+40\Omega+45\Omega} = 12{,}68\Omega$$

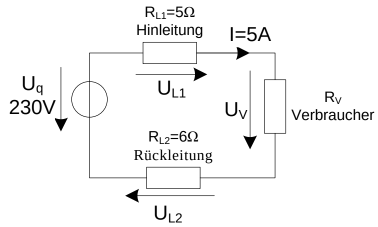
Der Gesamtwiderstand ist jetzt wieder über Zusammenfassung von Serienschaltung / Parallelschaltung zu errechnen:
Ry und R4 liegen in Serie (Ersatzwiderstand = Summe der Einzelwiderstände), ebenso wie Rz und R5.
Die beiden Ersatzwiderstände sind in Parallelschaltung, dazu kommt Rx in Serie, daher:

$$R = R_x + (R_y + R_4)\,\|\,(R_z + R_5) = 15{,}71\Omega + \frac{(17{,}68\Omega + 50\Omega)\cdot(12{,}86\Omega + 60\Omega)}{(17{,}68\Omega + 50\Omega) + (12{,}86\Omega + 60\Omega)} = 50{,}8\Omega$$

B25. *Gegeben sei I_1 = 1,25 A, I_2 = 350 mA, I_3 = -125 mA, I_5 = -0,3 A. Gesucht: I_4 (Lsg: 475mA)*



B26. *Eine Stromversorgung liefert 230 V (ideale Spannungsquelle). Die Leitungswiderstände zum Verbraucher sind 5 Ω (Zuleitung) und 6 Ω (Rückleitung). Wie groß muss der Lastwiderstand R sein, damit I = 5A fließen? (Lsg: 35 Ohm)*



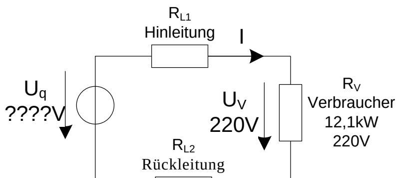
$$U_q = U_{L1} + U_V + U_{L2}$$

Generator – Zuleitung – Verbraucher – Rückleitung sind eine Serienschaltung und Masche(Summe aller Spannungen ist 0). U_q ist vorgegeben, durch die Leitungen und den Verbraucher fließt derselbe Strom, daher:

$U_q = I \cdot (R_{L1} + R_V + R_{L2})$ **und daher:** $\frac{U_q}{I} = R_{L1} + R_V + R_{L2}$ **und** $R_V = \frac{U_q}{I} - R_{L1} - R_{L2}$

mit Werte eingesetzt $R_V = \frac{230V}{5A} - 5\Omega - 6\Omega = 46\Omega - 11\Omega = 35\Omega$

B27. *Ein Verbraucher mit 12,1 kW Leistung soll über einen 0,5 km entfernten Generator (ideale Spannungsquelle) versorgt werden. 3% Leitungsverluste (bezogen auf den Verbraucher) sind zulässig. Der Verbraucher benötigt eine Spannung von 220 V. Welche Spannung muss der Generator liefern? Wie groß ist die Stromdichte im Kupferkabel (ρ=0.01786Ωmm²/m) dabei? (Lsg: 226,6V, 0.37A/mm²)*



Wenn an der Last tatsächlich 220V anliegen, kann über $P = U \cdot I$ **der Stromberechnet werden:** $I = \frac{P}{U} = \frac{12100W}{220A} = 55A$

Wenn von "Verlusten" die Rede ist, ist IMMER Leistung bzw. Energie gemeint! Die zulässigen Leitungsverluste von 3% bedeuten also, dass in den Leitungen 3% der Nutzleistung als Verlust auftreten dürfen. Leitungsverlust aus $P_V = I^2 \cdot R_L$

$P_{Verlust} = 3\% \cdot P_{Nutz} = 0{,}03 \cdot 12{,}1kW = 363W$ **und daher:** $R_L = \frac{P_V}{I^2} = \frac{363W}{55^2 A^2} = 0{,}12\Omega$

