

# **Übungsfragen und Übungsbeispiele**

**zu**

## **Grundlagen der Elektrotechnik**

### **Teil 02: Schaltungsanalyse\_B**

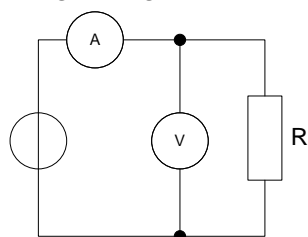
**Version 10.0**

**06. Oktober 2019**

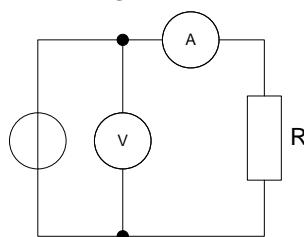
Version 10.0 Übernahme und neue Ordnung der Beispiele aus ähnlichen Lehrveranstaltungen

(1) Beispiele Teil 2

**B1. Zur Messung eines unbekannten Widerstandes  $R$  wird einmal spannungsrichtig und einmal stromrichtig gemessen. Der Widerstand des Spannungsmessgerätes ist  $100\text{ k}\Omega$ . Wie groß ist der Widerstand  $R$  bzw. der Widerstand des Amperemeters bei folgenden Messergebnissen:  
Spannungsrichtig:  $9,2\text{V} / 76\text{ mA}$  und stromrichtig:  $10,0\text{V} / 80\text{ mA}$ ?**

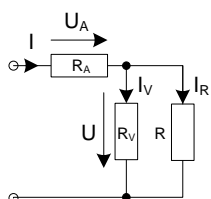


Spannungsrichtig

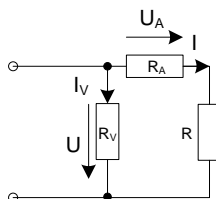


Stromrichtig

Die „gemessenen“ Werte sind die tatsächlich auftretenden Werten, nämlich: Spannung  $U$  (am Voltmeter) und Strom  $I$  (am Amperemeter)! Dabei muss gleichzeitig gemessen werden und es entsteht ein prinzipieller Messfehler:



Spannungsrichtig:



Stromrichtig:

Bei der spannungsrichtigen Messung zeigt das Amperemeter den Strom durch den zu messenden Widerstand PLUS dem Strom durch das Voltmeter an, also zu viel Strom!

Bei der stromrichtigen Messung zeigt das Voltmeter die Spannung am Widerstand PLUS der Spannung am Amperemeter an! Wenn der Innenwiderstand des Voltmeters gegeben ist, kann aus der U-richtigen Messung  $R$  errechnet werden:

$$U_R = U_V = 9,2\text{V} \text{ bei } I_V = \frac{U_V}{R_V} = \frac{9,2\text{V}}{100\text{k}\Omega} = 92\mu\text{A}, \text{ also: } I_R = I - I_V = 76\text{mA} - 0,092\text{mA} = 75,908\text{mA}$$

Daher kann der „wahre“ Widerstand errechnet werden zu:  $R = \frac{U_R}{I_R} = \frac{9,2\text{V}}{75,908\text{mA}} = 121,2\Omega$

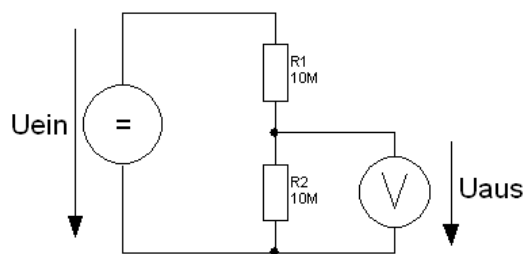
Aus der stromrichtigen Messung kann dann der Innenwiderstand des Amperemeters berechnet werden:

$$U_A = U - U_R = U - I \cdot R = 10\text{V} - 80\text{mA} \cdot 121,2\Omega = 304\text{mV} \text{ und } R_A = \frac{U_A}{I} = \frac{304\text{mV}}{80\text{mA}} = 3,8\Omega$$

