

$$(*) \Rightarrow 0 - C = -1 \Rightarrow C = 1$$

Damit besitzen die vier Konstanten die folgenden Werte:

$$A = 0, \quad B = 1, \quad C = 1, \quad D = 3$$

Die *Partialbruchzerlegung* der Bildfunktion $F(s)$ lautet damit:

$$F(s) = \frac{s^3 + 2s^2 - 4s + 4}{s^4 - 4s^3 + 4s^2} = \frac{1}{s^2} + \frac{1}{s-2} + \frac{3}{(s-2)^2}$$

Gliedweise Rücktransformation mit Hilfe der Transformationstabelle in Abschnitt 4.2 führt dann zu der folgenden Lösung (Originalfunktion):

$$\begin{aligned} f(t) &= \mathcal{L}^{-1}\{F(s)\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s^2} + \frac{1}{s-2} + \frac{3}{(s-2)^2}\right\} = \\ &= \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s^2}\right\} + \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s-2}\right\} + 3 \cdot \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{(s-2)^2}\right\} = \\ &= t + e^{2t} + 3t \cdot e^{2t} = t + (1 + 3t) \cdot e^{2t} \end{aligned}$$

(Laplace-Transformationen Nr. 4 sowie Nr. 3 und Nr. 6, jeweils mit $a = 2$) ■

4.2 Tabelle spezieller Laplace-Transformationen

Die nachfolgende Tabelle enthält einige in den Anwendungen besonders häufig auftretende Funktionenpaare (Korrespondenzen).

Tabelle: Spezielle Laplace-Transformationen

Bildfunktion $F(s)$	Originalfunktion $f(t)$
(1) 1	$\delta(t)$
(2) $\frac{1}{s}$	1 (Sprungfunktion $\sigma(t)$)
(3) $\frac{1}{s-a}$	e^{at}
(4) $\frac{1}{s^2}$	t

Tabelle: Spezielle Laplace-Transformationen (Fortsetzung)

(5)	$\frac{1}{s(s-a)}$	$\frac{e^{at} - 1}{a}$
(6)	$\frac{1}{(s-a)^2}$	$t \cdot e^{at}$
(7)	$\frac{1}{(s-a)(s-b)}$	$\frac{e^{at} - e^{bt}}{a-b}$
(8)	$\frac{s}{(s-a)^2}$	$(1+at) \cdot e^{at}$
(9)	$\frac{s}{(s-a)(s-b)}$	$\frac{a \cdot e^{at} - b \cdot e^{bt}}{a-b}$
(10)	$\frac{1}{s^3}$	$\frac{1}{2} t^2$
(11)	$\frac{1}{s^2(s-a)}$	$\frac{e^{at} - at - 1}{a^2}$
(12)	$\frac{1}{s(s-a)^2}$	$\frac{(at-1) \cdot e^{at} + 1}{a^2}$
(13)	$\frac{1}{(s-a)^3}$	$\frac{1}{2} t^2 \cdot e^{at}$
(14)	$\frac{s}{(s-a)^3}$	$\left(\frac{1}{2} at^2 + t\right) \cdot e^{at}$
(15)	$\frac{s^2}{(s-a)^3}$	$\left(\frac{1}{2} a^2 t^2 + 2at + 1\right) \cdot e^{at}$
(16)	$\frac{1}{s^n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$	$\frac{t^{n-1}}{(n-1)!}$
(17)	$\frac{1}{(s-a)^n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$	$\frac{t^{n-1} \cdot e^{at}}{(n-1)!}$
(18)	$\frac{1}{s^2 + a^2}$	$\frac{\sin(at)}{a}$
(19)	$\frac{s}{s^2 + a^2}$	$\cos(at)$

Tabelle: Spezielle Laplace-Transformationen (Fortsetzung)

(20)	$\frac{(\sin b) \cdot s + a \cdot \cos b}{s^2 + a^2}$	$\sin (a t + b)$
(21)	$\frac{(\cos b) \cdot s - a \cdot \sin b}{s^2 + a^2}$	$\cos (a t + b)$
(22)	$\frac{1}{(s - b)^2 + a^2}$	$\frac{e^{b t} \cdot \sin (a t)}{a}$
(23)	$\frac{s - b}{(s - b)^2 + a^2}$	$e^{b t} \cdot \cos (a t)$
(24)	$\frac{1}{s^2 - a^2}$	$\frac{\sinh (a t)}{a}$
(25)	$\frac{s}{s^2 - a^2}$	$\cosh (a t)$
(26)	$\frac{1}{(s - b)^2 - a^2}$	$\frac{e^{b t} \cdot \sinh (a t)}{a}$
(27)	$\frac{s - b}{(s - b)^2 - a^2}$	$e^{b t} \cdot \cosh (a t)$
(28)	$\frac{1}{s(s^2 + 4 a^2)}$	$\frac{\sin^2 (a t)}{2 a^2}$
(29)	$\frac{s^2 + 2 a^2}{s(s^2 + 4 a^2)}$	$\cos^2 (a t)$
(30)	$\frac{s}{(s^2 + a^2)^2}$	$\frac{t \cdot \sin (a t)}{2 a}$
(31)	$\frac{s^2 - a^2}{(s^2 + a^2)^2}$	$t \cdot \cos (a t)$
(32)	$\frac{s}{(s^2 - a^2)^2}$	$\frac{t \cdot \sinh (a t)}{2 a}$
(33)	$\frac{s^2 + a^2}{(s^2 - a^2)^2}$	$t \cdot \cosh (a t)$
(34)	$\arctan \left(\frac{a}{s} \right)$	$\frac{\sin (a t)}{t}$