

Lösungen zum 4. AUFGABENBLATT vom 23.10.2024

1. Ein Qualitätsmanager nimmt täglich eine Lieferung von Kondensatoren ab, von denen laut Hersteller maximal 10% defekt sind. Es werden regelmäßig Stichproben durchgeführt.
 - (a) Aus einer Lieferung von 50 Kondensatoren werden 10 Stück ohne Zurücklegen gezogen. Wie und mit welchen Parametern ist die Zufallsvariable X: 'Anzahl der defekten Kondensatoren in der Stichprobe' verteilt?
 - (b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass bei 10 gezogenen Kondensatoren,
 - i. genau einer defekt ist,
 - ii. mindestens 2 defekt sind.

LSG.:

- (a) X ist hypergeometrisch verteilt mit $N=50$; $M=5$; $n=10$
- (b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass bei 10 gezogenen Kondensatoren,
 - i. $P(X = 1) = 0,4313$
 - ii. $P(X \geq 2) = 1 - P(X \leq 1) = 1 - 0,7419 = 0,2581$

2. In einer Telefonzentrale kommen in der Minute durchschnittlich 3 Gespräche an.

- (a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit kommen dann in einer Minute mehr als 3 Gespräche an?
- (b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit kommen in fünf Minuten mindestens 20 Gespräche an?

LSG.:

- (a) X zählt die Gespräche pro Minute.
X ist Poissonverteilt mit $\lambda = 3$
 $P(X > 3) = 1 - P(X \leq 3) = 1 - 0,6472 = 0,3528$
Mit einer Wahrscheinlichkeit von 35,28% kommen in einer Minute mehr als 3 Gespräche an
- (b) X zählt die Anrufe in fünf Minuten. X ist Poissonverteilt mit $\lambda = 15$.
 $P(X \geq 20) = 1 - P(X \leq 19) = 1 - 0,8752 = 0,1248 = 12,48\%$

3. Von einem elektronischen Bauteil ist bekannt, dass es durchschnittlich 10 Jahre hält und seine Ausfallwahrscheinlichkeit exponentialverteilt ist. Mit welcher Wahrscheinlichkeit hält das Bauteil nur 8 Jahre oder noch kürzer?

LSG.:

$$\lambda = \frac{1}{10} = 0,1$$

$$P(X \leq 8) = \int_0^8 0,1 \cdot e^{-0,1t} dt = [-e^{-0,1t}]_0^8 = -e^{-0,8} + e^0 = 1 - e^{-0,8} \approx 0,5507$$

4. Ein Kaffeeautomat kann so eingestellt werden, dass er im Durchschnitt eine bestimmte Menge Kaffee pro Tasse ausgibt. Die ausgegebenen cl pro Tasse seien normalverteilt mit $\sigma = 1,5 \text{ cl}$.

Auf welchen Wert μ ist der Automat einzustellen, damit Tassen, die nicht mehr als 25 cl fassen, nur in 1% der Fälle überfließen?

LSG.:

X.. gebe die ausgegebenen cl Kaffee pro Tasse an

gesucht ist μ , so dass

$$P(X \geq 25 \text{ cl}) \leq 0,01 \iff P(X \leq 25 \text{ cl}) \geq 0,99 \iff \Phi\left(\frac{25-\mu}{1,5}\right) \geq 0,99$$

Aus

$$x = \text{norm.ppf}(0,99, 0, 1)$$

ergibt sich $x=2,3263$

Folglich gilt für $2,3263 = \frac{25-\mu}{1,5}$, dass $\Phi(2,3263) \geq 0,99$ ist.

$$\implies \mu = 25 - 2,3263 \cdot 1,5 = 21,5106$$