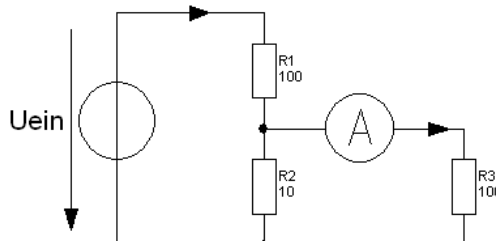
$$R = 121,2\ \Omega \quad R_a = 3,8\ \Omega$$

**B2. a) Berechnen Sie die angezeigte Spannung unter Berücksichtigung der Innenwiderstands des Messgeräts! b) Formen Sie die Gleichungen so um, dass der Innenwiderstand aus dem Messergebnissen direkt berechnet werden kann. Setzen Sie die bekannten Werte erst am Ende ein (Berechnung mit  $R_1, R_2, \dots$  -> erst bei der endgültigen Formel die Werte einsetzen!)**

Spannungsteiler:



Stromteiler:



Spannungsteilerberechnung:

Der Messwiderstand des Messgeräts ist parallel zu  $R_2$ :

Daher gilt:

$$U_{aus} = U_{ein} \cdot \frac{R_2 \parallel R_V}{R_1 + R_2 \parallel R_V} \stackrel{R_1=R_2=R}{=} U_{ein} \cdot \frac{R \parallel R_V}{R + R \parallel R_V}$$

$$U_{aus} = U_{ein} \cdot \frac{R \cdot R_V / (R + R_V)}{R + R \cdot R_V / (R + R_V)} = U_{ein} \cdot \frac{R \cdot R_V}{R(R + R_V) + R \cdot R_V} = U_{ein} \cdot \frac{R_V}{R + R_V + R_V}$$

$$\frac{U_{aus}}{U_{ein}} = \frac{1}{R/R_V + 2}$$

**Daher gilt für den Innenwiderstand  $R_V$  des Voltmeters bei einer Messung  $U_{aus}$ :**

$$\frac{U_{aus}}{U_{ein}} \cdot (R/R_V + 2) = 1 \text{ bzw. } R/R_V + 2 = \frac{U_{ein}}{U_{aus}} \text{ und } R/R_V = \frac{U_{ein}}{U_{aus}} - 2$$

**Daher gilt für  $R_V$ :**

$$R_V = \frac{R}{\frac{U_{ein}}{U_{aus}} - 2}$$

**Stromteiler: Der Widerstand des Amperemeters liegt in Serie zum Amperemeter!**

**Berechnung mit Spannungsteiler (auch Stromteiler möglich!)**

$$\frac{U_{R2+}}{U_{ein}} = \frac{R_2 \parallel (R_A + R_3)}{R_1 + R_2 \parallel (R_A + R_3)}, \text{ damit ist: } I_A = \frac{U_{R2+}}{R_A + R_3} \text{ mit:}$$

$$U_{R2+} = U_{ein} \cdot \frac{R_2 \cdot (R_A + R_3) / (R_2 + R_A + R_3)}{R_1 + R_2 \cdot (R_A + R_3) / (R_2 + R_A + R_3)} = U_{ein} \cdot \frac{R_2 \cdot (R_A + R_3)}{R_1(R_2 + R_A + R_3) + R_2 \cdot (R_A + R_3)}$$

$$U_{R2+} = U_{ein} \cdot \frac{R_2 \cdot R_A + R_2 \cdot R_3}{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_A + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_A + R_2 \cdot R_3}$$

$$I_A = \frac{U_{R2+}}{R_A + R_3}$$

$$I_A = U_{ein} \cdot \frac{R_2}{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_A + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_A + R_2 \cdot R_3}$$