Da beide beiden Leitungen (Hin- und Rückleitung) gleich geartet und lang sind, sind die beiden Widerstände gleich groß:

$R_L = 0{,}12\Omega = R_{L1} + R_{L2}$ **Daher gilt für einen Leitungswiderstand:** $R_{L1} = R_{L2} = 0{,}06\Omega = 60m\Omega$

Die Spannung, die an einem Leitungsstück abfällt, ist (Ohm'sches Gesetz): $U_{R_{L1}} = U_{R_{L2}} = I \cdot 0{,}06\Omega = 3{,}3V$

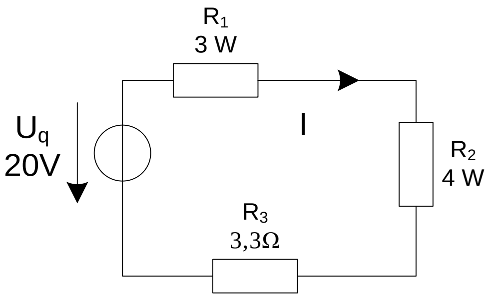
Die Generatorspannung muss um die Spannungsverluste an den Leitungen größer sein: $U_G = U_V + U_{R_{L1}} + U_{R_{L2}} = 226{,}6V$

Der Querschnitt der Leiter wird bestimmt durch den Widerstand aus:

$R = \rho \cdot \frac{l}{A}$ **, daher:** $A = \rho \cdot \frac{l}{R} = 0{,}01786 \frac{\Omega \cdot mm^2}{m} \cdot \frac{500m}{0{,}03\Omega} = 149mm^2$

Die zugehörige Stromdichte im Leiter ist somit: $J = \frac{I}{A} = \frac{55A}{149mm^2} = 0{,}37\ A/mm^2$

B28. ***Welche Werte müssen R1 und R2 in der folgenden Schaltung haben? (I soll möglichst klein sein!) ? (Lsg:*** $R_2 = 28{,}758\Omega$ $R_1 = 21{,}57\Omega$***)***



Gesamtstrom I: $I = \frac{U_q}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{U_q}{R_1 + R_2 + 3{,}3\Omega}$

Leistung an einem Widerstand (=linearer, passiver Verbraucher): $P = I^2 \cdot R$

$$P_1 = I^2 \cdot R_1 = 3W = \frac{U_q^2}{(R_1 + R_2 + 3{,}3\Omega)^2} \cdot R_1$$

$$P_2 = I^2 \cdot R_2 = 4W = \frac{U_q^2}{(R_1 + R_2 + 3{,}3\Omega)^2} \cdot R_2$$

Serienschaltung! Leistungsverhältnis = Widerstandsverhältnis:

$\frac{P_1}{P_2} = \frac{3W}{4W} = \frac{R_1}{R_2}$ **(erhält man auch durch Einsetzen!) daher:** $R_1 = 0{,}75 \cdot R_2$**, eingesetzt in** P_2**!**

$4W = \frac{20^2V^2}{(0{,}75 \cdot R_2 + R_2 + 3{,}3\Omega)^2} \cdot R_2$ **Zahlenwertgleichung:** $4 \cdot (1{,}75 \cdot R_2 + 3{,}3)^2 = 400 \cdot R_2$

$$3{,}0625 \cdot R_2^2 + 11{,}55 \cdot R_2 + 10{,}89 = 100 \cdot R_2$$

$$3{,}0625 \cdot R_2^2 + (11{,}55 - 100) \cdot R_2 + 10{,}89 = 3{,}0625 \cdot R_2^2 - 88{,}45 \cdot R_2 + 10{,}89 = 0$$

$R_2^2 - 28{,}8816 \cdot R_2 + 3{,}556 = 0$ **und** $R_{2_{1,2}} = 14{,}44 \pm \sqrt{208{,}54 - 3{,}556} = 14{,}44 \pm 14{,}32$

Da die Stromstärke möglichst klein sein soll, wird die Lösung mit größerem R bevorzugt:

