

# **Übungsfragen und Übungsbeispiele**

**zu**

## **Grundlagen der Elektrotechnik**

### **Teil 03: Zeitabhängigkeit**

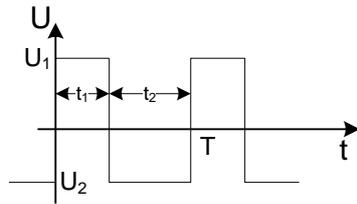
**Version 10.0**

**15. Oktober 2019**

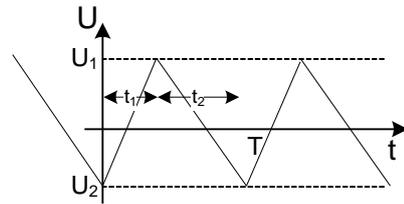
Version 10.0

Übernahme und neue Ordnung der Beispiele aus ähnlichen Lehrveranstaltungen

**C1. Bestimmen Sie folgende Kennwerte der angegebenen Signale! Skizzieren Sie die Signale!**  
**Minimal- und Maximalwert, Schwingungsbreite, Scheitelwert, Gleichwert, Gleichrichtwert, Effektivwert!**  
**Bei Wechselsignalen: Bestimmen Sie Scheitelfaktor und Formfaktor!**  
**Bei Mischsignalen: Bestimmen Sie Schwingungsgehalt, effektive Welligkeit und Riffelfaktor!**



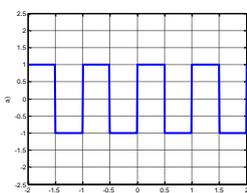
a)-d): Rechteck



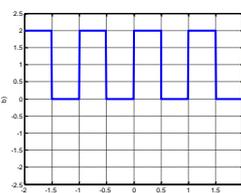
e)-h): Dreieck:

- |    |              |              |             |              |
|----|--------------|--------------|-------------|--------------|
| a) | $t1 = 0,5s$  | $t2 = 0,5s$  | $U1 = 1V$   | $U2 = -1V$   |
| b) | $t1 = 0,5s$  | $t2 = 0,5s$  | $U1 = 2V$   | $U2 = 0V$    |
| c) | $t1 = 0,25s$ | $t2 = 0,75s$ | $U1 = 1,5V$ | $U2 = -0,5V$ |
| d) | $t1 = 0,25s$ | $t2 = 0,75s$ | $U1 = 2V$   | $U2 = 0V$    |
| e) | $t1 = 0,5s$  | $t2 = 0,5s$  | $U1 = 1V$   | $U2 = -1V$   |
| f) | $t1 = 0,5s$  | $t2 = 0,5s$  | $U1 = 2V$   | $U2 = 0V$    |
| g) | $t1 = 1s$    | $t2 = 0s$    | $U1 = 1V$   | $U2 = -1V$   |
| h) | $t1 = 1s$    | $t2 = 0s$    | $U1 = 2V$   | $U2 = 0V$    |

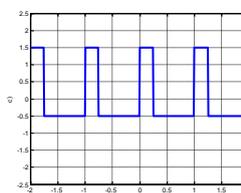
	$u_{min}$	$u_{max}$	$u_{pp}$	$\hat{u}$	$\bar{u}$	$\overline{ u }$	$U_{eff}$	SF SG	FF EW	RF
a)	-1	1	2	1	0	1	1	SF= 1	FF= 1	
b)	0	2	2	2	1	1	$\sqrt{2}$	SG= $1/\sqrt{2}$	EW =1	RF= 1
c)	-0,5	1,5	2	1,5	0	0,75	$\sqrt{3/4}$	$\sqrt{3}$	$2/\sqrt{3}$	
d)	0	2	2	2	0,5	0,5	1	$\sqrt{3/4}$	$\sqrt{3}$	3
e)	-1	1	2	1	0	0,5	$1/\sqrt{3}$	$\sqrt{3}$	$2/\sqrt{3}$	
f)	0	2	2	2	1	1	$2/\sqrt{3}$	1/2	$1/\sqrt{3}$	1
g)	-1	1	2	1	0	0,5	$1/\sqrt{3}$	SF= $\sqrt{3}$	FF= $2/\sqrt{3}$	
h)	0	2	2	2	1	1	$2/\sqrt{3}$	1/2	$1/\sqrt{3}$	1