**Die Berechnung des Amperemeterwiderstands aus dem gemessenen Strom:**

$$I_A \cdot (R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_A + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_A + R_2 \cdot R_3) = U_{ein} \cdot R_2$$

$$I_A \cdot (R_1 \cdot R_A + R_2 \cdot R_A) = U_{ein} \cdot R_2 - I_A \cdot (R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3) \text{ und}$$

$$R_A \cdot (R_1 + R_2) = \left( \frac{U_{ein}}{I_A} - R_1 \right) \cdot R_2 - (R_1 + R_2) \cdot R_3$$

$$R_A = \frac{U_{ein} - I_A \cdot R}{I_A \cdot (R_1 + R_2)} \cdot R_2 - R_3$$

**Berechnung mit Stromteiler:**  $I_A = I_{ges} \cdot \frac{R_2}{R_2 + (R_A + R_3)}$

$$I_{ges} = \frac{U_{ein}}{R_{ges}} = \frac{U_{ein}}{R_1 + R_2 \parallel (R_A + R_3)} \quad I_{ges} = \frac{U_{ein}}{R_1 + \frac{R_2 \cdot (R_A + R_3)}{R_2 + R_A + R_3}} = \frac{U_{ein} \cdot (R_2 + R_A + R_3)}{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_A + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_A + R_2 \cdot R_3} \text{ daher}$$

**ist:**

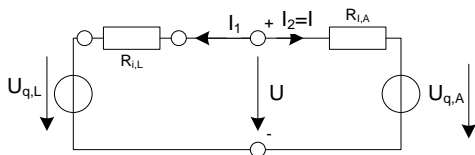
$$I_A = I_{ges} \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_A + R_3} = \frac{U_{ein} \cdot (R_2 + R_A + R_3)}{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_A + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_A + R_2 \cdot R_3} \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_A + R_3}$$

$$I_A = \frac{U_{ein} \cdot R_2}{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_A + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_A + R_2 \cdot R_3}$$

**weiter wie vorher...**

**B3. Eine Autobatterie ( $U_q = 12\text{ V}$ ) wird zum Aufladen mit einem Netzgerät ( $U_q = 14,4\text{ V}$ ,  $R_i = 1\ \Omega$ ) verbunden. Dabei wird die Klemmenspannung von  $13,5\text{ V}$  gemessen. Wie viel Ladestrom fließt vom Ladegerät zum Akkumulator? Welchen Innenwiderstand hat der Akkumulator?**

In der Annahme, dass der Akkumulator passiv wirkt, wird das Zählfeilsystem mit  $I$  und  $U$  gewählt:



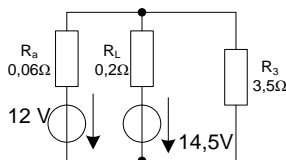
Dann gilt:  $I = \frac{(U - U_{q,A})}{R_{i,A}} = \frac{(U_{q,L} - U)}{R_{i,L}}$       eingesetzt in den zweiten Teil:  $I = \frac{(14,4\text{V} - 13,5\text{V})}{1\ \Omega} = \frac{0,9\text{V}}{1\ \Omega} = 0,9\text{A}$

Der erste Teil liefert:  $R_{i,A} = \frac{(U - U_{q,A})}{I} = \frac{(13,5\text{V} - 12\text{V})}{0,9\text{A}} = \frac{1,5\text{V}}{0,9\text{A}} = 1,6\dot{6}\ \Omega$

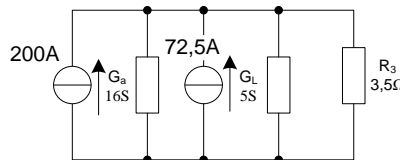
(Lsg:  $0,9\text{A}$ ,  $1,6666\ \Omega$ )

