

## Lösungen zum 2. Seminar am 09.10.2024

1. Bearbeiten Sie das Applet >Guessing Correlations<

<http://istics.net/Correlations/>

Es erscheinen vier Streudiagramme und vier Korrelationswerte. Ordnen Sie die Korrelationswerte den jeweiligen Streudiagrammen zu. Starten Sie bitte das Applet mehrmals neu.

2. Gegeben seien die folgenden gemessenen Werte:

$x_i$	-2	-1	3	4	6
$y_i$	0	0.5	2	2	5

- (a) Erstellen sie eine lineare Regression durch die Daten.  
 (b) Erstellen Sie ein Streudiagramm, d.h. zeichnen Sie die Daten in ein geeignetes Koordinatensystem, sowie die lineare Regressionsgerade und visualisieren Sie die entstandenen Abweichungen.  
 (c) Geben Sie folgende Parameter an:  $r_{xy}$ ,  $s_x^2$ ,  $s_y^2$

LSG.:

$$\bar{x} = 2$$

$$\bar{y} = 1,9$$

$$s_x^2 = 11,5$$

$$s_x = 3,391$$

$$s_y^2 = 3,8$$

$$s_y = 1,95$$

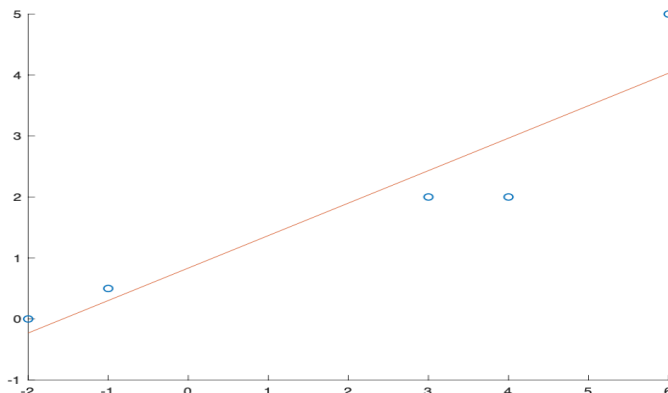
$$s_{xy} = 6,125$$

$$r_{xy} = 0,927$$

$$k = 0,5326$$

$$d = 0,835$$

Gleichung der Regressionsgeraden:  $y=0,633x+0,835$



3. Gegeben sind die Datenpunkte  $A=(1|-2)$ ,  $B=(2|-1)$ ,  $C=(5|1)$  und  $D=(7|3)$ .

(a) Berechne die Fehlerquadratsumme für die lineare Funktion  $f_1$  mit

$$f_1(x) = 0,85 \cdot x - 2,9.$$

(b) Berechne die Fehlerquadratsumme für die lineare Funktion  $f_2$  mit

$$f_2(x) = 0,75 \cdot x - 2,5.$$

(c) Die lineare Regressionsfunktion ist  $f_3$  mit  $f_3(x) = \frac{73}{91} \cdot x - \frac{251}{91}$  und Fehlerquadratsumme 0,1098

Rechnen Sie nach, dass ihr Funktionsgraph durch den Schwerpunkt  $S = (\bar{x}|\bar{y})$  der Punktwolke verläuft.

LSG.:

Für die Datenpunkte 

$x_i$	1	2	5	7
$y_i$	-2	-1	1	3

 gilt  $\bar{x} = \frac{15}{4}$  und  $\bar{y} = \frac{1}{4}$

(a) Fehlerquadratsumme für  $f_1(x) = 0,85 \cdot x - 2,9$ :

$$\begin{aligned} & (f_1(1) + 2)^2 + (f_1(2) + 1)^2 + (f_1(5) - 1)^2 + (f_1(7) - 3)^2 \\ &= (0,85 - 0,9)^2 + (1,7 - 1,9)^2 + (4,25 - 3,9)^2 + (5,95 - 5,9)^2 \\ &= 0,0025 + 0,04 + 0,1225 + 0,0025 = 0,1675 \end{aligned}$$

(b) Fehlerquadratsumme für  $f_2(x) = 0,75 \cdot x - 2,5$ .

$$\begin{aligned} & (f_2(1) + 2)^2 + (f_2(2) + 1)^2 + (f_2(5) - 1)^2 + (f_2(7) - 3)^2 \\ &= (0,75 \cdot 1 - 2,5 + 2)^2 + (0,75 \cdot 2 - 2,5 + 1)^2 + (0,75 \cdot 5 - 2,5 - 1)^2 + (0,75 \cdot 7 - 2,5 - 3)^2 = \\ &= 0,0625 + 0 + 0,0625 + 0,0625 = 0,1875 \end{aligned}$$

(c) Für die Regressionsgerade  $f_3(x) = \frac{73}{91} \cdot x - \frac{251}{91}$  ist die Fehlerquadratsumme 0,1098 am kleinsten

Der Schwerpunkt  $S = (\bar{x}; \bar{y}) = (\frac{15}{4}; \frac{1}{4})$  liegt auf der Regressionsgerade:

$$f_3(\frac{15}{4}) = \frac{73}{91} \cdot \frac{15}{4} - \frac{251}{91} = \frac{1}{4} \left( \frac{1095}{91} - \frac{1004}{91} \right) = \frac{1}{4} = \bar{y}$$

