

Lösungen zum 6. AUFGABENBLATT vom 06.11.2024

1. Reagenzgläser sollen bezüglich ihrer Schmelztemperatur untersucht werden. Aus der Tagesproduktion wurden zufällig und unabhängig voneinander 10 Reagenzgläser entnommen. Von diesen 10 Gläsern wurden die Schmelztemperaturen bestimmt. Der Mittelwert dieser 10 Werte ist $\bar{x} = 748,2$ und die empirische Varianz $s^2 = 15,6$. Die zufällige Schmelztemperatur ist normalverteilt.

- (a) Bestimmen Sie ein zentrales Konfidenzintervall für die erwartete Schmelztemperatur beim Konfidenzniveau von 99%.
- (b) Bestimmen Sie zum Konfidenzniveau von 95% eine untere Konfidenzschranke für die Varianz der zufälligen Schmelztemperatur.

LSG.:

X..misst die Schmelztemperatur; ist normalverteilt

$$\bar{x} = 748,2$$

$$s = 3,95$$

$$t_{n-1;1-\frac{\alpha}{2}} = t_{9;0,995} = 3,25$$

- (a) Zentrales Konfidenzintervall für die erwartete Schmelztemperatur beim Konfidenzniveau von 99%:

$$\left[\bar{x} - \frac{s}{\sqrt{n}} \cdot t_{n-1;1-\frac{\alpha}{2}}; \bar{x} + \frac{s}{\sqrt{n}} \cdot t_{n-1;1-\frac{\alpha}{2}} \right] = \left[748,2 - \frac{3,95}{\sqrt{10}} \cdot t_{9;0,995}; 748,2 + \frac{3,95}{\sqrt{10}} \cdot t_{9;0,995} \right]$$

$$= [748,2 - 4,06; 748,2 + 4,06] = [744,14; 752,26]$$

- (b) Untere Konfidenzschranke für die Varianz der zufälligen Schmelztemperatur zum Konfidenzniveau von 95%:

Die untere Konfidenzschranke ergibt sich aus dem einseitigen oberen Konfidenzintervall:

$$n-1=9$$

$$s^2 = 15,6$$

$$\chi_{n-1}^2 (1 - \alpha) = \chi_{9;(0,95)}^2 = 16,92$$

$$\left[\frac{(n-1) \cdot s^2}{\chi_{n-1}^2 (1 - \alpha)}, \infty \right) = \left[\frac{9 \cdot 15,6}{16,92}, \infty \right) = [8,3; \infty)$$

Die untere Konfidenzschranke lautet: 8,3

2. Ein Hersteller von Geschirrspülautomaten hat ein neues Modell entwickelt, von dem er behauptet, dass der durchschnittliche Kaltwasserverbrauch unter 40 Litern bei einer Streuung von weniger als 2 Litern liege

Zum Nachweis dieser Behauptung führt er 41 Probeläufe durch, wobei sich ein mittlerer Kaltwasserverbrauch von 38,5 l bei einer Standardabweichung von 1,7 l ergab.

Gehen Sie von einem normalverteilten Wasserverbrauch aus.

- (a) Lässt sich die Behauptung bezüglich des Durchschnittsverbrauchs bei einem Signifikanzniveau von $\alpha = 0,05$ nachweisen?

- (b) Lässt sich die Behauptung bezüglich der Streuung bei einem Signifikanzniveau von $\alpha = 0,05$ nachweisen?

LSG.:

- (a) Lässt sich die Behauptung bezüglich des Durchschnittsverbrauchs bei einem Signifikanzniveau von $\alpha = 0,05$ nachweisen?

Der bisherige Durchschnittsverbrauch ist normalverteilt mit $\mu = 40$ und $\sigma = 2$

\Rightarrow Gaußtest

- Hypothese:

$H_0 : \mu \geq 40$ gegen $H_1 : \mu < 40$ linksseitig

- Signifikanzniveau $\alpha = 0,05$

- Eine Stichprobe wird gezogen:

$n=41$; $\bar{x} = 38,5$ und $s = 1,7$

standardisierten Prüfwert $z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{38,5 - 40}{2/\sqrt{41}} \approx -4,8$

- Bestimme das entsprechende Quantil der Standardnormalverteilung:

$z_{1-\alpha} = z_{0,95} = 1,645$

- Regel: Verwerfe H_0 , falls

$z < -z_{1-\alpha} = -1,645$

- Ergebnis:

Wegen $z = -4,8 < -1,645$ wird H_0 verworfen.

- (b) Dieser Teil wurde nicht mehr in der Vorlesung behandelt.