**B4. Ein Akku ( $U = 12\text{V}$ ,  $R = 0,06\ \Omega$ ) und ein Ladegerät ( $U = 14,5\text{V}$ ,  $R = 0,2\ \Omega$ ) im Pufferbetrieb werden mit einem Verbraucher ( $R = 3,5\ \Omega$ ) belastet. Wie groß sind die Leistungen?**

**z.B.: Lösungsansatz mit Stromquellen, damit eine reine Parallelschaltung entsteht!**



umgewandelt:



$$G_a = 1/R_a = 1/0,06\ \Omega = 16,6\dot{6}\ \text{S}$$

$$G_L = 1/R_L = 1/0,2\ \Omega = 5\ \text{S}$$

$$I_{q,a} = U_{qa} \cdot G_a = 12\text{V} \cdot 16,6\dot{6}\ \text{S} = 200\text{A}$$

$$I_{q,L} = U_{qL} \cdot G_L = 14,4\text{V} \cdot 5\ \text{S} = 72,5\text{A}$$

Die 3 Widerstände können zusammengefasst werden (Parallelschaltung), die Ströme ebenfalls. Damit kann  $U$  berechnet

werden:  $U = I_{ges} \cdot R_{ges} = \frac{I_{qa} + I_{qL}}{G_a + G_L + 1/R} = \frac{200\text{A} + 72,5\text{A}}{16,6\dot{6}\ \text{S} + 5\ \text{S} + 1/3,5\ \Omega} = 12,4132321\text{V}$

Mit dieser resultierenden Spannung kann wieder in der ersten Schaltung weitergearbeitet werden!

$$I_{R_3} = U / R_3 = 12,413\text{V} / 3,5\ \Omega = 3,55\text{A}$$

$$I_a = (U - 12\text{V}) / R_a = (12,413\text{V} - 12\text{V}) / 0,06\ \Omega = 6,8872\text{A}$$

$$I_L = (U - 14,5\text{V}) / R_L = (12,413\text{V} - 14,5\text{V}) / 0,2\ \Omega = -10,434\text{A}$$

**ACHTUNG: Die Ströme sind ALLE von „oben“ nach „unten“, d.h. im Verbraucherzählfeilsystem angesetzt!**

**Daher wirkt der Akku in diesem Beispiel passiv (nimmt Leistung auf), nur das Ladegerät liefert Leistung!**

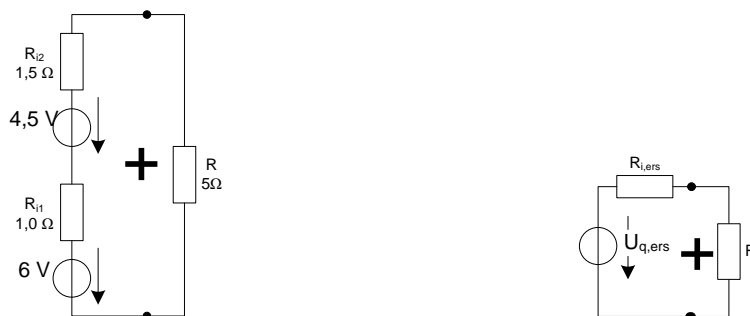
$$P_{\text{Akku}} = 12,413\text{V} \cdot 6,8872\text{A} = 85,5\text{W} \quad P_{\text{Lade}} = 12\text{V} \cdot 6,8872\text{A} = 82,65\text{W} \quad \text{Rest: Verlustleistung im Akku (Wärme)}$$

$$P_L = 12,413\text{V} \cdot (-10,434\text{A}) = -129,5\text{W} \quad P_{\text{Netz}} = 14,5\text{V} \cdot (-10,434\text{A}) = 151,3\text{W} \quad \text{Rest: Verluste im Ladegerät!}$$

$$P_{\text{Verbraucher}} = 12,413\text{V} \cdot 3,55\text{A} = 44,1\text{W}$$

(Lsg:  $P_{\text{Akku}} = 85,5\text{W}$  im VZS  $P_{\text{Lade}} = -129,5\text{W}$  im VZS und  $P_V = 44,1\text{W}$  im VZS)