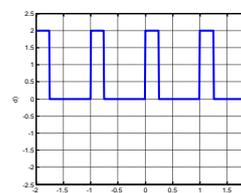
a)



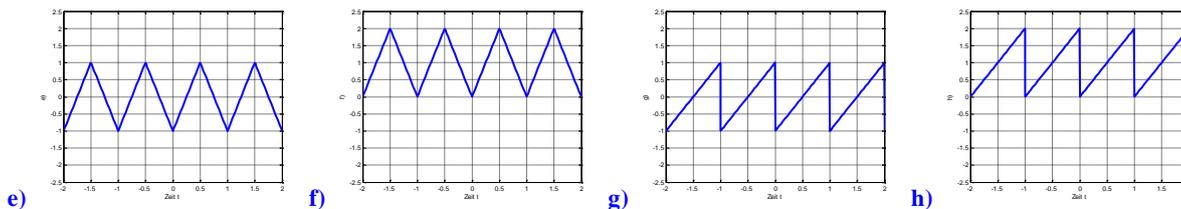
b)



c)



d)



z.B. 1d) Puls (Rechteck) mit  $\frac{1}{4}$  - Periodendauer  $u = 2$  und Rest  $0$ .

**Minimalwert = 0** (kleinster Wert im Signal)

**Maximalwert = 2** (größter Wert im Signal)

**Scheitelwert = 2** (Größere der beiden vorigen Werte, Betragmäßig)

**Peak2peak = 2** (Differenz zwischen Max und Min - Wert)

$$\text{Gleichwert } \frac{1}{T} \cdot \int x(t) \cdot dt = \frac{1}{T} \cdot \text{Fläche} = \frac{1}{1} \cdot \left( \frac{1}{4} \cdot 2 + \frac{3}{4} \cdot 0 \right) = 0,5 \rightarrow \text{Mischsignal}$$

**Gleichrichtwert = Gleichwert, da Betrag nichts am Kurvenverlauf ändert!**

$$\text{Effektivwert } \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int x^2(t) \cdot dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \text{Fläche}^2} = \sqrt{\frac{1}{1} \cdot \left( \frac{1}{4} \cdot 2^2 + \frac{3}{4} \cdot 0^2 \right)} = \sqrt{\left( \frac{1}{4} \cdot 4 \right)} = 1$$

**Definition des reinen Wechselsignals (für Kennwerte):**  $x_{\sim} = x - \bar{x} = x(t) - 0,5 = \text{PULS (Rechteck) mit } \frac{1}{4} \text{ Periodendauer } u = 1,5 \text{ und } \frac{3}{4} \text{ Periodendauer } u = -0,5 \text{ (s. Signal c)!}$

**Scheitelwert des Wechselsignals = 1,5**

$$\text{Effektivwert des Wechselsignals} = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int x^2(t) \cdot dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \text{Fläche}^2} = \sqrt{\frac{1}{1} \cdot \left( \frac{1}{4} \cdot 1,5^2 + \frac{3}{4} \cdot (-0,5)^2 \right)} = \sqrt{\frac{3}{2}}$$

$$\text{Schwungsgehalt } s = \frac{U_{\sim}}{U} = \frac{\sqrt{2/3}}{1} = \sqrt{\frac{2}{3}} = 0,8165$$

$$\text{effektive Welligkeit} = \frac{U_{\sim}}{|\bar{u}|} = \frac{\sqrt{2/3}}{0,5} = 2 \cdot \sqrt{\frac{2}{3}} = 1,633 U_{\sim} / \text{Gleichwert} = \sqrt{(2/3)} / 0,5 = 1,633$$

$$\text{Riffelfaktor} = \frac{\hat{u}_{\sim}}{\bar{u}} = \frac{1,5}{0,5} = 3$$

**Beispiel 2a) symmetrische Dreieckschwingung!**

**Minimalwert = -1**

**Maximalwert = +1**

**Scheitelwert = +1**

**peak2peak = 2**

$$\text{Gleichwert} = \frac{1}{T} \cdot \int x(t) \cdot dt = \frac{1}{T} \cdot \text{Fläche} = \frac{1}{1} \cdot \left( \frac{1}{2} \cdot \frac{-1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{+1}{2} \right) = 0 \rightarrow \text{WECHSELSIGNAL}$$

$$\text{Gleichrichtwert: } \frac{1}{T} \cdot \int |x(t)| \cdot dt = \frac{1}{T} \cdot |\text{Fläche}| = \frac{1}{1} \cdot \left( \frac{1}{2} \cdot \frac{+1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{+1}{2} \right) = 0,5$$