$R_2 = 28{,}758\Omega$ **und** $R_1 = 0{,}75 \cdot R_2 = 0{,}75 \cdot 28{,}758\Omega = 21{,}57\Omega$

B29. ***Ein Messwerk zeigt bei Vollausschlag 500 mV an, der Messwiderstand beträgt RM=40Ω.***
Wie groß ist die maximale Leistungsaufnahme des Messwerks?
Mit welchem Shunt kann ein Strom von 1A gemessen werden?
Welche Leistung nimmt der Shunt bei 1A auf?
Welcher Vorwiderstand ist für die Messung von 30V erforderlich?
Welche Leistung nimmt der Vorwiderstand bei U=30V auf?

Das Messwert (z.B.:  **) ist für die gemessene Schaltung praktisch ein Widerstand R = 40Ω , d.h. dass bei Vollausschlag“ mit 500mV gerade** $I = U / R = 500mV / 40\Omega = 12{,}5mA$ **Strom fließen. Daher ist:** $P = U \cdot I = 6{,}25mW$

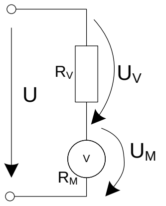
Wenn ein größerer Strom gemessen werden soll, so muss für jenen Anteil des zu messenden Stroms, der nicht über das Messwerk geleitet wird, ein „Nebenwiderstand“ = Shunt zur Verfügung stehen: Error! Objects cannot be created from editing field codes.

Der gesamte Strom setzt sich dann aus dem Strom durch den Nebenwiderstand IN und den Strom durch das Messwerk IM zusammen: $I = I_N + I_M$ **. Der Nebenwiderstand liegt PARALLEL zum Messwerk.**

es gilt bei Vollausschlag: $1A = I_N + 12{,}5mA$ **und daher:** $I_N = 1A - 0{,}0125A = 987{,}5mA$ **bei** $U = 500mV$

Shunt: $R_N = \dfrac{U}{I_N} = \dfrac{500mV}{987{,}5mA} = 0{,}50639\Omega = 506{,}4m\Omega$ **mit** $P_N = U \cdot I_N = 0{,}5V \cdot 0{,}9875A = 493{,}75mW$

Eine Messbereichserweiterung für Spannungsmessung erfolgt durch einen Vorwiderstand R_V! Dieser erlaubt es, dass nur ein kleiner Teil der Spannung am Messwerk anliegt (max. 500mV), der Rest der zu messenden Spannung liegt am Vorwiderstand

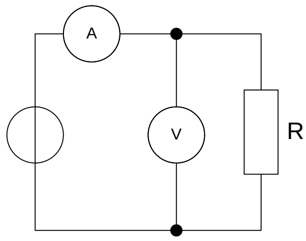


an. Dieser ist in SERIENSCHALTUNG mit dem Messwerk: **Aus dem Spannungsteiler ergibt sich:**

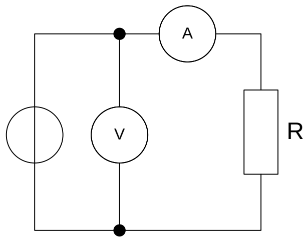
$U_M = U \cdot \dfrac{R_M}{R_M + R_V}$ **und daher:** $R_V = \dfrac{(U - U_M)}{U_M} \cdot R_M = \dfrac{30V - 0{,}5V}{0{,}5V} \cdot 40\Omega = 2360\Omega$

$P_V = U_V \cdot I = 29{,}5V \cdot 12{,}5mA = 368{,}75mW$

B30. ***Zur Messung eines unbekannten Widerstandes R wird einmal spannungsrichtig und einmal stromrichtig gemessen (s. Schaltungen). Der Widerstand des Spannungsmessgerätes ist 100 k Ω. Wie groß ist der Widerstand R bzw. der Widerstand des Amperemeters bei folgenden Messergebnissen: Spannungsrichtig: 9,2V / 76 mA und stromrichtig: 10.0V / 80 mA?***