**B5. Zwei Batterien ( $U = 6\text{V}$ ,  $R = 1\ \Omega$  und  $U = 4,5\text{V}$ ,  $R = 1,5\ \Omega$ ) arbeiten in Reihenschaltung und versorgen einen Verbraucher mit  $R = 5\ \Omega$ . Wie groß sind die Klemmspannung der Batterien?**



Schaltung: mit Ersatzspannungsquelle:  
 Quellspannung der Ersatzquelle = Leerlaufspannung zwischen den Anschlussklemmen, Ri = Widerstand zw. den Klemmen.

$$U_{q,ers} = U_0 = 4,5V + 6V = 10,5V \quad R_{q,ers} = R_{i1} + R_{i2} = 1,0\Omega + 1,5\Omega = 2,5\Omega$$

$$U_R = U_{q,ers} \cdot \frac{R}{R + R_{i,ers}} = 10,5V \cdot \frac{5\Omega}{5\Omega + 2,5\Omega} = 7V$$

Um die Klemmspannungen der einzelnen Batterien ausrechnen zu können, muss zuerst der Strom ausgerechnet werden:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{7V}{5\Omega} = 1,4A$$

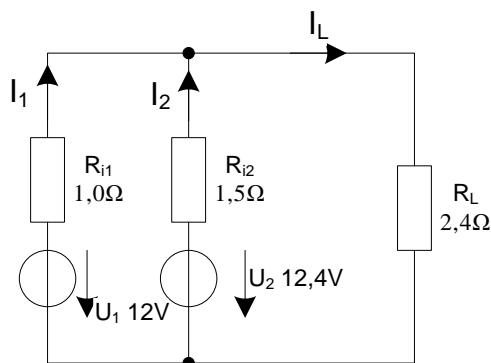
Daher gilt für die einzelnen Batterien:

$$U_1 = U_{q1} - I \cdot R_{i1} = 6V - 1\Omega \cdot 1,4A = 4,6V$$

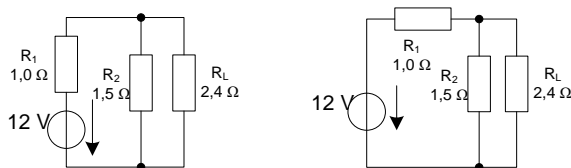
$$U_2 = U_{q2} - I \cdot R_{i2} = 4,5V - 1,5\Omega \cdot 1,4A = 2,4V$$

(Lsg: 4,6V und 2,4V)

**B6. Zwei Batterien werden zur Versorgung einer ohmschen Last parallel geschaltet. Wie groß sind die auftretenden Ströme und Spannungen? Wie groß ist die Verbraucherleistung?**

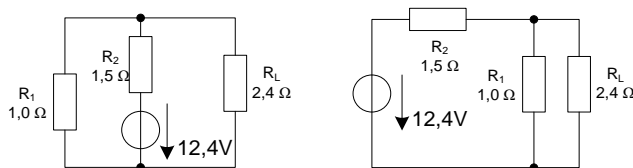


Berechnung mit Helmholtz (Stromquellen bereits gerechnet!):



Nur Quelle 1 aktiv:

$$U_{Teil1} = 12V \cdot \frac{1,5\Omega \parallel 2,4\Omega}{1,0\Omega + 1,5\Omega \parallel 2,4\Omega} = 5,76V$$