**Effektivwert = Wurzel aus  $1/T$  \* Fläche unter der quadrierten Kurve!**

**$U^2 * 1 = \text{Fläche unter der quadrierten Kurve} = 4 * \text{Fläche unter einem Viertel der Kurve} = \text{Gerade von } 0 \text{ bis } 1 \text{ in } \frac{1}{4} \text{ Zeit!}$**

$$\sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int x^2(t) \cdot dt} = \sqrt{\frac{4}{T} \cdot \int_{T/4} x^2(t) \cdot dt}$$

$$x(t)_{1/4\text{Periode}} = 4 \cdot t$$

$$x^2(t)_{1/4\text{Periode}} = 16 \cdot t^2$$

$$U_{\text{eff}} = \frac{8}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{2 \cdot 2 \cdot 2} = \frac{1}{\sqrt{3}} = 0,577$$

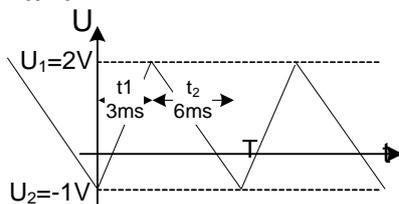
$$2 \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_{T/4} 16 \cdot t^2 \cdot dt} = 2 \sqrt{\frac{16}{T} \cdot \int_{T/4} t^2 \cdot dt} = 8 \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \frac{t^3}{3} \Big|_0^{T/4}} = 8 \sqrt{\frac{1}{1} \cdot \frac{1^3 / 4^3}{3}} = 8 \sqrt{\frac{1}{3 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4}}$$

**Scheitelfaktor = Scheitelwert / Effektivwert** =  $\frac{1}{1/\sqrt{3}} = \sqrt{3} = 1,732$

**Formfaktor = Effektivwert / Gleichrichtwert** =  $\frac{1/\sqrt{3}}{0,5} = \frac{2}{\sqrt{3}} = 1,155$

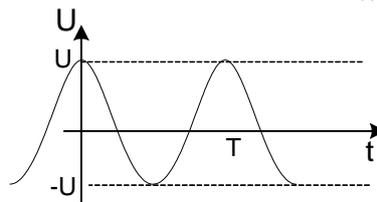
C2.

C3. Bestimmen Sie folgende Kennwerte des folgenden Signals: Minimal- und Maximalwert, Schwingungsbreite, Scheitelwert, Gleichwert, Gleichrichtwert, Effektivwert, Schwingungsgehalt, effektive Welligkeit und Riffelfaktor!



$u_{\text{min}}$	$u_{\text{max}}$	$u_{\text{pp}}$	$\hat{u}$	$\bar{u}$	$\overline{ u }$	$U_{\text{eff}}$	SG	EW	RF
-1	2	3	2	0	5/6	1	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{3}$	3

C4. Bestimmen Sie folgende Kennwerte der angegebenen Signale: Minimal- und Maximalwert, Schwingungsbreite, Scheitelwert, Gleichwert, Gleichrichtwert, Effektivwert, Scheitelfaktor, Formfaktor!



$$u = \hat{U} \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

$u_{\text{min}}$	$u_{\text{max}}$	$u_{\text{pp}}$	$\hat{u}$	$\bar{u}$	$\overline{ u }$	$U_{\text{eff}}$	SF	FF
- $\hat{U}$	$\hat{U}$	$2\hat{U}$	$\hat{U}$	0	$2\hat{U}/\pi$	$\hat{U}/\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	$\pi/(2\sqrt{2})$

$$\bar{u} = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T \hat{U} \cdot \cos(\omega \cdot t) \cdot dt = \frac{\hat{U}}{T} \cdot \left. \frac{\sin(\omega \cdot t)}{\omega} \right|_0^T = 0$$

$$|\bar{u}| = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T \hat{U} \cdot \cos(\omega \cdot t) \cdot dt = \frac{4 \cdot \hat{U}}{T} \cdot \int_0^{T/4} \cos(\omega \cdot t) \cdot dt \quad U = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T \hat{U}^2 \cdot \cos^2(\omega \cdot t) \cdot dt} = \frac{\hat{U}}{\sqrt{T}} \cdot \sqrt{\int_0^T \cos^2(\omega \cdot t) \cdot dt}$$