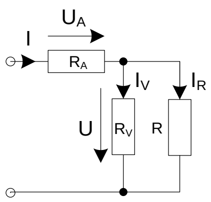


Spannungsrichtig

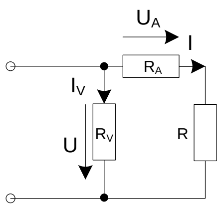


Stromrichtig

Die „gemessenen" Werte sind die tatsächlich auftretenden Werten, nämlich: Spannung U (am Voltmeter) und Strom I (am Amperemeter)! Dabei muss gleichzeitig gemessen werden und es entsteht ein prinzipieller Messfehler:



Spannungsrichtig:



Stromrichtig:

Bei der spannungsrichtigen Messung zeigt das Amperemeter den Strom durch den zu messenenden Widerstand PLUS dem Strom durch das Voltmeter an, also zu viel Strom!

Bei der stromrichtigen Messung zeigt das Voltmeter die Spannung am Widerstand PLUS der Spannung am Amperemeter an! Wenn der Innenwiderstand des Voltmeters gegeben ist, kann aus der U-richtigen Messung R errechnet werden:

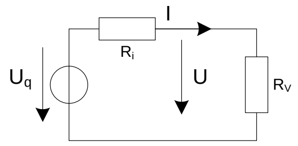
$U_R = U_V = 9{,}2V$ **bei** $I_V = \dfrac{U_V}{R_V} = \dfrac{9{,}2V}{100k\Omega} = 92\mu A$**, also:** $I_R = I - I_V = 76mA - 0{,}092mA = 75{,}908mA$

Daher kann der „wahre" Widerstand errechnet werden zu: $R = \dfrac{U_R}{I_R} = \dfrac{9{,}2V}{75{,}908mA} = 121{,}2\Omega$

Aus der stromrichtigen Messung kann dann der Innenwiderstand des Amperemeters berechnet werden:

$U_A = U - U_R = U - I \cdot R = 10V - 80mA \cdot 121{,}2\Omega = 304mV$ **und** $R_A = \dfrac{U_A}{I} = \dfrac{304mV}{80mA} = 3{,}8\Omega$

B31. ***In der Nachrichtentechnik muss immer die Empfangsleistung (Leistung am Verbraucher) maximiert werden. Die Quellen haben aber meist geringe Leistung und hohe Innenwiderstände. Wie groß muss der Verbraucherwiderstand sein, wenn bei gegebener Quellspannung und Innenwiderstand der Quelle die maximale Leistung am Verbraucher auftreten soll? (Lsg: R = Ri)***



Ges.: Herleitung der Leistungsanpassung!
an eine Spannungsquelle: $U = U_q - I \cdot R_i$ **angeschlossener Verbraucher mit** $U = I \cdot R_V$ **. RV ist veränderlich.**
Gesucht ist jener Widerstand RV, der zu maximaler Leistung in RV führt. Es gilt:

$U = U_q - I \cdot R_i = I \cdot R_V$ **, daher:** $U_q = I \cdot R_V + I \cdot R_i$ **und** $U_q = I \cdot (R_V + R_i)$: $I = \frac{U_q}{(R_V + R_i)}$ **und** $U = \frac{U_q \cdot R_V}{(R_V + R_i)}$

$P_{Rv} = U \cdot I$ **ist daher:** $P_{Rv} = U_q^2 \cdot \frac{R_V}{(R_V + R_i)^2}$ **Die Leistung am Widerstand ist von den Konstanten (Quellspannung, Innenwiderstand) und vom Verbraucherwiderstand RV abhängig!**
Suche nach dem Maximum = Extremwertaufgabe!