4. Von 4 Kfz sind das Alter und die Bremswege bei einer Vollbremsung von 100 km/h zum Stillstand gegeben:

Alter in Jahren	4	7	11	2
Bremsweg in m	50	80	70	45

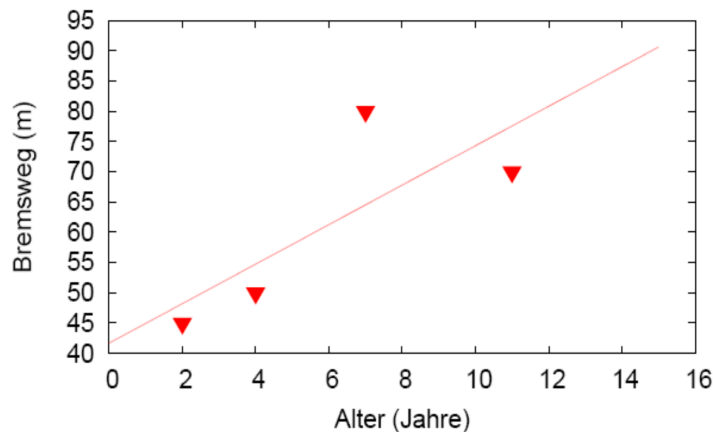
(a) Zeichnen Sie ein Streudiagramm

(b) Bestimmen Sie die Gleichung der Regressionsgeraden und den Korrelationskoeffizienten

(c) Extrapolieren Sie den erwarteten mittleren Bremsweg für ein 13 Jahre altes Fahrzeug

LSG.:

(a) Zeichnen Sie ein Streudiagramm



(b) Bestimmen Sie die Gleichung der Regressionsgeraden und den Korrelationskoeffizienten  
 Regressionsgerade:  $y = 41,69 + 3,26x$

$$\text{korrelationskoeffizient } r_{xy} = \frac{150}{\sqrt{46} \cdot \sqrt{818,75}} = 0,773$$

(c) Extrapolieren Sie den erwarteten mittleren Bremsweg für ein 13 Jahre altes Fahrzeug  
 $y(x = 13) = 84,07m$

5. Für die folgenden Zufallsexperimente gebe man ein passendes  $\Omega$  an und ordne den Ereignissen jeweils eine Teilmenge von  $\Omega$  zu.

(a) Beim dreimaligen Werfen eines Würfels ist die Augensumme  $\leq 4$

LSG.:

$$\Omega = \{111, 112, 121, 122, 131, 132, 133, 141, \dots, 666\}$$

$$\text{Ereignis } A = \{111, 112, 121, 211\}$$

(b) Beim dreimaligen Werfen eines Würfels ist die Augensumme  $\geq 16$

LSG.:

$$\Omega = \{111, 112, 121, 122, 131, 132, 133, 141, \dots, 666\}$$

$$\text{Ereignis } A = \{466, 556, 565, 566, 645, 646, 654, 655, 656, 664, 665, 666\}$$

(c) Beim zweimaligen Werfen eines Würfels ist die erste Zahl gerade und die zweite  $\geq 5$

LSG.:

$$\Omega = \{11, 12, 13, 15, 15, 16, 21, 22, \dots, 66\}$$

$$\text{Ereignis } A = \{25, 26, 45, 46, 65, 66\}$$

(d) Beim viermaligen Werfen einer Münze wird mindestens dreimal eine 1 beobachtet

LSG.:

$$\Omega = \{1111, 1112, 1121, 1122, 1131, 1132, 1133, \dots, 6666\}$$

$$\text{Ereignis } A = \{1111, 1112, 1113, 1114, 1115, 1116, 1121, 1131, 1141, \dots, 6111\}$$

6. Gegeben sei die Funktion

$$f(k) = \begin{cases} ck & \text{für } k = 1; 2; 3; 4 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Bestimmen Sie die Konstante  $c$  so, daß  $f$  eine Wahrscheinlichkeitsfunktion ist.

LSG.:

$x_k$	1	2	3	4
$P(x_k)$	$c$	$2c$	$3c$	$4c$

Wegen  $1 = P(\Omega) = P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4) = 10c$

folgt  $c = \frac{1}{10}$

7. Gegeben seien zwei Ereignisse  $A$  und  $B$  mit  $P(A)=0,8$

(a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses  $(A \cap B) \cup (A \cap \overline{B})$

(b) Für das Ereignis  $B$  gelte  $A \subset B$ . Kann dann  $P(B)=0,7$  sein?

(c) Es sei  $P(A \cup B) = 0,9$  und  $P(A \cap B) = 0,1$ . Was gilt dann für  $P(B)$ ?

LSG.:

(a)  $P((A \cap B) \cup (A \cap \overline{B})) = P(A) = 0,8$

(b) Nein, da  $A \subset B \implies P(A) \leq P(B)$  und somit  $0,8 \leq P(B)$  gilt.

(c)  $P(B) = P(A \cup B) - P(A) + P(A \cap B) = 0,9 - 0,8 + 0,1 = 0,2$