

7.5 Sätze zur z-Transformation

Voraussetzung: $x[k]$ ist eine kausale, diskrete Zeitfolge und $Z\{x[k]\} = X(z)$ existiert.

Additionssatz (Linearität):	$ax_1[k] + bx_2[k] \quad \circ - \bullet \quad aX_1(z) + bX_2(z)$
Verschiebungssatz:	$x[k-i] \quad \circ - \bullet \quad z^{-i}X(z)$
Dämpfungssatz:	$a^k x[k] \quad \circ - \bullet \quad X\left(\frac{z}{a}\right)$
Multiplikationssatz	$k \cdot x[k] \quad \circ - \bullet \quad -z \frac{d}{dz} X(z)$
Faltungssatz	$x_1[k] * x_2[k] \quad \circ - \bullet \quad X_1(z) \cdot X_2(z)$
Differenzenbildung	$x[k] - x[k-1] \quad \circ - \bullet \quad \frac{z-1}{z} X(z)$
Summenbildung	$\sum_{i=0}^k x[i] \quad \circ - \bullet \quad \frac{z}{z-1} X(z)$

7.6 Korrespondenzen der z-Transformation

Sämtliche Formeln sind nur für die zulässigen Definitionsmengen zu verstehen.

Nr.	$x[k]$	$X(z)$
1	$\delta[k]$	1
2	$\delta[k-i]$	z^{-i}
3	$\varepsilon[k]$	$\frac{z}{z-1}$
4	$\varepsilon[k-i]$	$\frac{z}{z-1} \cdot z^{-i}$
5	$k \cdot \varepsilon[k]$	$\frac{z}{(z-1)^2}$
6	$k^2 \cdot \varepsilon[k]$	$\frac{z(z+1)}{(z-1)^3}$

Nr.	$x[k]$	$X(z)$
7	$e^{-ak} \cdot \varepsilon[k]$	$\frac{z}{z-e^{-a}}$
8	$ke^{-ak} \cdot \varepsilon[k]$	$\frac{ze^{-a}}{(z-e^{-a})^2}$
9	$a^k \cdot \varepsilon[k]$	$\frac{z}{z-a}$
10	$a^{k-1} \cdot \varepsilon[k-1]$	$\frac{1}{z-a}$
11	$ka^k \cdot \varepsilon[k]$	$\frac{za}{(z-a)^2}$
12	$ka^{k-1} \cdot \varepsilon[k]$	$\frac{z}{(z-a)^2}$
13	$(k-1)a^{k-1} \cdot \varepsilon[k-1]$	$\frac{1}{(z-a)^2}$
14	$k^2 a^k \varepsilon[k]$	$\frac{az(z+a)}{(z-a)^3}$
15	$\binom{k}{i} a^{k-i} \varepsilon[k-i]$	$\frac{z}{(z-a)^{i+1}}$
16	$\frac{(a^{k+1} - b^{k+1})}{a-b} \varepsilon[k] \quad a \neq b$	$\frac{z^2}{(z-a)(z-b)}$
17	$\frac{1}{k} \varepsilon[k-1] \cdot \varepsilon[k]$	$\ln\left(\frac{z}{z-1}\right)$
18	$\sin(\omega kT) \cdot \varepsilon[k]$	$\frac{z \sin(\omega T)}{z^2 - 2z \cos(\omega T) + 1}$
19	$\cos(\omega kT) \cdot \varepsilon[k]$	$\frac{z[z - \cos(\omega T)]}{z^2 - 2z \cos(\omega T) + 1}$
20	$a^k \sin(\omega kT) \cdot \varepsilon[k]$	$\frac{za \sin(\omega T)}{z^2 - 2za \cos(\omega T) + a^2}$
21	$a^k \cos(\omega kT) \cdot \varepsilon[k]$	$\frac{z[z - a \cos(\omega T)]}{z^2 - 2za \cos(\omega T) + a^2}$
22	$rect_N[k]$	$\frac{z-z^{-N}}{z-1}$