$P = \max \Leftrightarrow \frac{dP}{dR_V} = 0, \frac{d^2P}{dR_v^2} < 0$ **Die zweite Ableitung kann man sich sparen durch Argumentation: Die Extremwerte des betrachteten Fensters (R > 0, R endlich) sind beide P=0:** $P_{Rv} = U_q^2 \cdot \frac{0}{(0 + R_i)^2} = 0$ **und** $P_{Rv} = U_q^2 \cdot \frac{\infty}{(\infty + R_i)^2} = 0$**,**

daher kann es sich beim einzigen Extremum dazwischen (quadratische Gleichung!) nur um ein Maximum handeln! Wir werden hier aber auch den mathematischen Weg zeigen:

$$\frac{dP}{dR_V} = \frac{d}{dR_V}\left(U_q^2 \cdot \frac{R_V}{(R_V + R_i)^2}\right) = U_q^2 \cdot \frac{1}{(R_V + R_i)^2} - 2 \cdot U_q^2 \cdot \frac{R_V}{(R_V + R_i)^3} \cdot 1 \stackrel{!}{=} 0$$

$U_q^2 \cdot \frac{1}{(R_V + R_i)^2} - 2 \cdot U_q^2 \cdot \frac{R_V}{(R_V + R_i)^3} = 0$ **-> Multiplizieren mit** $\frac{(R_V + R_i)^3}{U_q^2} \neq 0$ **ergibt:**

$R_V + R_i - 2 \cdot R_V = 0 = R_i - R_V$ **Der Lastwiderstand muss gleich groß sein wie der Innenwiderstand der Quelle!**

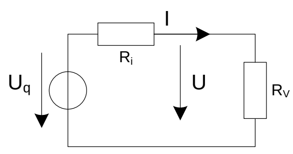
Kontrolle, ob das wirklich ein Maximum ist durch 2. Ableitung:

$$\frac{d}{dR_V}\left(U_q^2 \cdot \frac{1}{(R_V + R_i)^2} - 2 \cdot U_q^2 \cdot \frac{R_V}{(R_V + R_i)^3}\right)_{R_V = R_i} = \frac{d}{dR_V}\left(U_q^2 \cdot \frac{1}{(R_V + R_i)^2}\right)_{R_V = R_i} - 2 \cdot \frac{d}{dR_V}\left(U_q^2 \cdot \frac{R_V}{(R_V + R_i)^3}\right)_{R_V = R_i}$$

$$= \left(-2 \cdot U_q^2 \cdot \frac{1}{(R_V + R_i)^3} \cdot 1 - 2 \cdot U_q^2 \cdot \frac{1}{(R_V + R_i)^3} + 2 \cdot 3 \cdot U_q^2 \cdot \frac{R_V}{(R_V + R_i)^4} \cdot 1\right)_{R_V = R_i = R}$$ **Variable R = RV = Ri eingesetzt:**

$$= -4 \cdot U_q^2 \cdot \frac{1}{(2 \cdot R)^3} + 6 \cdot U_q^2 \cdot \frac{R}{(2 \cdot R)^4} = U_q^2 \cdot \left(-\frac{4}{8 \cdot R^3} + \frac{3 \cdot R}{8 \cdot R^3}\right) < 0$$ **Krümmung < 0, daher Maximum!**

B32. ***Der an eine Autobatterie (U_q = 12 V, R_i = 0,05 Ω) angeschlossene Starter soll maximale Leistung an den Motor abgeben. Welchen Wirkwiderstand R muss der Starter haben? Wie viel Leistung verbraucht er dabei? Welcher Strom fließt dabei? Welcher Durchmesser muss die Kupferleitung (J_{max}=2 A/mm²) mindestens haben? (Lsg: 50mΩ, 720W, 120A, mind. 8,74mm)***



Aus der Leistungsanpassungsbedingung ist R=RV = Ri = 0,05 Ω.

$$I = \frac{U_q}{(R_V + R_i)} = \frac{U_q}{(R + R)} = \frac{U_q}{2 \cdot R} = \frac{12V}{2 \cdot 0{,}05\Omega} = 120A$$

Leistung der Quelle $P_{Quelle} = U_{Quelle} \cdot I = 12V \cdot 120A = 1440W$

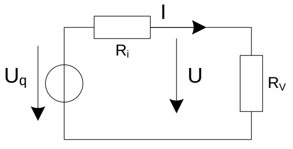
Verlustleistung der Batterie $P_{V,Batterie} = I^2 \cdot R_i = 120^2 A^2 \cdot 0{,}05\Omega = 720W$

