

## Lösungen zum 2. AUFGABENBLATT vom 09.10.2024

1. Gegeben seien die folgenden zweidimensionalen Stichproben:

(a) (2,2), (3,1), (5,3), (6,4)

(b) (1,5), (2,2), (3,1), (4,2), (5,5)

(c) (1,5), (2,3), (3,4), (5,2)

Geben Sie jeweils das Streudiagramm an und berechnen Sie den Korrelationskoeffizient. Bestimmen Sie jeweils die Regressionsgerade

LSG.:

$$(a) (2,2), (3,1), (5,3), (6,4) \implies \bar{x} = \frac{16}{4} = 4, \bar{y} = \frac{10}{4} = 2,5$$

	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$y_i - \bar{y}$	$(y_i - \bar{y})^2$	$(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$
	-2	4	-0,5	0,25	1
	-1	1	-1,5	2,25	1,5
	1	1	0,5	0,25	0,5
	2	4	1,5	2,25	3
summe		10		5	6

$$\text{Korrelationskoeffizient: } r_{xy} = \frac{6}{\sqrt{50}} = 0,857$$

$$\text{Regressionsgerade: } y = 0,6x + 0,1$$

$$(b) (1,5), (2,2), (3,1), (4,2), (5,5) \implies \bar{x} = \frac{15}{5} = 3, \bar{y} = \frac{15}{5} = 3$$

	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$y_i - \bar{y}$	$(y_i - \bar{y})^2$	$(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$
	-2	4	2	4	-4
	-1	1	-1	1	1
	0	0	-2	4	0
	1	1	-1	1	-1
	2	4	2	4	4
summe		10		14	0

$$\text{Korrelationskoeffizient: } r_{xy} = \frac{0}{\sqrt{140}} = 0$$

$$\text{Regressionsgerade: } y = 3$$

$$(c) (1,5), (2,3), (3,4), (5,2) \implies \bar{x} = \frac{11}{4} = 2,75, \bar{y} = \frac{14}{4} = 3,5$$

	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$y_i - \bar{y}$	$(y_i - \bar{y})^2$	$(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$
	-1,75	3	1,5	2,25	-2,625
	-0,75	0,56	-0,5	0,25	0,375
	0,25	0,0625	0,5	0,25	0,125
	2,25	5	-1,5	2,25	-3,375
summe		8,6225		5	-4,5

Korrelationskoeffizient:  $r_{xy} = -\frac{4,5}{\sqrt{43}} = -0,686$

Regressionsgerade:  $y = -0,63x + 5,23$

2. Gegeben seien die folgenden gemessenen Werte:

$x_i$	-2	-1	3	4	6
$y_i$	1	1,6487212707001	7,3890560989307	7,3890560989307	148,4131591025766

Erstellen Sie eine nichtlineare Regression durch die Daten mit der Modellfunktion

$$y = \alpha \cdot e^{\beta x}$$

LSG.:

Aus

$x_i$	-2	-1	3	4	6
$\ln(y_i)$	0	0,5	2	2	5

folgt  $\beta = 0,533$  und  $\ln(\alpha) = 0,83 \Rightarrow \alpha \approx 2,3$

Daher ergibt sich  $y = 2,3 \cdot e^{0,533x}$

3. Eine Firma lässt zwei verschiedene Werbespots ( $W_1$ ,  $W_2$ ) im Fernsehen senden. Es ist bekannt, dass ein Fernsehzuschauer den Werbespot  $W_1$  mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,1 und den Werbespot  $W_2$  mit Wahrscheinlichkeit 0,15 und beide Werbespots mit Wahrscheinlichkeit 0,05 sieht.

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine Person

- genau einen
- mindestens einen
- keinen
- höchstens einen

Werbespot sieht.

LSG.:

- genau einen:  $A = (W_1 \setminus W_2) \cup (W_2 \setminus W_1) \Rightarrow P(A) = (0,1 - 0,05) + (0,15 - 0,05) = 0,15$
- mindestens einen:  $A = W_1 \cup W_2 \Rightarrow P(A) = 0,1 + 0,15 - 0,05 = 0,2$
- keinen:  $A = \overline{W_1 \cup W_2} = \Omega \setminus (W_1 \cup W_2) \Rightarrow P(A) = 1 - (0,1 + 0,15 - 0,05) = 0,8$
- höchstens einen:  $A = \Omega \setminus (W_1 \cap W_2) \Rightarrow P(A) = 1 - 0,05 = 0,95$