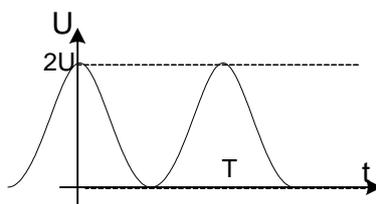
$$|\bar{u}| = \frac{4 \cdot \hat{U}}{T} \cdot \frac{\sin(\omega \cdot t)}{\omega} \Big|_0^{T/4} = \frac{4 \cdot \hat{U}}{\omega \cdot T} \cdot \left[ \sin\left(\omega \cdot \frac{T}{4}\right) - 0 \right] \quad U = \frac{\hat{U}}{\sqrt{T}} \cdot \sqrt{\int_0^T \left(\frac{1}{2} + \cos(2 \cdot \omega \cdot t)\right) \cdot dt} = \frac{\hat{U}}{\sqrt{T}} \cdot \sqrt{\left[\frac{t}{2} + \frac{\sin(2 \cdot \omega \cdot t)}{2 \cdot \omega}\right]_0^T}$$

$$|\bar{u}| = \frac{4 \cdot \hat{U}}{2 \cdot \pi} \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{4}\right) = \frac{2 \cdot \hat{U}}{\pi} \quad U = \frac{\hat{U}}{\sqrt{T}} \cdot \sqrt{\frac{T}{2}} = \frac{\hat{U}}{\sqrt{2}}$$

$$\text{Scheitelfaktor} = SF = \frac{\hat{u}}{U} = \sqrt{2} = 1,414$$

$$\text{Formfaktor} = F = \frac{U}{|\bar{u}|} = \frac{\frac{\hat{u}}{\sqrt{2}}}{\frac{2 \cdot \hat{u}}{\pi}} = \frac{\pi}{2 \cdot \sqrt{2}} = 1,11$$

**C5. Bestimmen Sie folgende Kennwerte der angegebenen Signale: Minimal- und Maximalwert, Schwingungsbreite, Scheitelwert, Gleichwert, Gleichrichtwert, Effektivwert, Schwingungsgehalt, effektive Welligkeit und Riffelfaktor!**



$$u = \hat{U} \cdot (\cos(\omega \cdot t) + 1)$$

$$\bar{u} = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T 2 \cdot \hat{U} \cdot (\cos(\omega \cdot t) + 1/2) \cdot dt = \frac{2 \cdot \hat{U}}{T} \cdot \left[ \int_0^T \cos(\omega \cdot t) \cdot dt + \int_0^T \frac{1}{2} \cdot dt \right] = \frac{2 \cdot \hat{U}}{T} \cdot \frac{1}{2} \cdot T = \hat{U}$$

$$U = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T 4 \cdot \hat{U}^2 \cdot \left[ \cos^2(\omega \cdot t) + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \cos(\omega \cdot t) + \frac{1}{4} \right] \cdot dt}$$

$$U = \frac{2 \cdot \hat{U}}{\sqrt{T}} \cdot \sqrt{\frac{T}{2} + 0 + \frac{T}{4}} = \frac{2 \cdot \hat{U}}{\sqrt{T}} \cdot \sqrt{\frac{3 \cdot T}{4}} = \sqrt{3} \cdot \hat{U}$$

$$\text{Schwungsgehalt} = \frac{U_{\sim}}{U} = \frac{1}{\sqrt{6}} = 0,408$$

$$\text{effektive Welligkeit} = \frac{U_{\sim}}{\bar{u}} = \frac{1/\sqrt{2}}{1} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\text{Riffelfaktor} = \frac{\hat{u}_{\sim}}{\bar{u}} = \frac{\hat{u}}{\hat{u}} = 1$$