Nur Quelle 2:

$$U_{Teil2} = 12,4V \cdot \frac{1\Omega \parallel 2,4\Omega}{1,5\Omega + 1\Omega \parallel 2,4\Omega} = 3,968V$$

$$U_{Last} = U_{Teil1} + U_{Teil2} = 5,76V + 3,968V = 9,728V$$

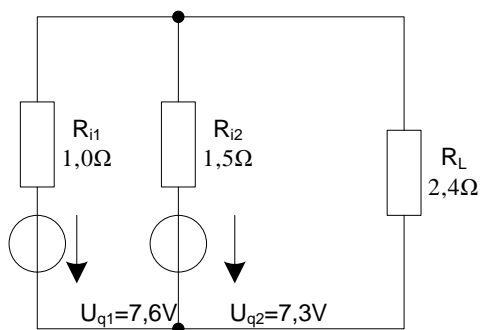
Aus den Spannungsdifferenzen können nun alle Ströme berechnet werden:

$$I_1 = \frac{(12V - 9,728V)}{1\Omega} = 2,272A \quad I_2 = \frac{(12,4V - 9,728V)}{1,5\Omega} = 1,781A \quad I_L = I_1 + I_2 = 4,053A$$

$$P_L = \frac{9,728^2 V^2}{2,4\Omega} = 39,43W = 9,728V \cdot 4,053A$$

(Lsg:  $U=9,728V$ ,  $I_1 = 2,272A$ ,  $I_2 = 1,7813A$ ,  $I_L = 4,51A$ ,  $P_V = 39,43W$ )

**B7. Ein neuer und ein alter Li-Ion Akku werden zur Versorgung einer Last (RL) parallel geschaltet. Sie werden in erster Näherung als lineare Quellen modelliert (neu:  $U_{q1}$ ,  $R_{i1}$  und alt:  $U_{q2}$ ,  $R_{i2}$ ). Wie groß sind die auftretenden Ströme, Spannungen und Leistungen der drei Bauteile? Berechnen Sie zuerst, welche Stromstärke OHNE LAST zwischen den Akkus auftritt!**



**Lösungsansatz (Unterschied zu Beispiel 48): Überlagerung nach Helmholtz! Jeweils 1 Spannungsquelle kurzgeschlossen!**

**Skizzen und Lösungsweg: wie Beispiel 55, nur andere Werte, daher hier nur die Zwischenergebnisse!**

**Batterie aktiv: 12 V an  $0,06 \Omega$  + Parallelschaltung von  $0,2 \Omega$  und  $3,5 \Omega$ ! =  $0,2491 \Omega$**

$$U_{\text{TeilBatterie}} = 12V \cdot \frac{(0,2\Omega \parallel 3,5\Omega)}{0,06\Omega + (0,2\Omega \parallel 3,5\Omega)} = \dots = 9,11V$$

$$U_{\text{TeilLadegerät}} = 14,5V \cdot \frac{(0,06\Omega \parallel 3,5\Omega)}{0,2\Omega + (0,06\Omega \parallel 3,5\Omega)} = \dots = 3,3V$$

$$U = 9,11V + 3,3V = 12,4132321V$$

**Restliche Berechnung: s.!**

**B8. Wie groß sollten Widerstände von Strom bzw. Spannungsmessgeräten sein (Hinweis: Denken Sie daran, wie sich die Schaltung durch das Messgerät verändert!)?**

**[FuHeNe03] Kapitel 3.6.3**

**Leistung soll möglichst gering sein**

**Spannungsmessung:  $P = U^2 / R \rightarrow R$  gross!**

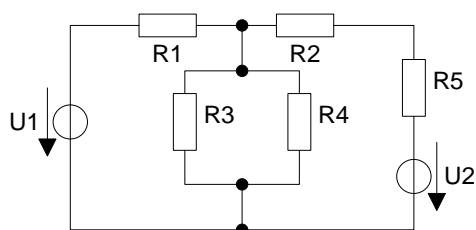
**R in Parallelschaltung**

**Strommessung:  $P = I^2 \cdot R \rightarrow R$  klein!**

**R in Serienschaltung**

(Lsg:  $I_{\text{quer}}$  ohne Last = 120mA bei  $U = 7,48V$ . Mit Last:  $U_{\text{ges}} = 5,984V$   
gilt:  $I_{\text{last}} = 2,49333A$ ,  $I_1 = 1,616A$ ,  $I_2 = 0,87733A$ )