Leistung am Starter $P_{Starter} = I^2 \cdot R = 120^2 A^2 \cdot 0{,}05\Omega = 720W$ **= abgegebene Leistung der Batterie (P_{Quelle}-$P_{V,Batterie}$)**

Leitungsquerschnitt: $A \geq \frac{I}{J_{\max}} = \frac{120A}{2\,A/mm^2} = 60mm^2 = r^2 \cdot \pi$

$r \geq \sqrt{\frac{A}{\pi}} = \sqrt{\frac{60mm^2}{\pi}} = 4{,}37mm$, **daher:** $d \geq 8{,}74mm$

B33. ***An eine Autobatterie (U_q = 12 V, R_i = 0,3 Ω) soll eine Heizung angeschlossen werden. Die Heizleistung soll 100 W betragen. Welchen Widerstand R muss der Heizdraht haben (ges.: Lösung mit geringerer Stromstärke)? Welcher Strom fließt dabei? Bei welcher Spannung? Wie lange muss der Heizdraht (Kupfer, ρ = 0,01786 Ω * mm²/m) bei einem Durchmesser von 0,5 mm sein, wobei gilt: $R = \rho \cdot \frac{l}{A}$? (Lsg:714mΩ, 11,835A, 8,45V, mind. 7,85m)?***



Selbe Situation wie davor, aber KEINE Leistungsanpassung, d.h. nicht die maximal mögliche Leistung soll am Verbraucher sein, sondern eine definierte Leistung! Es gilt (s. Leistungsanpassungsbeispiel):

$P_{Rv} = U_q^2 \cdot \frac{R_V}{(R_V + R_i)^2}$ **Weitere Berechnung in ZAHLENWERTGLEICHUNG!** $[R] = \Omega \quad [U] = V$ $[I] = A \quad [P] = W$

$$100 = 12^2 \cdot \frac{R_V}{(R_V + 0{,}3)^2} = 144 \cdot \frac{R_V}{(R_V + 0{,}3)^2}$$

$$100 = 12^2 \cdot \frac{R_V}{(R_V + 0{,}3)^2} = 144 \cdot \frac{R_V}{R_V^2 + 2 \cdot R_V \cdot 0{,}3 + 0{,}3^2}$$

$100 \cdot \left(R_V^2 + 0{,}6 \cdot R_V + 0{,}09\right) = 144 \cdot R_V$ **und** $R_V^2 + 0{,}6 \cdot R_V + 0{,}09 = 1{,}44 \cdot R_V$

$$R_V^2 + (0{,}6 - 1{,}44) \cdot R_V + 0{,}09 = 0 \qquad R_V^2 - 0{,}84 \cdot R_V + 0{,}09 = 0$$

Lösung: $R_{V1,2} = -\frac{0{,}84}{2} \pm \sqrt{\frac{0{,}84^2}{4} - 0{,}09} = 0{,}42 \pm 0{,}29$

R soll möglichst groß sein, damit der Strom und damit die Verlustleistung in der Batterie möglichst klein bleibt, daher:

$$R_V = 0{,}42 + 0{,}29 = 0{,}714\Omega$$

Weitere Berechnungen:

$$I = \frac{U_q}{(R_V + R_i)} = \frac{12V}{0{,}71\Omega + 0{,}3\Omega} = 11{,}835A$$

$U = I \cdot R_V = 11{,}835A \cdot 0{,}714\Omega = 8{,}45V$ **KONTROLLE: P = U*I = 11,835*8,45 W =100W**

Querschnitt der Leitung:

Widerstand eines Drahtes mit Querschnitt A und Länge l: $R = \rho \cdot \frac{l}{A}$, **daher:** $l = \frac{R \cdot A}{\rho} = \frac{0{,}71\Omega \cdot 0{,}19635mm^2}{0{,}01786\,\Omega \cdot mm^2/m} = 7{,}85m$