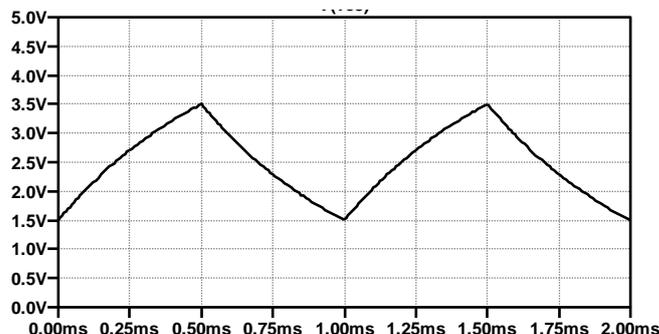
$u_{min}$	$u_{max}$	$u_{pp}$	$\hat{u}$	$\bar{u}$	$ \bar{u} $	$U_{eff}$	SG	EW	RF
0	$2 \cdot \hat{U}$	$2 \cdot \hat{U}$	$2 \cdot \hat{U}$	$\hat{U}$	$\hat{U}$	$\sqrt{3} \hat{U}$	$1/\sqrt{6}$	$1/\sqrt{2}$	1

C6. Bestimmen Sie den Mittelwert und Effektivwert sowie alle relevanten Kennwerte der stückweisen exponentiellen Kurve mit der Definition:

$$u(t) = 1,5V + 3,5V \cdot (1 - e^{-t/590\mu s})$$

$$u(t) = 3,5V \cdot e^{-t/590\mu s}$$

wobei die Zeit  $t$  jeweils vom Start des Kurvenstücks aus gemessen wird



Für die Mittelwertberechnung  $\bar{u} = \frac{1}{T} \cdot \int_T u(t) \cdot dt$  müssen die Integrale ausgerechnet werden:

$$\bar{u} = \frac{1}{1ms} \left[ \int_0^{0,5ms} (5V - 3,5V \cdot e^{-t/590\mu s}) \cdot dt + \int_0^{0,5ms} (3,5V \cdot e^{-t/590\mu s}) \cdot dt \right] =$$

$$\bar{u} = \frac{1}{1ms} \left[ 5V \cdot t - \frac{3,5V}{-1/0,59ms} \cdot e^{-t/590\mu s} + \frac{3,5V}{-1/0,59ms} \cdot e^{-t/590\mu s} \right]_0^{0,5ms} = \bar{u} = 5V \cdot \frac{0,5ms - 0ms}{1ms} + 0 = 2,5V \text{ daher gilt auch } \hat{u}_- = 1V$$

Für die Berechnung des Effektivwertes einer Funktion mit Gleichwert ist es meist besser, die Beziehung zu verwenden:  $U_{rms} =$

$$\sqrt{\bar{u}^2 + U_{-,RMS}^2}$$

Herleitung ist möglich: aus  $\sqrt{\frac{1}{T} \int_T u^2(t) \cdot dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_T [\bar{u} + u_-(t)]^2(t) \cdot dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_T [\bar{u}^2 + 2 \cdot \bar{u} \cdot u_-(t) + u_-^2(t)] \cdot dt}$

Der RMS - Wert besteht daher aus drei Teilintegralen:

$$\sqrt{\frac{1}{T} \int_T \bar{u}^2 \cdot dt + \frac{1}{T} \int_T 2 \cdot \bar{u} \cdot u_-(t) \cdot dt + \frac{1}{T} \int_T u_-^2(t) \cdot dt}$$

wobei das mittlere Teilintegral 0 ergibt (= Konstante \* Mittelwert des Wechselanteils!) und das dritte Teilintegral der Effektivwert des Wechselanteils ist.

und daher nur den Effektivwert des Wechselanteils auszurechnen. Ansatz daher:

$$u_1(t) = 1,5V + 3,5V \cdot (1 - e^{-t/590\mu s}) - 2,5V = 2,5V - 3,5V \cdot e^{-t/590\mu s}$$

$$u_2(t) = 3,5V \cdot e^{-t/590\mu s} - 2,5V = -u_1(t)$$

D.h. für die Effektivwertberechnung reicht es, nur ein Teilintegral zu lösen (durch die Quadrierung fällt das negative Vorzeichen weg) und das Ergebnis zu verdoppeln.

