Übungen Mehrdimensionale Analysis am 02. 03. 2024

1.)

Man bestimme das totale oder vollständige Differential der folgenden Funktionen,

a.) $z(x,t) = \frac{t^2+x}{2t-4x}$

b.) $u(x,y,z) = \ln(\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

2.)

Gegeben ist die Funktion $f(x,y) = (x^2 + y^2)^2 - 2(x^2 - y^2) = 0$ in impliziter Form.

a.) Bestimmen sie die Steigung der Tangente in einem Punkt $P = (x,y)$

b.) Zeigen sie, dass die Kurve im Punkt $Q = (-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$ eine waagrechte Tangente hat.

3.)

Berechnen sie den Gradienten von f sowie den Betrag des Gradienten im gegebenen Punkt P.

a.) $f(x,y,z) = 10x^2y^3 - 5xyz^2$ $\quad P = (1,-1,2)$

b.) $f(x,y,z) = x^2e^{yz} + yz^3$ $\quad P = (2,0,1)$

4.)

In welchen Punkten der xy-Ebene verschwindet die Divergenz des Vektorfeldes $\vec{F}$

$$\vec{F} = \begin{pmatrix} xy^2 \\ x^2y-4y \end{pmatrix}$$

5.)

Bestimmen sie die Divergenz des Gradienten der folgenden skalaren Funktion.

$$F(x,y,z) = (x-1)^2 + (y-5)^2 + z^2$$

6.)

Wie sind die Parameter a und b zu wählen, damit die Rotation Vektorfeldes $\vec{F}$ überall verschwindet.

$$\vec{F} = \begin{pmatrix} 2xz^2 + y^3z \\ axy^2z \\ 2x^2z + bxy^3 \end{pmatrix}$$

7.)

Zeigen sie rot grad f = 0 und divrot $\vec{F}$ ist immer Null.