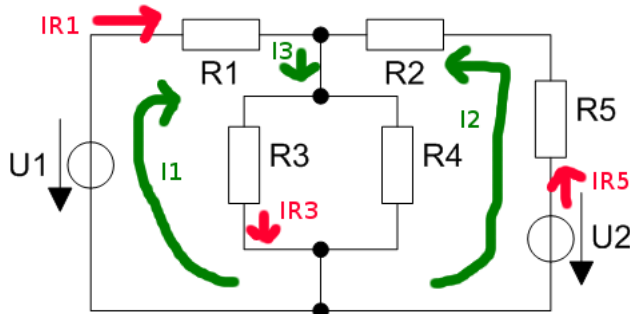
**B9. Die dargestellte Schaltung umfasst zwei Spannungsquellen  $U_1$  und  $U_2$  sowie 5 Widerstände  $R_1 \dots R_5$  mit folgenden Bauteilwerten:  $U_1 = 10V$ ,  $U_2 = 5V$ ,  $R_1 = 10 \Omega$ ,  $R_2 = 50 \Omega$ ,  $R_3 = 2000 \Omega$ ,  $R_4 = 2000 \Omega$ ,  $R_5 = 50 \Omega$**



**Berechnen Sie die Ströme durch die Widerstände  $R_1$ ,  $R_3$  und  $R_5$ , sowie die Leistungen, die an diesen Widerständen und den beiden Quellen umgesetzt werden**

Rechenweg: (1) Zusammenlegen aller Widerstände. (2) Aufstellen des Gleichungssystem mit Hilfe der Kirchhoff'schen Regeln. (3) Berechnen der gesuchten Ströme und Leistungen.

(1)  $R_{25} = R_2 + R_5 = 100\Omega$ ,  $R_{34} = R_3 \parallel R_4 = 1 / (1/2000 \text{ S} + 1/2000 \text{ S}) = 1000\Omega$



(2)  
Knotenregel:  $I_1 + I_2 - I_3 = 0$

Linke Masche:  $-U_1 + I_1 R_1 + I_3 R_{34} = 0 \rightarrow -U_1 + I_1 R_1 + (I_1 + I_2) R_{34} = 0 \rightarrow 1010\Omega I_1 + 1000\Omega I_2 = 10V$

Rechte Masche:  $-U_2 + I_2 R_{25} + I_3 R_{34} = 0 \rightarrow -U_2 + I_2 R_{25} + (I_1 + I_2) R_{34} = 0 \rightarrow 1000\Omega I_1 + 1100\Omega I_2 = 5V$

Auflösen des Gleichungssystems nach  $I_1$  und  $I_2$  ergibt

$I_1 = 54.054 \text{ mA}$

$I_2 = -44.594 \text{ mA}$

$I_3$  ist dann  $I_1 + I_2 = 9.459 \text{ mA}$

(3) Berechnen der gesuchten Ströme und Leistungen

$I_{R1} = I_1 = 54.054 \text{ mA}$

$I_{R3} = I_3 \cdot R_4 / (R_3 + R_4) = 4.729 \text{ mA}$

$I_{R5} = I_2 = -44.594 \text{ mA}$

$P_{R1} = R_1 \cdot I_{R1}^2 = 29.218 \text{ mW}$

$P_{R3} = R_3 \cdot I_{R3}^2 = 178.962 \text{ mW}$

$P_{R5} = R_5 \cdot I_{R5}^2 = 99.433 \text{ mW}$

$P_{U1} = U_1 \cdot I_1 = 540.540 \text{ mW}$  (Erzeuger)

$P_{U2} = U_2 \cdot I_5 = -222.972 \text{ mW}$  (Verbraucher)