$$U_{-,RMS} = \sqrt{\frac{1}{1ms} \cdot 2 \cdot \int_0^{0,5ms} (6,25V^2 - 2 \cdot 2,5 \cdot 3,5V^2 \cdot e^{-t/0,59ms} + 12,25V^2 \cdot e^{-2t/0,59ms}) \cdot dt} =$$

$$= \sqrt{\frac{2}{1ms} \left[ 6,25V^2 \cdot t - \frac{17,5V^2}{-1/0,59ms} \cdot e^{-t/0,59ms} + \frac{12,25V^2}{-2/0,59ms} \cdot e^{-2t/0,59ms} \right]_0^{0,5ms}}$$

$$= \sqrt{6,25V^2 \cdot \frac{0,5-0}{0,5} + 17,5V^2 \cdot \frac{0,59}{0,5} \cdot (e^{-0,5/0,59} - 1) - 12,25V^2 \cdot \frac{0,59}{2 \cdot 0,5} \cdot (e^{-1/0,59} - 1)}$$

$$= \sqrt{6,25V^2 + 17,5V^2 \cdot (-0,6743665) - 12,25V^2 \cdot (-0,4816673)} = \sqrt{0,349V^2} = 0,591V$$

Daher:  $U_- = U_{-,RMS} = 0,5907709V$  und  $U = U_{RMS} = \sqrt{2,5V^2 + 0,591V^2} = 2,568854V$

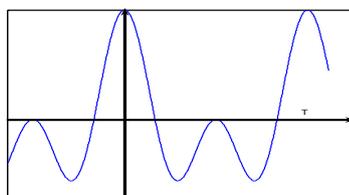
Der Effektivwert liegt also nur etwas höher als der Mittelwert.

Schwingungsgehalt  $s = \frac{U_-}{U} = \frac{0,591V}{2,5689V} = 0,23$

Die effektive Welligkeit des Signals ist:  $\frac{U_-}{\bar{u}} = \frac{0,591V}{2,5V} = 0,236$

Der Riffelfaktor beträgt:  $\frac{\hat{u}}{\bar{u}} = \frac{1V}{2,5V} = 0,4$

C7. Bestimmen Sie folgende Kennwerte des angegebenen Signals: Minimal- und Maximalwert, Schwingungsbreite, Scheitelwert, Gleichwert, Gleichrichtwert, Effektivwert, Schwingungsgehalt, effektive Welligkeit und Riffelfaktor!



$$u = \hat{U} \cdot (\cos(\omega \cdot t) + \cos(2 \cdot \omega \cdot t))$$

$U_{min}$	$U_{max}$	$U_{pp}$	$\hat{u}$	—	—	$U_{eff}$	SF	FF	
-----------	-----------	----------	-----------	---	---	-----------	----	----	--

				<b>u</b>	<b> u </b>				
-1.125Ū	2Ū	3.125Ū	2Ū	0	0,414Ū	Ū	2	2,415	

Charakteristische Stellen:

NULLSTELLEN: bei  $\omega t = 2\pi/6$  und  $\omega t = 2\pi/2$ , da

$\cos(\pi) = -1$  und  $\cos(2\pi) = 1$  UND

$\cos(\pi/3) = 0.5$  und  $\cos(2\pi/3) = -0.5$

Minima/Maxima:

$$\dot{u} = \frac{d}{dt} \hat{U} \cdot (\cos(\omega \cdot t) + \cos(2 \cdot \omega \cdot t)) = \hat{U} \cdot (-\omega \cdot \sin(\omega \cdot t) - 2 \cdot \omega \cdot \sin(2 \cdot \omega \cdot t))$$

$$\dot{u} = 0:$$

$$-\omega \cdot \sin(\omega \cdot t) = 2 \cdot \omega \cdot \sin(2 \cdot \omega \cdot t) \quad \omega \cdot t = 0: \hat{U} \cdot (\cos(0) + \cos(0)) = 2 \cdot \hat{U}$$

$$-\sin(\omega \cdot t) = 2 \cdot \sin(2 \cdot \omega \cdot t) = 4 \cdot \sin(\omega \cdot t) \cdot \cos(\omega \cdot t) \quad \omega \cdot t = \pi: \hat{U} \cdot (\cos(\pi) + \cos(2 \cdot \pi)) = 0$$

$$\omega \cdot T = 0, \quad \omega \cdot T = \pi \quad \omega \cdot t = \pm 1.8235: \hat{U} \cdot (-0,25 - 0,875) = -1.125 \cdot \hat{U}$$

$$\cos(\omega \cdot t) = -\frac{1}{4} \quad \omega \cdot T = \arccos(-0,25) = \pm 1.8235$$

