
FH Vorarlberg
Integraltransformation

Signale und Systeme

Foliensatz 4 – elementare/zusammengesetzte Übertragungsglieder, Systemmodellierung, Impulsantwort
Übung

Lösen einer homogenen linearen Differentialgleichung

Gegeben ist folgende Differentialgleichung

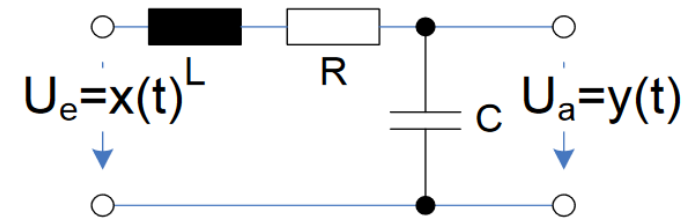
$$\frac{d^3 u(t)}{dt^3} + \frac{d^2 u(t)}{dt^2} + \frac{du(t)}{dt} + u(t) = 0$$

Mit den Anfangsbedingungen

$$\ddot{u}(0) = 1, \quad \dot{u}(0) = 0, \quad u(0) = 1$$

- a) Transformieren Sie die Differentialgleichung händisch in den Laplace-Bereich und lösen Sie den Ausdruck nach $U(s)$ auf.
- b) Berechnen Sie die Polstellen der Laplace-Transformierten $U(s)$ und stellen Sie die Polstellen in der komplexen Ebene dar. Handelt es sich bei dem Signal $u(t)$ um ein schwingendes Signal? Erreicht das Signal einen stationären Endwert? Begründen Sie Ihre Antworten.

Gegeben ist folgender Reihenschwingkreis



Dieser kann durch folgende Differentialgleichung beschrieben werden

$$L \cdot C \cdot \ddot{u}_a(t) + R \cdot C \cdot \dot{u}_a(t) + u_a(t) = u_e(t)$$

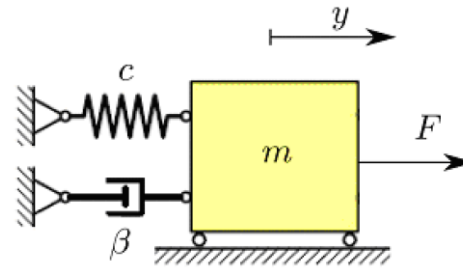
Gegeben sind folgende Anfangsbedingungen

$$\ddot{u}_a(0) = 0, \quad \dot{u}_a(0) = 0, \quad u_a(0) = 0$$

- Transformieren Sie die Systemgleichung in den Bildbereich und berechnen Sie die Übertragungsfunktion $G(s)$
- Berechnen Sie die Pol- und Nullstellen des Systems
- Welche Bedingung muss für den Kriechfall, aperiodischen Grenzfall und den Schwingfall gelten.
- Plotten Sie für jeden dieser Fälle die Sprungantwort des jeweiligen Systems. (Matlab)

$$R = 100\Omega, \quad C = 1\mu F$$

Gegeben ist ein gedämpftes Feder-Masse-System



$$\begin{aligned} m &= 1 \text{ kg} \\ c &= 0,1 \frac{\text{N}}{\text{m}} \\ \beta &= 0,7 \frac{\text{Ns}}{\text{m}} \end{aligned}$$

Die Feder wird durch eine lineare Kennlinie (Federkonstante c) beschrieben. Die Position y der Masse m wird ausgehend vom entspannten Zustand der Feder gemessen. Auf die Masse wirkt zusätzlich eine äußere Kraft F und eine geschwindigkeitsproportionale Dämpfungskraft (Dämpferkonstante β). Fassen Sie den mechanischen Aufbau als ein System mit der Eingangsgröße $u = F$ und der Ausgangsgröße y auf.

- Geben Sie die mathematische Beschreibung des Systems in Form einer gewöhnlichen Differenzialgleichung an.
- Transformieren Sie die Systemgleichung in den Bildbereich und berechnen Sie die Übertragungsfunktion $G(s)$.