Gleichwert:

$$\bar{u} = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T \hat{U} \cdot (\cos(\omega \cdot t) + \cos(2 \cdot \omega \cdot t)) \cdot dt = \frac{\hat{U}}{T} \cdot \left[ \int_0^T \cos(\omega \cdot t) \cdot dt + \int_0^T \cos(2 \cdot \omega \cdot t) \cdot dt \right] = 0$$

Gleichrichtwert: 2\*INTEGRAL: 0 ... pi/3 und pi/3 ... pi!

$$|\bar{u}| = \frac{1}{T} \cdot \left[ \int_0^{T/6} u(t) \cdot dt - \int_{T/6}^{T/2} u(t) \cdot dt \right] = \frac{\hat{U}}{T} \cdot \left[ \int_0^{T/6} \cos(\omega \cdot t) \cdot dt - \int_{T/6}^{T/2} \cos(\omega \cdot t) \cdot dt + \int_0^{T/6} \cos(2 \cdot \omega \cdot t) \cdot dt - \int_{T/6}^{T/2} \cos(2 \cdot \omega \cdot t) \cdot dt \right]$$

$$|\bar{u}| = \frac{\hat{U}}{T} \cdot \left[ \frac{\sin(\omega \cdot t)}{\omega} \Big|_0^{T/6} - \frac{\sin(\omega \cdot t)}{\omega} \Big|_{T/6}^{T/2} + \frac{\sin(2 \cdot \omega \cdot t)}{2 \cdot \omega} \Big|_0^{T/6} - \frac{\sin(2 \cdot \omega \cdot t)}{2 \cdot \omega} \Big|_{T/6}^{T/2} \right] \quad \sin(2\pi/6)=0.866, \sin(2\pi/2)=0$$

$$|\bar{u}| = \frac{\hat{U}}{T} \cdot \left[ \frac{0,866}{\omega} + \frac{0,866}{\omega} + \frac{0,866}{2 \cdot \omega} + \frac{0,866}{2 \cdot \omega} \right] = \frac{2,6}{2 \cdot \pi} \hat{U} = 0,414$$

$$\text{Effektivwert: } U = \hat{U} \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T (\cos(\omega \cdot t) + \cos(2 \cdot \omega \cdot t))^2 \cdot dt}$$

$$\begin{aligned} (\cos(\omega \cdot t) + \cos(2 \cdot \omega \cdot t))^2 &= \cos^2(\omega \cdot t) + 2 \cdot \cos(\omega \cdot t) \cdot \cos(2 \cdot \omega \cdot t) + \cos^2(2 \cdot \omega \cdot t) \\ &= \frac{1}{2} \cdot (1 + \cos(2 \cdot \omega \cdot t)) + \cos(2 \cdot \omega \cdot t - \omega \cdot t) + \cos(2 \cdot \omega \cdot t + \omega \cdot t) + \frac{1}{2} \cdot (1 + \cos(4 \cdot \omega \cdot t)) \end{aligned}$$

INTEGRAL einer COS / SIN Funktion über die gesamte Periode oder Vielfache davon = 0!

$$U = \hat{U} \sqrt{\frac{1}{T} \cdot T} = \hat{U}$$

Scheitelfaktor = 2

Formfaktor = 1 / 0,414 = 2,415

**C8. Gegeben sei eine Kreisfunktion  $u = 2 \cos(17 t)$ . Wie groß sind folgende Kenngrößen dieser Funktion: Minimal- und Maximalwert, Schwingungsbreite, Scheitelwert, Gleichwert, Gleichrichtwert, Effektivwert, Scheitelfaktor und Formfaktor?**

$$u_{\min} = -2V, u_{\max} = 2V, u_{pp} = 4V, \hat{u} = 2V, u_{\text{Gleichwert}} = 0, u_{\text{Gleichrichtwert}} = 4/\pi, u_{\text{eff}} = \sqrt{2} = 1,41V, SF = \sqrt{2}, FF = 1,11$$

**C9. Eine Sinusspannung ist definiert durch  $\hat{u}=325V, f = 50Hz$  und  $\varphi_0 = -45^\circ$ . Zu welcher Zeit  $t_x > 0$  beträgt der Augenblickswert der Spannung erstmals 50 V?**

$$t = 2,99ms \text{ aus: } u(t) = 325V \cdot \sin(2\pi \cdot 50Hz \cdot t - 45^\circ \cdot \pi/180) = 50V \text{ t ausrechnen...}$$

**C10. Eine cosinusförmige Spannung ist definiert durch  $\hat{u}=141V, f = 60Hz$  und  $\varphi_0 = 16^\circ$ . Zu welcher Zeit  $t_x$  beträgt der Augenblickswert der Spannung erstmals 32 V?**

$$t \text{ 3,38ms aus: } u(t) = 141V \cdot \cos(2\pi \cdot 60Hz \cdot t + 16^\circ \cdot \pi/180) = 32V \text{ t ausrechnen...}$$

**C11.** Die übliche Niederspannung beträgt  $U=230\text{ V}$  (Sinus). Wie groß sind die Amplitude, die Schwingungsbreite und der Gleichrichtwert der Spannung?

$$\hat{u} = 325\text{V}, \text{upp} = 650, \text{UGL} = 207\text{V}$$

**C12.** Die Messung einer Spannung ergab den Scheitelwert  $\hat{u}=1000\text{ V}$  und den Gleichrichtwert =  $580\text{ V}$ . Kann es sich dabei um eine Sinusspannung handeln?

Nein, der GL – Wert bei  $\hat{u}=100\text{V}$  müsste  $636,6\text{V}$  betragen!

**C13.** Die gemessene Wirkleistung einer sinusförmigen Spannungsversorgung an einem Widerstand  $R = 12\ \Omega$  beträgt  $P = 4,4\text{ kW}$ . Wie groß ist die Amplitude der Spannungsversorgung?

$$325\text{V aus: } P \cdot R = U^2 = 4400\text{W} \cdot 12\text{Ohm} = 2800\text{V}^2, \text{ daher: } U = 229,78\text{V}.$$

**C14.** Eine ideale Einweg – Gleichrichterschaltung lässt nur Spannungen  $U>0$  durch, negative Spannungen werden weggefiltert (d.h.  $U=0$  für  $U<0$ ). Die Schaltung wird mit einer Sinus – Quellspannung mit  $\hat{u} = 12\text{ V}$  gespeist. Als Last dient ein  $12\ \Omega$  – Widerstand. Berechnen Sie den arithmetischen Mittelwert des Stromes, sowie dessen Effektivwert!

$$\hat{i} = \hat{u}/R = 1\text{A}, i_{\text{Gleichwert}} = 1/\pi \text{ A} = 0,318\text{A} \quad I = 0.5\text{ A (da ohne Gleichrichter: } 1\text{A}/\sqrt{2}\text{); mit halber quadratischer Fläche } 0.5)$$

**C15.** Eine Sinusspannung mit der Frequenz  $50\text{ Hz}$  und dem Effektivwert von  $230\text{ V}$  hat zum Zeitpunkt  $1,2\text{ms}$  den Augenblickswert von  $60\text{ V}$ . Berechnen Sie den Nullphasenwinkel und die Nullphasenzeit! (2 Lösungen!)

$$-11^\circ \text{ und } t_0 = +612,35\mu\text{s bzw. } 147.8^\circ \text{ und } t_0 = -8.2\text{ms (aus } u(1.2\text{ms}) = 325\text{V} \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot 50\text{Hz} \cdot 1.2\text{ms} + \phi_0 \cdot \pi/180) = 60\text{V})$$

**C16.** Addieren Sie die beiden Spannungen (Zeigerdarstellung)  $\underline{U}_1=4,7\text{V} / 30^\circ$  und  $\underline{U}_2=2\text{V} / -45^\circ$ . Wie lautet die Zeitfunktion der Spannungssumme bei einer Frequenz von  $50\text{ Hz}$ ?

$$U = 5,5638 / 9,68^\circ = 5,4845 + j0,9358; u(t) = 5,5638\text{V} \cdot \cos(314 \cdot t + 0,169)$$

$$5,5638 / 9,68^\circ = 5,4845 + j0,9358$$

**C17.** Berechnen Sie die Summe und die Differenz der beiden Ströme  $I_1=1,5\text{A} / 0^\circ$  und  $I_2=500\text{mA} / 120^\circ$ .

$$1,3229 / 19,1^\circ = 1,25 + j0,433 \text{ bzw. } 1,8 / -13,9^\circ = 1,75 - j0,433$$

$$64,4\text{V} / -127^\circ = -38,8 - j51,4\text{ V}$$